

THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Raymond PORCAR

Docteur en Optique

ÉTUDES OPTIQUES D'ÉCOULEMENTS
VISUALISATION PAR NAPPES DE LUMIÈRE
COHÉRENTE OU PARTIELLEMENT INCOHÉRENTE
APPLICATION AU SUPERSONIQUE

SOUTENUE LE 19 DÉCEMBRE 1980 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

MM. J. Ch. VIÉNOT	Professeur à l'Université de Franche-Comté	Président
P. BOUSQUET	Professeur à l'Université d'Aix - Marseille III	} Examinateurs
J. BULABOIS	Professeur à l'Université de Franche-Comté	
J.P. PRENEL	Professeur à l'Université de Franche-Comté	
P. SMIGIELSKI	Chef du Département d'Optique à l'Institut Franco-Allemand de Saint-Louis	
C. VÉRET	Chef de la Division Optique de l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales	

4° Diss. Besançon



UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ BESANÇON

Président : Monsieur le Professeur Pierre LÉVÊQUE

Président honoraire : Monsieur le Professeur Jean THIÉBAUT

FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

DOYEN

M. le Professeur Jean BULABOIS
Physique Générale-optique

ASSESSEURS

M. le Professeur Bernard MILLET
Botanique

M. Robert GUYETANT, Maître-Assistant
Biol. animale Ecologie

DOYENS HONORAIRES

MM. GLANGEAUD, JACQUEMAIN, CHATELET,
THIEBAUT, BERNARD

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. BENNETON, CHATELET, MESNAGE, QUANTIN
THEOBALD N., THIRY, TRILLAT, TRONCHET,
UEBERSFELD

MM. BANTEGNIE Robert	: Mathématiques
BENILAN Philippe	: Mathématiques
BERNARD Jean	: Chimie Physique
BIDAULT Michel	: Taxonomie expérimentale
BROQUET Paul	: Géologie
BRUCKERT Sylvain	: Ecologie végétale
BULABOIS Jean	: Physique Gle optique
CAPODANNO Pierre	: Mécanique théorique
CERUTTI Ernest	: Chimie appliquée
CHALEAT Raymond	: Mécanique appliquée
CHARDON J. Claude	: Spectroscopie
CHAUVE Pierre	: Géologie minéralogie
COUGNARD Jean	: Mathématiques
DEVIN Claude	: Chimie 1er cycle
DOBREMEZ Jean-Fr.	: Biologie
DUBOUCHET Jacques	: Physiologie végétale
GALATRY Louis	: Physique moléculaire
GAUDEMER Yves	: Biochimie
GIRARDET Claude	: Physique Moléculaire
GOMOT Lucien	: Zoologie-Embryologie
GOUARNE René	: Mathématiques
GRAS Georges	: Mathématiques
GREMILLARD Jean	: Mathématiques
KARCHE J. Paul	: Pétrographie Minéralogie
LALLEMENT Gérard	: Mécanique appliquée
LAUDE Bernard	: Chimie organique
LESAINTE Pierre	: Mathématiques I
LHOTE François	: Automatique
MERIGOUX Henri	: Cristallographie et Synthèses minérales

MIELLOU J. Claude	: Analyse numérique
MILLET Bernard	: Botanique
MONTAGNER Hubert	: Psychophysiologie
MOREELS Guy	: Astronomie
OLIVIER Marcel	: Electroniq. quantique
OYTANA Claude	: Mécanique appliquée
PAGETTI Jacques	: Chimie appliquée, Génie chimique
PARIZET Jean	: Mathématiques
PERROT Roger	: Chimie générale
PLUVINAGE Philippe	: Physique théorique
POTIER Robert	: Physique des solides
RANGHEARD Yves	: Géologie
REAL Pierre	: Ecologie animale
RIPPLINGER Jean	: Physiologie animale
ROBERT Daniel	: Physique
ROBERT Guy	: Electrochimie
ROBERT Jacques	: Mathématiques I
THEOBALD J.-Gérard	: Spectroscopie hertzienne
THIEBAUT Jean	: Pétrogr. minéralogie
TREHEL Michel	: Informatique
VERNEAUX Jean	: Zoologie-Embryologie
VIENTOT Jean-Charles	: Physique Gle optique
WEIL Michel	: Mathématiques

Responsable des services administratifs :
M. Jean-Marie RUNGE

Digitized by the Internet Archive
in 2026

SOANYES

A mig vessant de la costa
Les cases d'un poble vell.
Als cantons quatre palleres
Com les torres d'un castell.

Jordi Pere CERDA

A Soanyes i tots els meus.

A Yvette.

AVANT-PROPOS

Le retour en arrière imposé par la rédaction de ce mémoire me force à admettre que des années durant, le chercheur se trouve, au sein de son équipe, placé en position de quémandeur impénitent. Depuis qu'il m'a accueilli au Laboratoire d'Optique de Besançon qu'il dirige, Monsieur le Professeur J.Ch. VIÉNOT n'a été avare ni du temps qu'il m'a consacré, ni de la confiance qu'il m'a accordée et je suis particulièrement heureux de l'occasion qui m'est donnée ici de lui témoigner ma gratitude.

Ce travail a été réalisé sur la soufflerie de l'Institut Universitaire de Technologie de Belfort dont je remercie le Directeur, Monsieur J.M. KAUFFMANN pour toutes les facilités techniques et administratives qu'il m'a offertes.

Je suis très honoré par la présence dans le Jury de Monsieur le Professeur P. BOUSQUET qui a accepté de juger le contenu de cette thèse et je lui en suis reconnaissant.

Mes remerciements vont également à Monsieur le Professeur J. BULABOIS, Doyen de la Faculté des Sciences et des Techniques de Besançon ; sa disponibilité en toute occasion et l'intérêt qu'il a toujours manifesté à l'égard de ce travail ont constitué pour moi un soutien précieux dont je lui sais gré.

Je suis très sensible à l'accueil que Monsieur C. VÉRET, Chef de la Division Optique de l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales et son équipe m'ont réservé lors de nos diverses rencontres. Ses conseils avertis m'ont été d'une aide efficace et je considère son acceptation spontanée de participation à ce jury comme un honneur dont je tiens à le remercier tout particulièrement.

Monsieur P. SMIGIELSKI, Chef du Département d'Optique de l'Institut Franco Allemand de Saint Louis a suivi de près nos recherches. Malgré l'éloignement de nos laboratoires, nous avons eu des échanges fréquents et fructueux. Ses encouragements constants m'ont permis de mener à bien cette tâche et je lui exprime ici ma vive reconnaissance.

Monsieur J.P. PRENEL est partie prenante de ce travail. Avec le recul, je ne puis discerner ce qui est son oeuvre de ce qui me revient et pendant les années passées ensemble, j'ai pu apprécier son dévouement ; le remercier n'aurait ici aucun sens et je suis heureux de lui exprimer plutôt toute mon amitié.

De nombreuses personnes m'ont apporté leur aide, autant sur le plan fondamental ou technique que dans la réalisation du manuscrit. En particulier, je n'oublie pas les services de MM. C.ROBERT, M.GIRARDOT et F.HATTIGER ainsi que ceux de MMes S. JOUFFROY, D.BLANCO, J.MAURICE et I.SOUCHIER ; toutefois, je ne puis dresser la liste exhaustive de tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à cet ouvrage ; qu'il me soit simplement permis de leur dire à tous merci de tout coeur.

RESUME

PREMIERE PARTIE :

Des considérations générales sur les traceurs habituellement utilisés dans les écoulements d'air ou de toute autre nature physique nous conduisent à appliquer les résultats de la théorie de Mie sur la diffusion lumineuse à une assemblée de particules ordonnées puis, partiellement ou totalement désordonnées. Ce facteur de désordre influe sur l'état de cohérence mutuelle des ondes réémises par chacun des centres diffusants et modifie fortement le niveau de l'intensité globale diffusée ainsi que sa répartition spatiale ; dans un écoulement entraînant des traceurs, l'état "d'ordre" local est lié à leur concentration et à la turbulence du milieu ; celle ci, compte tenu des durées d'observation mises en jeu conduit à une accentuation de la luminosité des phénomènes enregistrés.

DEUXIEME PARTIE :

Les propriétés dégagées dans la partie théorique sont exploitées afin de visualiser des écoulements inaccessibles par les méthodes d'observation traditionnelles. La technique de visualisation par nappes lumineuses est décrite en détail, et les résultats obtenus sont présentés et confrontés aux mesures aérodynamiques. Celles ci manquant souvent de précision, il est apparu nécessaire de tester la méthode sur un écoulement qui puisse être exploré par des voies plus traditionnelles aux performances bien connues. A cet effet, un procédé ombroscopique nouveau, en lumière partiellement incohérente et à durée d'exposition aisément réglable a été mis au point, grâce au dispositif de réalisation de nappes lumineuse dont il est issu et qu'il complète avantageusement. Les écoulements testés sont des jets libres ; les résultats obtenus par les deux procédés sont en excellent accord, et les clichés

réalisés mettent en évidence le rôle de la turbulence discuté au préalable ainsi que le caractère tridimensionnel effectif de la méthode de visualisation par nappes proposée, faisant de celle ci un moyen d'investigation souple et efficace.

CHEMINEMENT THEORIQUE ET EXPERIMENTAL :

Le travail effectué avait initialement pour but la visualisation d'écoulements supersoniques dans des éjecteurs cylindriques ; ceux ci, de par leurs petites dimensions, interdisent la présence de hublots plans de grandeur suffisante qui ne respectent pas la géométrie du système ; ainsi, l'emploi des techniques optiques classiques s'avère impossible dans ce cas particulier ; plus généralement, l'intégration des données pour une onde traversant l'objet de phase étudié pose un problème d'inversion la plupart du temps insoluble. Il faut donc capter l'information au fur et à mesure du trajet des rayons lumineux dans le fluide. De ce point de vue, la phase de l'onde, sujette à des déformations successives le long du chemin parcouru, est inexploitable dans un système tridimensionnel, ce qui n'est par contre pas le cas de son énergie, conservative dans un milieu non absorbant. Ainsi, des traceurs disséminés dans l'écoulement et se répartissant uniformément dans celui-ci, permettent la transformation de l'objet de phase en objet d'amplitude et constituent d'excellents capteurs, en diffusant une nappe lumineuse étroite de haute densité d'énergie qui remonte le jet. Nous nous sommes donc trouvés confrontés aux problèmes de réalisation de telles nappes, auxquels le montage de véhicules optiques sphéro-cylindriques, joint à celui de balayage, (scanning) apporte une solution particulièrement satisfaisante.

La répartition d'éclairement de la nappe au niveau de la zone d'étude reproduit son profil de masse volumique et les ondes de choc, qui en représentent les discontinuités sont aisément observables en temps réel ou différé. Toutefois, pour expliquer certaines anomalies, apparemment liées au degré d'organisation des filets fluides, nous

nous sommes intéressés au comportement d'une assemblée de particules diffusantes. Deux voies étaient possibles : introduire une relation d'ordre partiel dans un milieu aléatoire, ou introduire une relation de désordre dans un milieu totalement ordonné. Ce deuxième aspect, développé dans la première partie nous a permis de mettre en relief le rôle de la turbulence du milieu dans la répartition d'éclairement des clichés obtenus, et de dégager une distance limite entre centres diffusants, de l'ordre de $\lambda/2$, au dessous de laquelle un milieu diffractant organisé se comporte comme un milieu transparent. Notons enfin que la nécessité de confrontation de nos résultats à ceux obtenus par ombroscopie à temps d'exposition court, nous a poussés à mettre au point un mode opératoire ne nécessitant pas d'investissements spécifiques nouveaux inutilisables ultérieurement ; la translation rapide par balayage d'une onde plane, spatialement limitée, parallèlement à elle même, peut jouer le rôle d'un obturateur rapide, sans que les qualités des montages optiques soient affectées. Les détails technologiques des divers montages utilisés sont rapportés dans la deuxième partie.

NOTATIONS

Notations générales mathématiques

x, y, z = coordonnées cartésiennes

r, θ, ϕ = coordonnées sphériques

∂/∂_u = dérivée partielle par rapport à u ,
notée ∂_u

d/d_u = dérivée totale par rapport à u

X = grandeur réelle

$\overline{X}$ = grandeur complexe associée

X^* = grandeur complexe conjuguée

$\underline{X}$ = vecteur $\Leftrightarrow \overrightarrow{X}$ (vecteur réel ou complexe associé)

R_e = partie réelle

I_m = partie imaginaire ; $j^2 = -1$

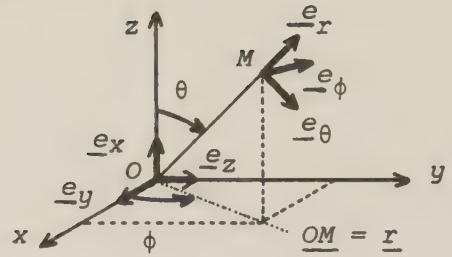
$P_n(z)$ = polynôme de Legendre d'ordre n en z

P_n^m = polynôme de Legendre de seconde espèce

p = densité de probabilité

$\langle \rangle$ = valeur moyenne temporelle

$\langle \rangle_{t,x}$ = valeur moyenne temporelle et statistique sur x



Grandeurs traditionnelles électro-optiques

ω = pulsation ; λ = longueur d'onde

c = vitesse de la lumière ; k = nombre d'onde

η = $\sqrt{\epsilon/\mu}$; n = indice

t = temps ; ϖ = volume

Ω = angle solide

S = surface

R^3 = espace complet

P = puissance

E = énergie

E = champ électrique

H = champ magnétique

$\underline{P}$ = vecteur de Poynting = $\underline{E} \wedge \underline{H}$

$\underline{S}$ = vecteur de Poynting complexe = $1/2 (\underline{E}_S \wedge \underline{H}_S^*)$

$E(e)$ = onde électrique (transverse magnétique ou mode TM)

$E(m)$ = onde magnétique (transverse électrique ou mode TE)

Grandeurs diffusées

X_S = grandeur diffusée

σ_t = section efficace droite totale

σ_a = section efficace droite d'absorption

σ_S = section efficace droite totale de diffusion

σ_D = section efficace droite différentielle de diffusion

$f(\underline{o}, \underline{i})$ = fonction de diffusion

$\underline{i}$ = direction incidente de l'onde lumineuse

$\underline{o}$ = direction d'observation

$X_{//}$ ou $X_{\parallel}$ = composante parallèle (dans le plan $(\underline{i}, \underline{o})$)

$X_{\perp}$ ou X_r = composante perpendiculaire (dans un plan perpendiculaire à $(\underline{i}, \underline{o})$ de sorte que $(\underline{r}, \underline{i}, \underline{o})$ soit direct)



(I, U, Q, V) = paramètres de stokes.

Grandeurs aérodynamiques

M = nombre de Mach local

X_i = grandeur génératrice

X_e = grandeur dans le plan de sortie

X = grandeur dans le plan d'étude

X = grandeur au col

P = pression statique ; P' = pression d'arrêt

T = température statique (en °K) ; T' = température d'arrêt

S = section

D = diamètre = ϕ

ρ = masse volumique locale

R = nombre de Reynolds = $\rho(l/\mu) \cdot V$

l = longueur caractéristique

μ = viscosité dynamique

A_p = maître couple

C_D = coefficient de traînée

INTRODUCTION GENERALE *

Des progrès considérables ont été réalisés en aérodynamique théorique au cours des dernières décennies. Les techniques de visualisation d'écoulement développées depuis l'apparition des premières souffleries ont toujours constitué le moyen indispensable à l'expérimentateur. Les problèmes posés par les écoulements sont d'une telle complexité, que la détermination d'un modèle simplifié reste essentielle : à ce niveau, une visualisation globale ou partielle qui correspond à une étude descriptive des phénomènes, permet d'en formuler les hypothèses simplificatrices et, quelquefois, de fournir des renseignements quantitatifs, autres que les paramètres géométriques visuels du système étudié. Suivant le langage du praticien (90), une bonne visualisation d'ensemble d'un système complexe est parfois plus riche que l'application de programmes de calcul, souvent insuffisants ou mal adaptés au problème posé.

S'il fallait une justification à ces arguments, la récente extension des congrès internationaux aux techniques de visualisation (86) (87)** , les contacts multiples industrie-laboratoire au sein de rencontres nationales ou européennes (85) (88) (89) ainsi que le volume sans cesse croissant de la littérature consacrée à ce sujet constituent l'essentiel de la réponse.

Les méthodes optiques d'investigation, non perturbantes et rodées de longue date représentent un outil de choix dans ce domaine. C'est pourquoi le Professeur J.-P PRENEL et moi-même, tous deux issus du Laboratoire de Physique Générale et Optique de Besançon, enseignants

* La table des matières est située en fin d'ouvrage.

** Remarque concernant la bibliographie : Compte-tenu de la relative diversité des disciplines auxquelles on a eu recours dans la préparation du présent travail, il apparut intéressant, pour l'utilisateur éventuel, de regrouper les références en commençant par les ouvrages généraux, puis suivant les domaines spécifiques auxquels nous nous sommes adressés.

à l'I.U.T. de Belfort, avons choisi de poursuivre nos recherches dans cette direction, à la suite d'un travail spécifique exécuté à la demande de l'équipe d'aérodynamique locale, et qui a débouché notamment sur le travail : "Contribution optique à l'étude d'écoulements supersoniques"(14).

Le problème que nous avons résolu consistait en la visualisation d'écoulements axisymétriques internes particuliers, en interaction avec un jet pariétal secondaire, afin d'améliorer le rendement d'éjecteurs à second col à flux induit nul ; ceci a permis aux aérodynamiciens de proposer un modèle théorique (13).

En écoulement interne, les visualisations optiques constituent un problème contraignant : en effet, la géométrie des éjecteurs interdit la présence de hublots plans de dimensions suffisantes ne perturbant pas le jet, rendant inopérantes les méthodes optiques traditionnelles (ombroscopie, strioscopie, interférométrie holographique ou non, en simple ou double exposition). De plus, l'information intégrée suivant le cheminement de l'onde lumineuse est difficile, voire impossible à exploiter dans le cas d'un écoulement sans symétries, et, dans tous les cas, le caractère tridimensionnel de l'écoulement est perdu.

Nous avons pu montrer (38) (39) (40), malgré l'absence de moyens lourds, notamment en lasers, difficilement transportables depuis le laboratoire de Besançon sur le lieu de l'expérience (soufflerie supersonique de l'I.U.T. de Belfort), que l'exploitation de la lumière d'un laser de faible puissance (He Ne 0,5mw) diffusée par les microparticules en suspension dans le jet supersonique éclairé par une nappe lumineuse mince permettait, dans certaines conditions, la visualisation du système de choc interne et sa reconstitution tridimensionnelle. L'exploitation des propriétés de la lumière diffusée nous avait permis de mettre en évidence le mécanisme d'interaction de jets, en temps réel ou différé (utilisation de systèmes vidéo).

L'intérêt de la technique mise au point résidait essentiellement dans son faible coût, sa simplicité de mise en oeuvre et d'exploitation là où les méthodes classiques deviennent inaccessibles par la nécessité

d'implantation d'un matériel lourd et onéreux, ou inopérantes notamment en milieu industriel souvent hostile aux manipulations fines de laboratoire. Ses principaux défauts étaient alors son manque de précision et de sensibilité lui conférant un caractère plus prononcé de contrôle que de mesure, son domaine d'emploi limité, et enfin quelques contradictions apparaissant entre les visualisations obtenues et certaines données aérodynamiques.

Bien que ces contradictions n'altèrent pas la majeure partie de nos observations, il semblait alors bien difficile de tirer de l'écoulement d'autres paramètres que la configuration géométrique du système de choc, restreignant son champ d'utilisation aux écoulements supersoniques internes, contrainte par trop restrictive pour être intéressante. La poursuite de nos travaux était alors tracée ; ce sont les résultats acquis que nous présentons dans cet ouvrage.

La première partie est consacrée à l'étude des mécanismes de diffusion lumineuse par des particules immobiles, puis entraînées dans un écoulement. Bien connus des spécialistes de mesure par effet Doppler pour des particules isolées, ces résultats devaient être généralisés à une assemblée de traceurs éclairée par une nappe lumineuse. Cette étude nous a permis de lever les contradictions apparentes d'une part, de proposer un modèle précisant les conditions expérimentales d'autre part, et paradoxalement d'élargir le champ d'investigation de la méthode étudiée à d'autres domaines comme les jets libres.

Dès lors, la comparaison avec une méthode optique traditionnelle, interdite dans le cadre des écoulements internes de faibles dimensions (hublots exclus) ou de dimensions raisonnables (nécessitant une modification profonde de notre soufflerie, et de trop gros moyens) est devenue possible. Une méthode ombroscopique originale, n'exigeant pas de nouveaux investissements spécifiques a été mise au point et nous a permis de réaliser cette comparaison. Parallèlement, l'enrichissement de notre parc de matériel de composants optiques, micromécaniques, et l'acquisition d'un laser Argon 2w, nous a permis d'affiner considérablement la méthode.

Ce sont ces résultats expérimentaux qui font l'objet de la deuxième partie.

Nous avons également réalisé un film récapitulatif qui sera présenté lors de la soutenance de thèse, afin de mettre en évidence le caractère dynamique de la méthode proposée.

PREMIERE PARTIE

PROCESSUS DE DIFFUSION LUMINEUSE DES TRACEURS

DANS LES PHENOMENES D'ÉCOULEMENT

Des considérations sur la nature des traceurs particuliers justifient la forme sphérique généralement admise pour ceux-ci, orientant nos investigations vers la diffusion de Mie. L'analyse des faits expérimentaux caractéristiques nous montre la nécessité d'introduire une notion d'ordre partiel au sein d'un écoulement turbulent, en relation avec la cohérence mutuelle partielle des ondelettes diffusées par les particules entraînées, par opposition au caractère totalement aléatoire (lumière totalement décorrélée) communément admis. Ceci nous conduit à proposer un modèle justifiant les faits expérimentaux observés, et précisant les conditions de visualisation possibles.

CHAPITRE I

GÉNÉRALITÉS SUR LES MICRO-PARTICULES UTILISÉES COMME TRACEURS DANS UN ÉCOULEMENT

Le mouvement de systèmes fluide-particules a fait l'objet de nombreux développements, tant théoriques qu'expérimentaux (5) (24) (36) (37). Nous nous bornerons ici à donner les critères auxquels les particules, étrangères à l'écoulement doivent obéir, de manière à ne pas perturber celui-ci.

Tout d'abord, leur concentration doit être suffisamment faible pour que l'écoulement ne soit pas modifié, en particulier pour que l'on puisse négliger les transferts de chaleur fluide-particules, exception faite de la traversée des ondes de choc (25) (26).

Pour les mêmes raisons, la taille des particules doit être également très petite ; en outre, ce critère est une garantie de fidélité du traceur ; il est en effet évident que pour se rapprocher du traceur idéal, la taille des particules doit tendre vers celle des molécules du fluide envisagé. Toutefois, quelle que soit la petitesse du traceur utilisé, nous sommes loin du compte, et un traceur ne peut représenter le comportement microscopique éminemment turbulent (agitation thermique) ; toute particule ne peut donc que matérialiser les lignes de force de l'écoulement, témoin seulement d'un comportement moyen du milieu. Pour ce faire celle-ci doit être en équilibre statique au sein du fluide , et ce, sous l'action des forces de viscosité, responsables de l'entraînement par le fluide ; il faut donc que dans le repère relatif on puisse négliger toute autre force, en particulier les forces d'inertie de la particule, ou les forces gravitationnelles et la poussée d'Archimède. Si le traceur est un liquide pulvérisé dans un gaz, en régime établi, la forme des gouttelettes est sphérique. Par ailleurs, le mouvement des particules est donné (5) (36) (37) par la loi :

$$m_p \frac{dv_{pi}}{dt} = C_D \frac{\rho_f}{2} (v_{fi} - v_{pi})^2 A_p$$

$$\text{avec } m_p = \frac{\pi}{6} d_p^3 \rho_p$$

v_{pi} = composante de la vitesse de la particule

m_p = masse de la particule

ρ_f = masse volumique du fluide

ρ_p = masse volumique de la particule
 d_p = diamètre de la particule
 C_D = coefficient de traînée
 A_p = maître-couple (section droite)
 v_i = composante i de la vitesse du fluide

En général $C_D = f(R_p, M)$

$$R_p = \rho_f \{v_f - v_p\} \frac{d_p}{\mu_f}$$

R_p = nombre de Reynolds de la particule
 μ_f = viscosité dynamique
 M = nombre de Mach local

C_D , bien connu empiriquement pour un large domaine de R , peut-être décrit avec une bonne approximation par un développement en série de la forme :

$$C_D = \sum_{i=0}^{\infty} K_i (R_p)^{-i} \quad \text{limité aux trois ou quatre premiers termes.}$$

Pour des formes différentes, C_D est mal connu, voire inconnu dans la plupart des cas.

Dans notre cas, les traceurs utilisés sont :

- des microgouttelettes d'eau, engendrées en amont de la zone d'étude à l'intérieur de la chambre de tranquillisation où le jet est fortement détenu par rapport au stockage haute pression de l'air (voir Annexe . , schéma de l'installation), ainsi que des gouttelettes d'huile et des poussières d'alumine et de rouille.

- des fumées entraînées dans le jet, après un temps d'attente suffisant pour que l'on puisse admettre que les particules les plus grosses se sont déposées.

L'ordre de grandeur habituellement admis pour ce type de particules est de l'ordre du micromètre (5) (9) (10), ce qui leur permet théoriquement de suivre avec une bonne précision des fluctuations au sein de l'écoulement d'environ quelques centaines de Hertz. Ces fluctuations n'excédant généralement pas en réalité quelques dizaines de Hertz, nous pouvons envisager que ces traceurs atteignent très rapidement leur régime permanent (5) (25) (26).

Pour ce type de particules, la forme sphérique est sinon totalement justifiée, tout au moins acceptable avec une très bonne approximation. Le brouillard ainsi constitué, trop ténu pour être excité par une onde élargie devient visible lorsque la densité locale d'énergie lumineuse est suffisante (pinceau laser focalisé sur une grande distance).

C'est pourquoi nous orientons nos investigations vers la diffusion d'une onde lumineuse plane par une particule sphérique, dont la solution rigoureuse a été donnée par Mie (1908) (2) (9) (10) (11).

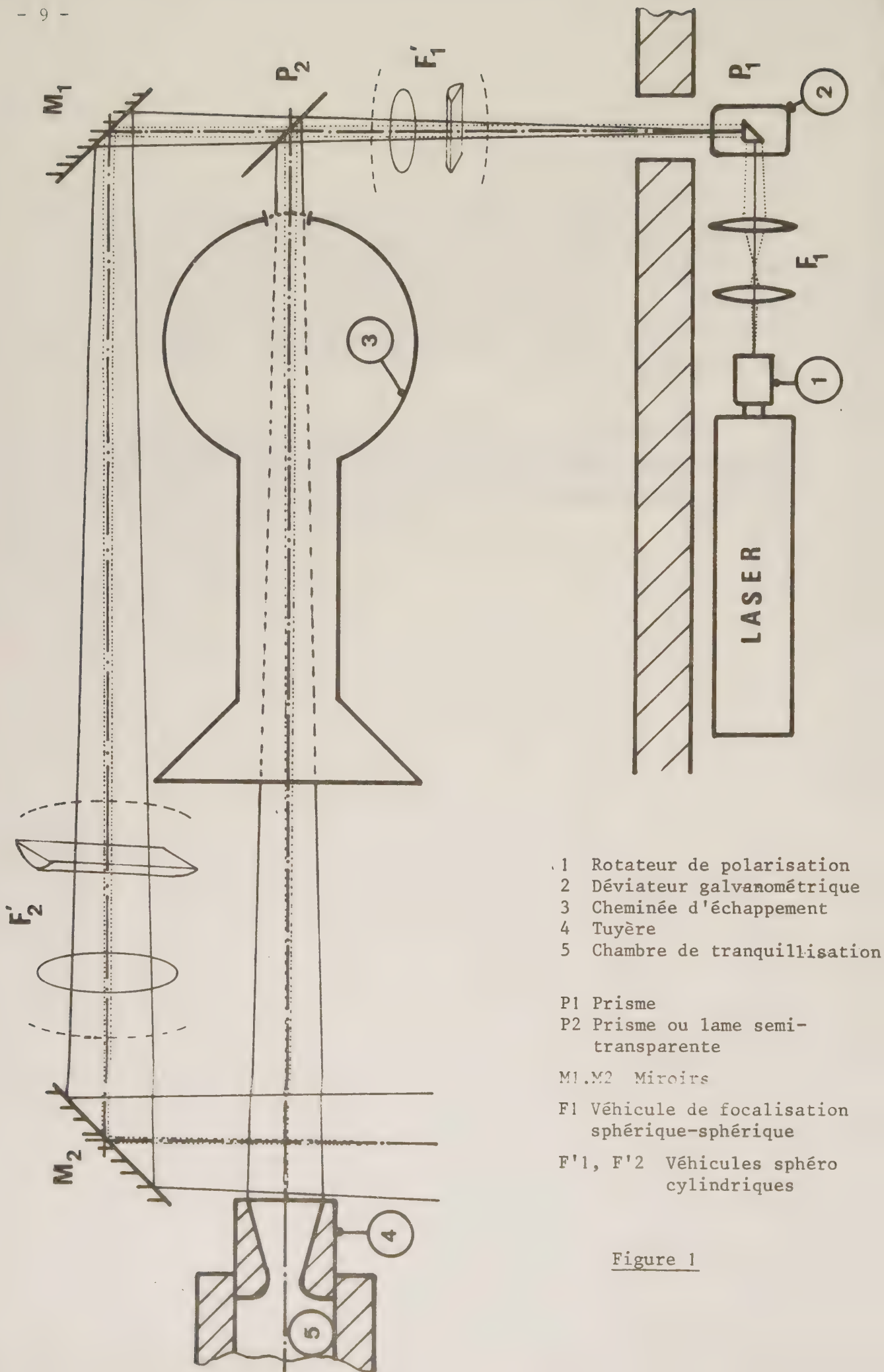


Figure 1

CHAPITRE II

CE QUE L'ON PEUT ATTENDRE DE LA DIFFUSION LUMINEUSE PAR LES MILIEUX ALEATOIRES ; NOTRE MILIEU EST-IL TOTALEMENT ALEATOIRE ?

Avant de mentionner les faits expérimentaux paradoxaux qui nous ont conduits à moduler notre interprétation, il est bon de rappeler le principe de la méthode utilisée, les notations, les hypothèses et les concepts habituels appliqués aux milieux diffusants.

II - I. PRINCIPE DE LA METHODE UTILISEE ; QUELQUES RESULTATS REPRESENTATIFS.

Le pinceau lumineux d'un laser Argon 2w est focalisé à longue distance par l'intermédiaire d'un dispositif télescopique F1 dans la zone d'étude (figure 1). Un système de prismes ou de miroirs de renvoi permet un éclairage longitudinal (prismes P1, P2) ou transversal (prisme P1, miroirs M1, M2). Le prisme P1 peut être monté sur un système vibrant électriquement entretenu (les détails de montage sont donnés dans la partie "affinage de la méthode de visualisation par nappes, §I, deuxième partie") réalisant ainsi une nappe lumineuse plane de haute densité d'énergie, ajustable en site et en dimensions. Cette nappe permet la visualisation de particules entraînées par l'écoulement même à grande vitesse, matérialisant certaines caractéristiques du jet (30) (39) (40).

Quelques exemples de visualisations sont donnés dans les figures 2 à 7.

La figure 3 montre la structure de choc d'un ensemble tuyère-éjecteur cylindrique, (écoulement interne en présence d'une injection pariétale), visualisée par diffusion lumineuse comparée, dans la figure 4, aux mesures aérodynamiques classiques obtenues par sondage de veine. Les figures 5a à 5e décrivent un jet libre à la pression atmosphérique en sortie d'une tuyère de nombre de Mach $M = 2$, visualisé par diffusion lumineuse avec et sans apport de fumées (5a et 5b) ou par ombroscopie cohérente (5c et 5d). Enfin, les figures 6 et 7 mettent en évidence les perturbations apportées par un obstacle dans l'écoulement. Ces résultats appellent un certain nombre de commentaires, mais auparavant, il est bon de faire état des concepts fondamentaux propres aux milieux diffusants aléatoires.

II.2. LES HYPOTHESES HABITUELLES DANS LES MILIEUX DIFFUSANTS ALEATOIRES.

La plupart du temps, tout problème de diffusion lumineuse conduit à

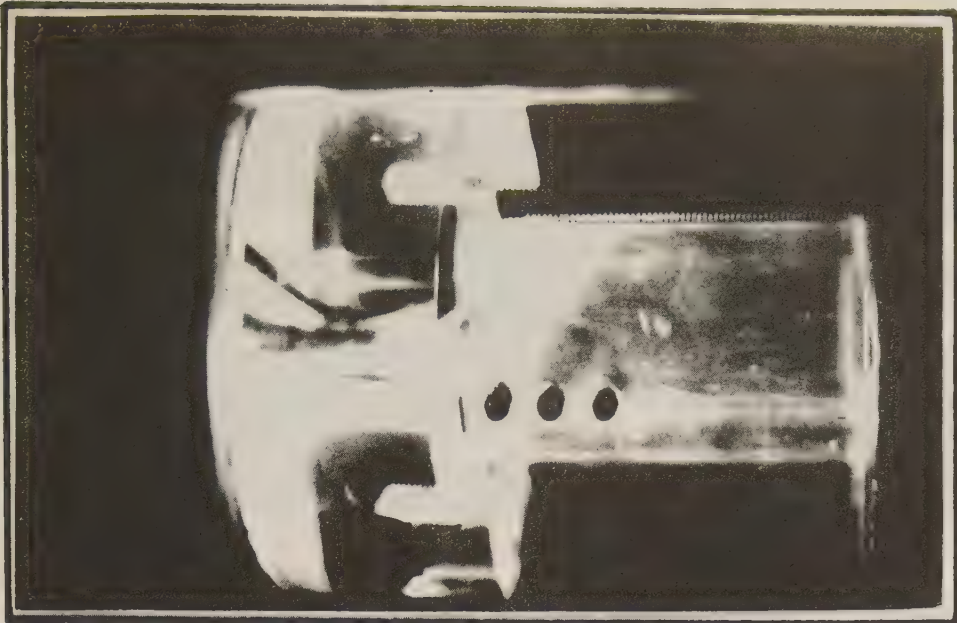


Figure 2

Ensemble Ejecteur
Tuyère



Figure 3

Structure de
c
système pré-
ent



Figure 4

ures aérodynamiques:
dage de pressions
arrêt

..... $P_i x / P_a$
0 1 2

--- Structure
de choc

Sections de
mesure

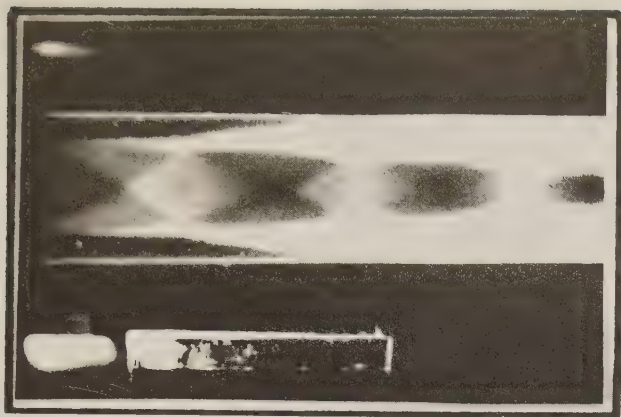


Figure 5a

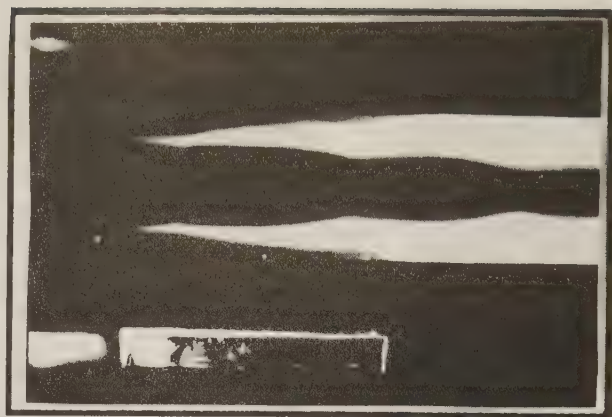


Figure 5b

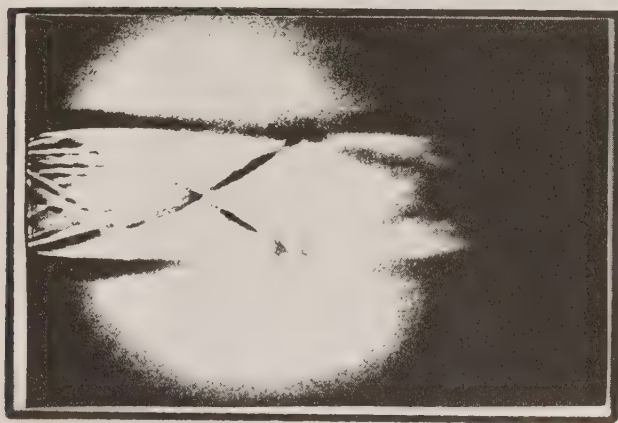


Figure 5c

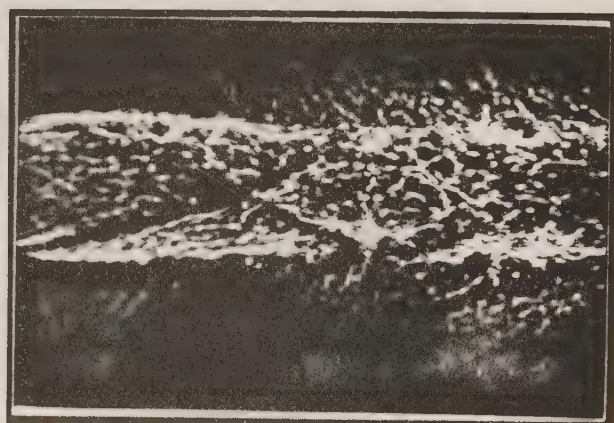
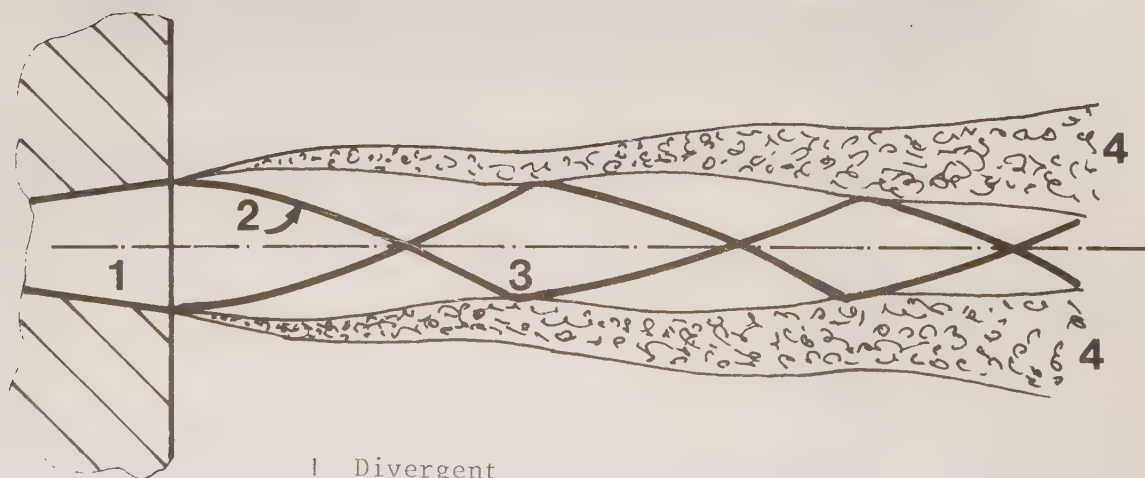


Figure 5d



- 1 Divergent
- 2 Onde de recompression
- 3 Réflexion des ondes de choc
- 4 Zone de mélange

Figure 5e

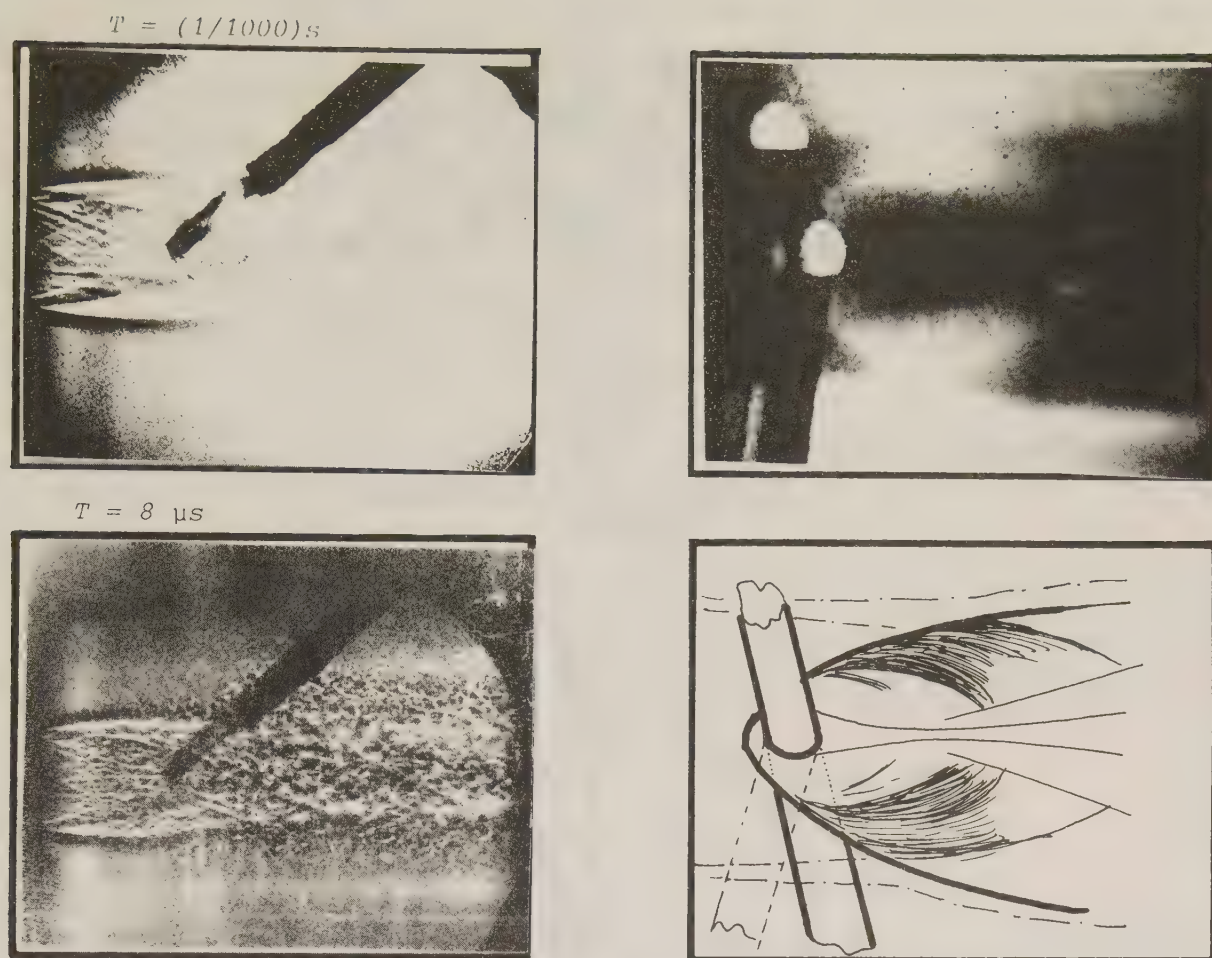


Figure 6 Obstacle cylindrique dans l'écoulement visualisé par ombroscopie et par diffusion

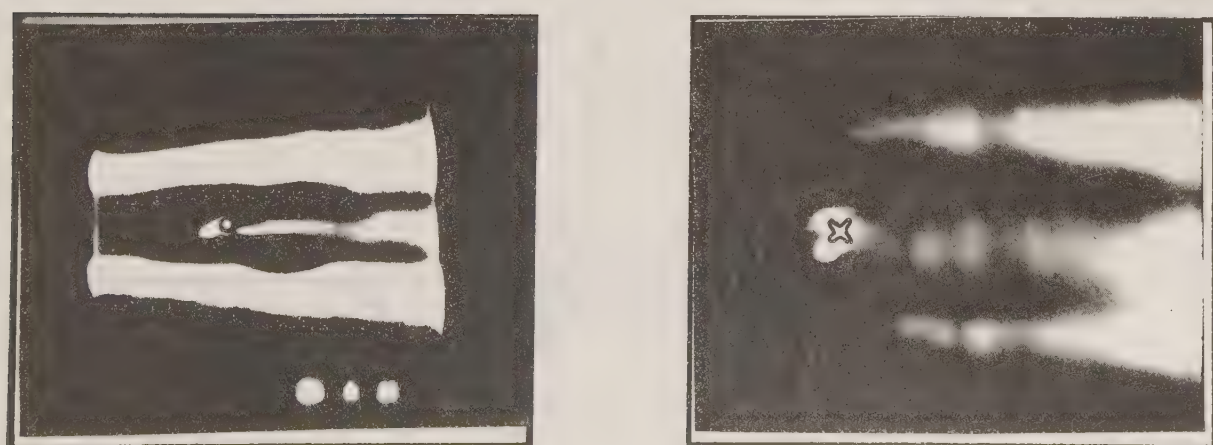


Figure 7

(Sillages turbulents en l'absence de fumées dans le jet)

envisager la diffusion d'une onde plane polarisée rectilignement par une particule de caractéristiques données. Dans bien des cas, la polarisation rectiligne n'est que l'idéalisation, aux incertitudes de mesure près, d'une vibration elliptique dont le petit axe est négligeable devant le grand, de sorte que l'absorption d'un analyseur parallèle au petit axe est suffisante pour donner une extinction totale. En outre, malgré la polarisation rectiligne de l'onde incidente, l'onde diffusée par les particules est le plus souvent polarisée elliptiquement, ce qui nécessite l'utilisation des paramètres de Stokes que nous rappelons ici.

II.2.1. L'onde électromagnétique diffusée est commodément représentable par les paramètres de Stokes.

Une onde électromagnétique plane polarisée elliptiquement peut se décrire par deux composantes rectangulaires du champ (électrique ou magnétique) définies par leur amplitude et leur phase (2) (3) (9) (10) (11).

$$\begin{cases} E_x = \text{Re} (E_1 \exp \{-j\phi_1 + jkz - j\omega t\}) = \text{Re} (\overline{E_x}) \\ E_y = \text{Re} (E_2 \exp \{-j\phi_2 + jkz - j\omega t\}) = \text{Re} (\overline{E_y}) \\ E_z = 0 \quad (\text{onde plane progressive suivant } Oz) \end{cases}$$

La connaissance de quatre paramètres (E_1 , E_2 , ϕ_1 , ϕ_2) définit parfaitement l'onde plane, dans sa forme la plus générale, c'est à dire elliptique, à savoir :

$$\frac{E_x}{E_1^2} + \frac{E_y}{E_2^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_1 E_2} \cos \phi = \sin^2 \phi \quad (\text{figure 8})$$

avec $\phi = \phi_1 - \phi_2$

Mais il est possible de choisir d'autres paramètres équivalents suivant leur commodité en fonction du problème traité (exemple : a , B , χ et le sens de rotation). Une notation commode est celle de la matrice de cohérence pour une onde plane quasi monochromatique (2) (3).

$$J = \begin{vmatrix} \langle \overline{E_x} \overline{E_x}^* \rangle & \langle \overline{E_x} \overline{E_y}^* \rangle \\ \langle \overline{E_x}^* \overline{E_y} \rangle & \langle \overline{E_y} \overline{E_y}^* \rangle \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{vmatrix}$$

dont la trace

$$I = \langle \overline{E_x} \overline{E_x}^* \rangle + \langle \overline{E_y} \overline{E_y}^* \rangle \quad \text{représente l'intensité totale transportée}$$

par l'onde

avec $\langle \rangle$ = moyenne temporelle

Une forme équivalente à celle-ci est la donnée des paramètres de Stokes.

II.2.3. Diffusion incohérente et additivité des paramètres de Stokes.

La propriété la plus importante des paramètres de Stokes est l'additivité de ceux-ci pour des ondes indépendantes entre elles. Ainsi, si l'on admet à grande distance que les ondes diffusées par les particules d'un milieu aléatoire sont sphériques (localement planes), et n'ont aucune corrélation entre elles, elles sont donc considérées comme indépendantes entre elles (ou totalement incohérentes). L'onde résultante en un point est donc donnée par :

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N I_i \\ \sum_{i=1}^N Q_i \\ \sum_{i=1}^N U_i \\ \sum_{i=1}^N V_i \end{pmatrix}$$

Pour des particules identiques éclairées de la même manière ceci se ramène à une simple multiplication par N. Il est alors aisé, connaissant les propriétés d'une particule de trouver les résultats d'ensemble. Sinon, le calcul des paramètres de Stokes globaux fait appel aux procédés statistiques usuels.

II.2.4. Fonction amplitude de diffusion et Matrice de Stokes (9) (10) (11)

(a) Notations utilisées :

Soit une onde plane polarisée rectilignement se propageant dans la direction $\underline{i}$, arrivant sur une particule ; cette onde peut s'écrire :

$$\underline{E_i}(\underline{r}) = E_i \underline{e_i} \exp \{jk(\underline{i} \cdot \underline{r})\}$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le nombre d'onde

$\underline{e_i}$ = vecteur unitaire de la direction de polarisation

$\underline{r}$ = vecteur unitaire de la direction incidente.

L'onde diffusée dans la direction $\underline{Q}$, sphérique à grande distance R s'écrit :

$$\underline{E_s}(\underline{r}) = E_i f(\underline{O}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR\}}{R}$$

$$R > \frac{D^2}{\lambda}$$

D étant la dimension caractéristique de la particule et ceci, quelle

que soit l'onde incidente.

Si l'on désire tenir compte du fait que l'onde incidente peut être polarisée elliptiquement, on est amené à définir le système de coordonnées suivant (figure 10), (2) (3) (9) (10) (11).

Il est évident que les composantes du champ sont alors liées par une relation linéaire.

$$\begin{vmatrix} E_{sr} \\ E_{sl} \end{vmatrix} = \frac{\exp jkR}{R} \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_{ri} \\ E_{li} \end{vmatrix}$$

$E_{i0\perp}$ et $E_{i0//}$ étant évaluées à l'origine ($x = y = z = 0$)

(b) Section efficace de diffusion et théorème de diffusion en avant :

On appelle section efficace différentielle de diffusion la quantité

$$\sigma_d(\underline{o}, \underline{i}) = \lim_{R \rightarrow \infty} \left(R^2 \frac{|S_s|}{|S_i|} \right) = |\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2$$

avec $\underline{S}_i$ = vecteur de Poynting complexe incident

$$\underline{S}_i = 1/2 (\underline{E}_i \wedge \underline{H}_i^*) = \frac{|\underline{E}_i|^2}{2\eta_0} \underline{i}$$

et $\underline{S}_s$ = vecteur de Poynting complexe diffusé

$$\underline{S}_s = 1/2 (\underline{E}_s \wedge \underline{H}_s^*) = \frac{|\underline{E}_s|^2}{2\eta_0} \underline{o}$$

où $\underline{E}$ et $\underline{H}$ sont respectivement les champs électrique et magnétique

$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ est l'impédance caractéristique du milieu.

σ_d est homogène à une surface par unité d'angle solide. On appelle section efficace totale de diffusion la quantité :

$$\sigma'_s = \int_{4\pi} \sigma_d d\Omega \quad \Omega = \text{angle solide}$$

Notons que la quantité $(|\underline{E}_i|^2 \sigma_s)$ représente la fraction de l'énergie incidente diffusée par la particule dans tout l'espace et $(|\underline{E}_i|^2 \sigma_d)$ la densité d'énergie diffusée.

σ_s mesure donc l'énergie totale diffusée pour une énergie incidente unité. Si l'on tient compte de l'absorption de la particule on définit :

$$(\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a)$$

σ_a = énergie absorbée par la particule pour une énergie incidente unité.

σ_t est liée à la fonction amplitude par le théorème de diffusion vers l'avant (2) (9) (11).

$$\sigma_t = \left(\frac{4\pi}{k}\right) \text{Im} (\bar{f}(\underline{i}, \underline{i})) \underline{e}_i$$

Pour une onde incidente plane polarisée rectilignement.

$$\sigma_t = \left(\frac{4\pi}{k}\right) \text{Im} \bar{f}_{11}(0) = \left(\frac{4\pi}{k}\right) \text{Im} \bar{f}_{22}(0)$$

(c) Section de diffusion, Intensité et puissance diffusées.

Par définition, l'intensité d'une onde lumineuse représente la densité surfacique de flux de puissance, et correspond, à un facteur près, au module de la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting, partie réelle du vecteur de Poynting complexe (2) (3).

$$\begin{aligned} \frac{I_s}{2\eta} &= | \langle \underline{P}_s \rangle | = | \text{Re} \{ \underline{S} = 1/2 (\underline{E}_s \wedge \underline{H}_s^*) \} | \\ &= \left| \frac{\underline{E}_s \underline{E}_s^*}{2\eta} \underline{0} \right| = \frac{\underline{E}_s \underline{E}_s^*}{2\eta} \end{aligned}$$

sachant que $\langle P(t) \rangle = \int_S \underline{n} \langle P \rangle ds$ représente la puissance qui traverse la surface S , frontière du volume V , en moyenne, l'intensité lumineuse de l'onde représente donc la valeur moyenne de la puissance émise par un volume diffusant.

$$\begin{aligned}
 \left\langle \frac{dw}{dt} \right\rangle &= \left\langle P_s(t) \right\rangle = \int_S \underline{o} \cdot \frac{E_s E_s^*}{2\eta} \underline{o} dS \\
 &= E_i^2 \int_S \frac{|f(\underline{o}, \underline{i})|^2}{2\eta r^2} dS \\
 &= \int_S \frac{I_s}{2\eta} dS
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Donc } \left\langle P_s(t) \right\rangle_R &= I_O \int_{4\pi} \frac{\sigma_d}{2\eta} \frac{dS}{r^2} \\
 &= I_O \int_{4\pi} \frac{\sigma_d}{2\eta} d\Omega = \frac{I_O}{2\eta} \sigma_s
 \end{aligned}$$

$$\text{D'où } I_O \sigma_s = \int_S I_s dS = I_O \int_S \sigma_d \frac{dS}{r^2}$$

représente l'énergie diffusée par la particule dans tout l'espace (au facteur 2η près) et $I_s r^2 = I_O \sigma_d = 2\eta \left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle$ représente, au facteur 2η près, la puissance moyenne émise par la particule par unité d'angle solide, dans une direction donnée, l'intensité diffusée par la particule dans une direction donnée s'écrit :

$$I_s = I_O \frac{\sigma_d}{r^2}$$

(d) *Matrice de Stokes.*

Si la fonction f d'amplitude est connue, les paramètres de Stokes de l'onde diffusée et de l'onde incidente sont reliés par la matrice de Stokes :

$$\begin{vmatrix} I_s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_{1s} \\ I_{2s} \\ Q_s \\ V_s \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} I_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_{1i} \\ I_{2i} \\ Q_i \\ V_i \end{vmatrix}$$

avec

$$I_s = \frac{1}{R^2} \left\| \sigma \right\| \left\| I_i \right\|$$

$$\text{où } [\sigma] = \begin{vmatrix} |\bar{f}_{11}|^2 & |\bar{f}_{12}|^2 & \text{Re} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{12}^* \} & -\text{Im} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{12}^* \} \\ |\bar{f}_{21}|^2 & |\bar{f}_{22}|^2 & \text{Re} \{ \bar{f}_{21} \bar{f}_{22}^* \} & -\text{Im} \{ \bar{f}_{21} \bar{f}_{22}^* \} \\ 2\text{Re} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{21} \} & 2\text{Re} \{ \bar{f}_{12} \bar{f}_{22}^* \} & \text{Re} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{22}^* + \bar{f}_{12} \bar{f}_{21}^* \} & -\text{Im} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{22}^* - \bar{f}_{12} \bar{f}_{21}^* \} \\ 2\text{Im} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{21} \} & 2\text{Im} \{ \bar{f}_{12} \bar{f}_{22}^* \} & \text{Im} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{22}^* + \bar{f}_{12} \bar{f}_{21}^* \} & \text{Re} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{22}^* - \bar{f}_{12} \bar{f}_{21}^* \} \end{vmatrix}$$

Cette matrice σ se simplifie lorsque les particules présentent des symétries. En particulier pour des particules sphériques

$$\bar{f}_{12} = \bar{f}_{21} = 0$$

Il ne reste donc que les quatre termes

$$|\bar{f}_{11}|^2, |\bar{f}_{22}|^2, \text{Re} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{22}^* \} \text{ et } \text{Im} \{ \bar{f}_{11} \bar{f}_{22}^* \}$$

(e) Influence de la répartition de taille.

En général on a affaire à une répartition de taille des particules dont on appellera D une grandeur caractéristique (le diamètre par exemple).

Soit $n(D)$, le nombre de particules par unité de volume de taille comprise entre D et $(D + dD)$. Le nombre total de particules par unité de volume est alors

$$\rho = \int_0^\infty n(D) dD$$

qui est appelé densité.

Soit $p(D)$ la probabilité de trouver une particule entre D et $(D + dD)$

$$p(D) = \frac{n(D)}{\rho}$$

et
$$\int_0^\infty p(D) dD = 1$$

La grandeur moyenne envisagée (par exemple l'intensité lumineuse, ou la section efficace de diffusion) sera donnée par la moyenne statistique pondérée par la fonction densité de probabilité

$$\langle \sigma_t \rangle = \int_0^\infty \sigma_t(D) p(D) dD$$

sa variance sera

$$\text{var}(\sigma_t) = \int_0^\infty \sigma_t \left[(D) - \langle \sigma_t \rangle \right]^2 p(D) dD$$

De même on aura la grandeur moyenne

$$\langle D \rangle = \int_0^\infty D \cdot p(D) dD$$

Conclusion : Ainsi tout problème de diffusion par un milieu aléatoire revient à (41 69):

- Déterminer l'amplitude de diffusion (F) et en déduire le coefficient d'extinction (44, 46, 48, 49, 51, 61)

- Déterminer la distribution de tailles et la concentration (41, 42, 43, 45, 47, 50, 55, 60, 67).
- Calculer les paramètres de Stokes de l'onde diffusée par intégration simple des autres paramètres à cause du caractère aléatoire de la répartition de particules qui rend les diverses ondes diffusées incohérentes entre elles.

Dès qu'une relation d'ordre, même partiel apparaît, les paramètres de Stokes ne peuvent plus être obtenus qu'à partir des moyennes sur les composantes des champs, qui gardent leur caractère d'additivité, à l'inverse des combinaisons de produits deux à deux de ces composantes.

II.3. LES PARADOXES EXPERIMENTAUX ; MILIEU PARTIELLEMENT ORDONNE.

Lorsqu'on introduit des microparticules dans un fluide, il est fort probable qu'elles se répartissent statistiquement de façon homogène au sein de celui-ci, de sorte que la densité ρ_p de particules soit proportionnelle à la masse volumique ρ du gaz. Bien qu'aucune loi ne puisse mettre le phénomène en évidence, il est raisonnable d'entériner cette assertion : en effet, l'apport ou la création de traceurs étant réalisé en amont de la chambre de tranquillisation, le mélange air-particules est un mélange homogène, si l'on néglige les fluctuations de densité. Par suite, les traceurs étant suffisamment petits pour suivre l'écoulement dans de bonnes conditions, il est clair que la proportion de densités doit être respectée, sauf en aval des ondes de choc à la traversée desquelles les particules sont ralenties mettant ainsi un temps τ , appelé temps de relaxation ((25) (26) (37)) avant d'être à nouveau en phase avec l'écoulement. Par ailleurs, l'homogénéité du mélange est un argument supplémentaire pour considérer le milieu diffusant comme parfaitement aléatoire, à l'image du gaz qu'il représente ; cette hypothèse, séduisante a priori est toutefois fortement critiquable : si l'on tient compte de la disproportion de taille et de nombre entre les particules et les molécules du gaz, il est évident que les deux assemblées n'obéissent pas aux mêmes critères statistiques.

Compte tenu de ces deux hypothèses et du mode d'enregistrement envisagé, l'intensité reçue en tout point de l'image formée sur un récepteur quadratique à travers un système supposé parfaitement stigmatique sera proportionnelle à la masse volumique en un point (supposée constante sur un volume δV) pour un type de particules donné.

En effet la densité de puissance émise par une particule s'écrit :

$$\langle I_0 \sigma_D \rangle = I_0 \langle |f(\underline{o}, \underline{i})|^2 \rangle$$

$$f(\underline{o}, \underline{i}) = \text{amplitude de diffusion}$$

la moyenne étant prise sur toutes les positions que peut prendre la particule.

Si l'on envisage le volume $\delta V(M)$, il comporte un nombre de particules (abstraction faite de la dispersion de tailles)

$$n_s = \rho(M) \delta V$$

l'intensité reçue par l'image s'écrit

$$\begin{aligned} I(M') &= \delta V \cdot I_0 \int_{\Omega_0} \langle |f(\underline{o}, \underline{i})|^2 \rangle \rho(M) d\Omega \\ &= I_0 \delta V \cdot \rho(M) \int_{\Omega_0} \langle |f(\underline{o}, \underline{i})|^2 \rangle d\Omega \end{aligned}$$

Donc, pour un milieu aléatoire, on peut écrire

$$I(M') = K (\text{objectif, type de particules utilisées, } \lambda) \rho(M)$$

Compte tenu de ces conclusions, les clichés obtenus par ce procédé de visualisation devraient refléter la valeur moyenne de la densité $\rho(M)$ de l'écoulement, étant donné les temps d'exposition envisagés.

Cependant, si l'on compare les visualisations effectuées avec les résultats mesurés en aérodynamique, la correspondance entre l'intensité diffusée et la masse volumique locale est loin d'être aussi évidente. En effet, dans tout écoulement, l'intensité de la lumière diffusée devrait varier de façon continue, sauf en présence de discontinuités (ondes de choc). Or, dans certaines zones, la luminosité devient nulle, (en sortie de tuyère par exemple), et se trouve renforcée en d'autres régions du jet (zone aval dans l'éjecteur, ou zones de mélange dans les jets libres (figures 3 et 5a)), sans que la masse volumique locale ne subisse pour autant de variations aussi brutales (Cf. § II.3.1. deuxième partie par exemple).

De plus, une faible augmentation de la concentration des traceurs révèle les zones obscures (figure 5b), sans toutefois éliminer totalement les contrastes "aberrants", notamment entre la "zone de mélange" et la zone interne du jet libre, faisant ainsi état d'une "discontinuité" qui n'affecte pas le profil habituel d'un tel jet.

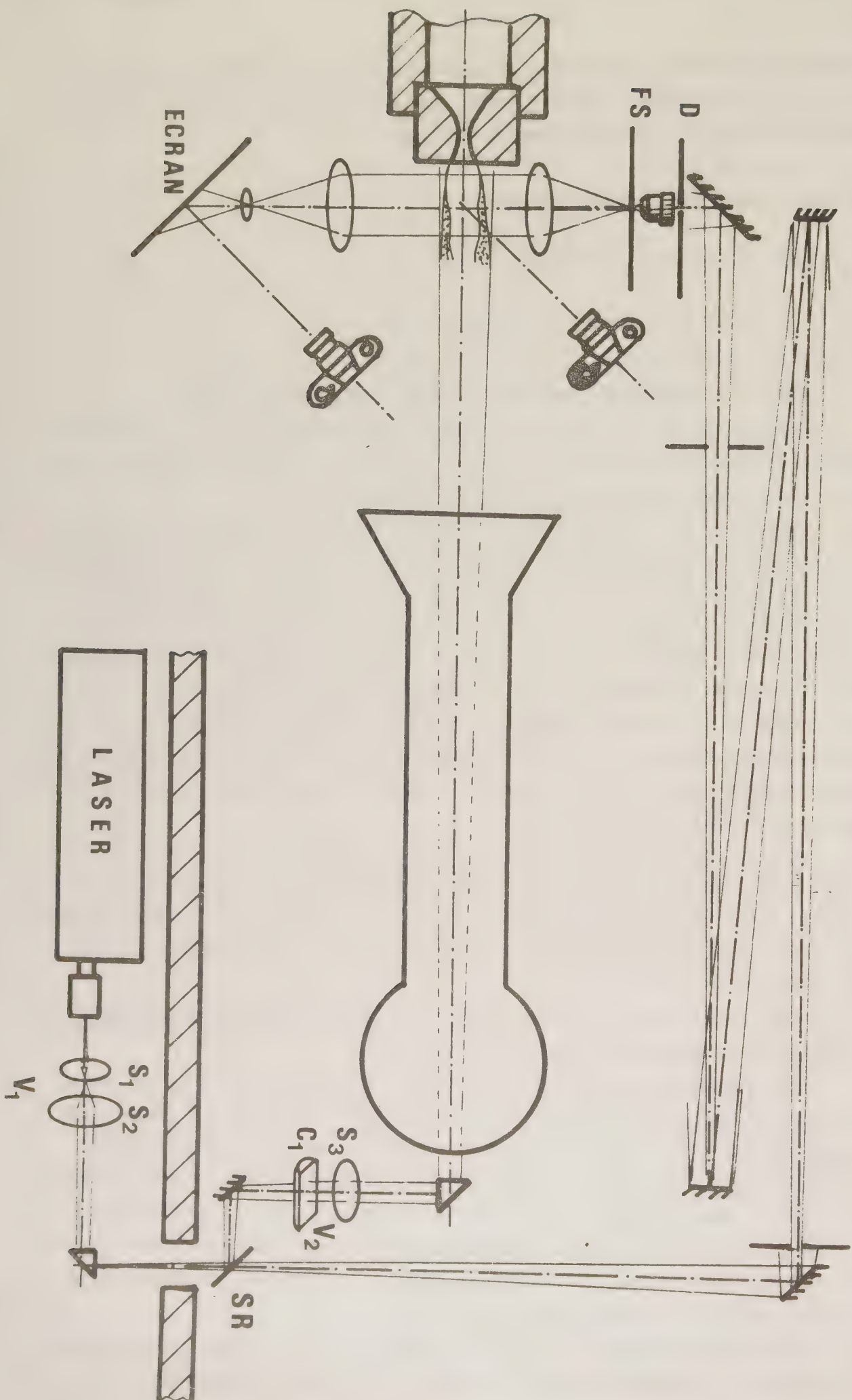
Nous avons dans un premier temps cherché à expliquer les phénomènes en envisageant diverses éventualités :

- La concentration de traceurs augmente par nucléation dans les zones de mélange. L'analyse des phénomènes de nucléation montre que les germes étant uniformément répartis, celle-ci se produit dans les zones les plus froides, c'est-à-dire au centre du jet (19) (21) (22) (23) (55) (56) ; voir également les ouvrages d'Aérodynamique sur les chocs de condensation, en particulier : Brun, Martinot-Lagarde, Mathieu, Mécanique des Fluides, pages 461-463, Dunod 1968. Or, même en faisceau lumineux concentré, aucun choc de condensation n'est décelable à faible ou haute vitesse.

Lorsqu'elle existe, la diffusion lumineuse est uniforme à l'intérieur de la chambre de tranquillisation, éliminant ainsi cette hypothèse.

Figure 11

FS : Filtre spatial - S : optique sphérique - C : optique cylindrique -
 V_1, V_2 : véhicules - SR : semi réfléchissante - D : diaphragme



- Les particules les plus lourdes sont chassées à la périphérie du jet par gradient de pression. Si tel était le cas, les zones fortement diffusantes devraient évoluer en fonction de la dispersion des traceurs. Nous avons effectué des essais depuis un filtrage énergétique pendant le remplissage des réservoirs d'air comprimé (purge toutes les 10 minutes, alumine grillée à 900°, changée toutes les heures au cours de cette phase), jusqu'à une absence quasi totale de filtrage. Nous n'avons observé qu'une perte de contraste due essentiellement à l'intervention des diffusions multiples (§IV, première partie) ; aucune évolution géométrique des discontinuités n'a été décelable. En outre, si la luminosité des zones de mélange était due à cet effet, celui-ci devrait se manifester dès l'apparition des gradients de pression engendrés par la détente, c'est-à-dire à partir du col de la tuyère. Or aucun phénomène semblable n'est visible dans le divergent, la zone de mélange ne prenant naissance qu'au point de discontinuité entre celui-ci et l'atmosphère extérieure (discontinuité due à l'élargissement brusque de la veine). Sans nul doute présent dans le jet, cet effet inertiel ne saurait à lui seul rendre compte des phénomènes observés.

- Des particules étrangères au jet sont introduites au niveau des zones de mélange. Entre autres, la vapeur d'eau atmosphérique pourrait condenser à l'intérieur de celles-ci, sans pénétrer dans le jet proprement dit, tout comme les poussières environnantes, engendrant ainsi dans ces zones de mélange une concentration anormale responsable de l'effet de diffusion marqué qui les caractérise. C'est de très loin l'écueil le plus sévère que nous ayons rencontré car ces paramètres sont par nature parfaitement incontrôlables sans faire appel à de gigantesques moyens. Toutefois, nous avons pu réfuter ces arguments ; d'une part, la température des zones marginales, proche de la température ambiante ne saurait provoquer une telle condensation. D'autre part, nous avons effectué un montage mettant le jet à l'abri des poussières atmosphériques extérieures, en entourant celui-ci d'une gaine transparente de diamètre suffisant pour ne pas introduire de perturbations ; aucune modification n'a été enregistrée. Notons enfin, et c'est l'argument le plus solide, que dans le cas d'un éjecteur, le jet est totalement isolé de l'atmosphère libre.

Il fallait alors trouver une autre explication. Celle-ci nous a été suggérée par l'analyse comparée des structures de jets libres visualisés simultanément par diffusion lumineuse et ombroscopie en éclairage cohérent. (Cf. §IV.3, deuxième partie, pour les détails de ce dernier procédé). Le schéma de principe est représenté figure 11. Les figures 5a, 5b, 5c, 5d et 5e rendent compte des résultats obtenus ; elles mettent clairement en évidence le caractère turbulent des zones de mélange observées dans notre système, attirant ainsi notre attention sur le rôle joué par la turbulence dans la diffusion

lumineuse. Dès lors, nous pouvions regarder nos visualisations sous un jour nouveau ; en effet, le jet en sortie de tuyère est, d'après les aérodynamiciens, relativement ordonné même en présence d'un éjecteur, c'est-à-dire qu'il ne contient pas de bouffées de turbulences grossières du type de celles que l'on observe dans les zones de mélange. Ces régions, qui coïncident en outre avec des zones à haute vitesse apparaissent noires dans les visualisations sans apport de fumées. Ceci peut donc s'interpréter de trois manières, qui au demeurant ne s'excluent pas mutuellement :

- la concentration de particules est trop faible dans le coeur de l'écoulement pour être décelable.

- L'éclairage étant cohérent, les ondes diffusées par les diverses particules sont cohérentes entre elles à la fois spatialement et temporellement et peuvent interférer. L'intensité diffusée dans une direction donnée est caractéristique non seulement de la nature, de la forme et de la taille des diffuseurs, mais encore de leurs positions géométriques mutuelles au sein du jet, c'est-à-dire de leur degré "d'organisation". Or, il est bien connu que les milieux ordonnés, même dans le cas d'ordre à courte distance, ont un taux de diffusion moindre que les liquides et les gaz, totalement aléatoires.

- Pour un même trajet moyen parcouru avec la même vitesse moyenne, une particule "turbulente" a un temps de passage plus long devant l'oeil ou l'objectif, augmentant du même coup l'énergie diffusée pendant un intervalle de temps Δt , (temps de réponse de l'oeil ou du système d'enregistrement).

Afin de consolider nos hypothèses, nous avons introduit une relation de "désordre" au sein du jet par la présence d'un obstacle engendrant un sillage turbulent. Les résultats sont donnés par les figures 6 et 7. Bien que, dans ces conditions, les ombroscopies ne donnent que des indications grossières, la correspondance entre zones turbulentes et zones calmes apparaît toutefois avec netteté. Il nous restait alors à mettre en relief le rôle joué par le "degré de désordre" de l'écoulement, dans le cadre de nos deux dernières hypothèses sur un plan plus théorique, sans entrer dans les détails de la "turbulence fine" et de son influence sur le signal qui constituent à eux seuls un vaste domaine de recherche ((8) (11) (91)). C'est ce qui est fait dans la suite du présent travail ; mais avant de développer nos idées, il est bon de rappeler les résultats fondamentaux propres à la diffusion par une particule. A cet égard, comme nous l'avons signalé auparavant, la forme sphérique constitue une excellente approximation et souvent la seule possible ; c'est pourquoi nous nous sommes adressés à la théorie rigoureuse de Mie dont nous formulons ci-après les principaux résultats.

CHAPITRE III

DIFFUSION PAR UNE PARTICULE SPHERIQUE HOMOGENE UTILISEE COMME TRACEUR

THEORIE RIGOUREUSE DE MIE.

La solution de la diffusion par une sphère homogène et isotrope d'une onde plane polarisée rectilignement a été obtenue par Mie (1908) et la théorie qui en découle porte son nom. Nous ne donnons ici qu'un bref aperçu de la solution de Mie qui a depuis été développée dans de nombreux ouvrages généraux (2) (9) (10) (11) et de non moins nombreux articles (41 → 69). Celle-ci fait appel à la résolution des équations de Maxwell, complétées par les équations classiques de continuité des champs à la traversée des surfaces séparatrices des milieux ; la symétrie du problème suggère l'emploi des coordonnées sphériques. Une méthode commode de calculs est celle de Brömmwich, développée ci-après.

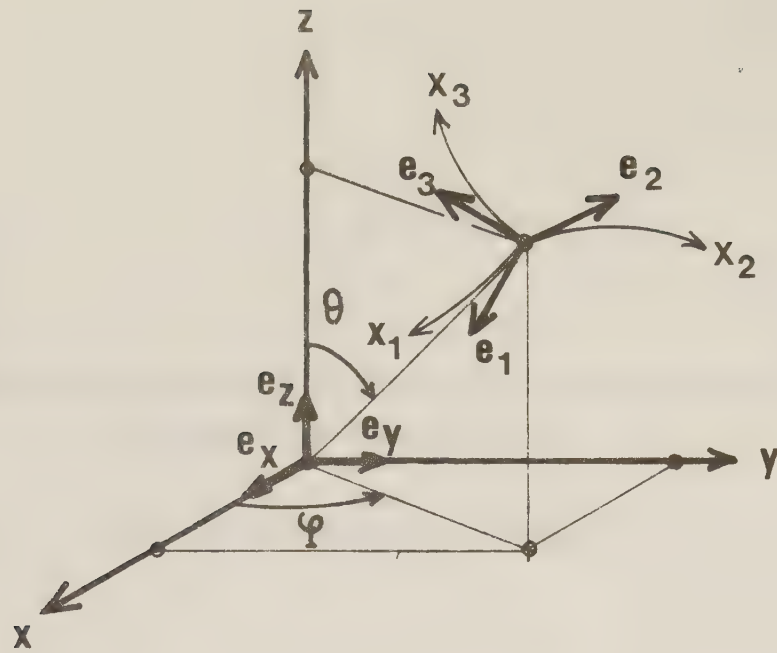


Figure 12

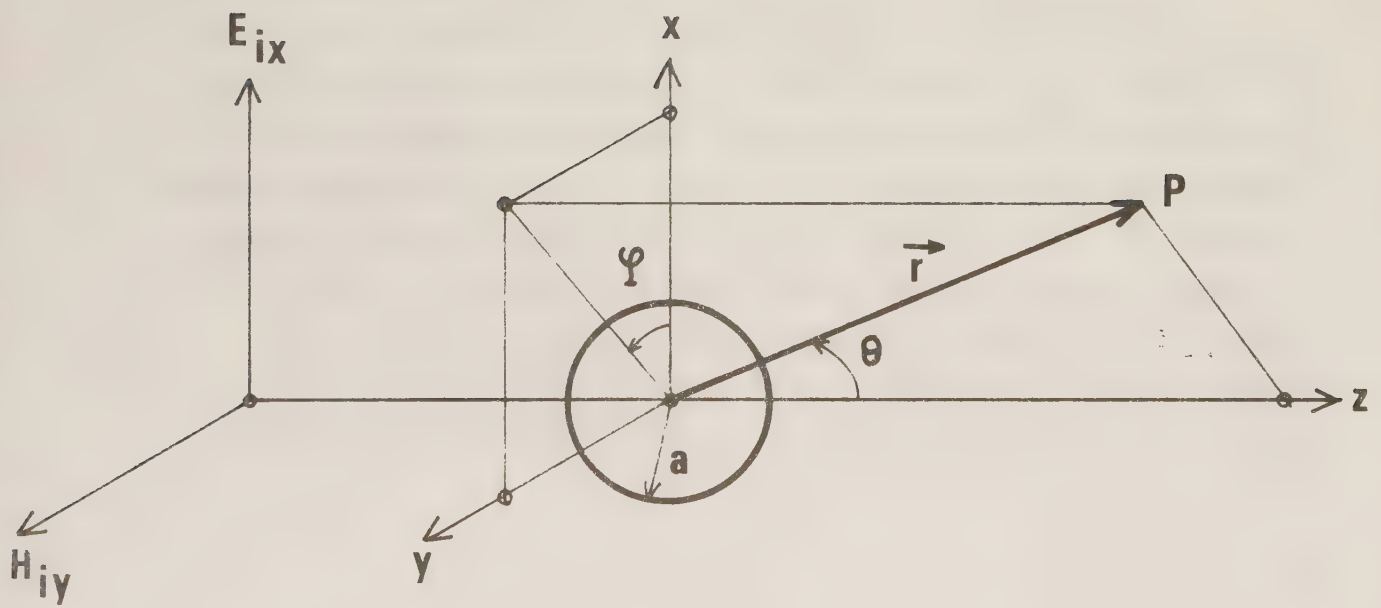


Figure 13

III.1. RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL EN COORDONNEES CURVILIGNES ORTHOGONALES ; METHODE DE BRÖMICH (1)

Soit un système de coordonnées curvilignes orthogonales (figure 12) défini par rapport à x, y, z , base cartésienne, par les relations :

$$\begin{aligned} x &= X(x_1, x_2, x_3) & x_1 &= X_1(x, y, z) \\ y &= Y(x_1, x_2, x_3) & y_1 &= Y_1(x, y, z) \\ z &= Z(x_1, x_2, x_3) & z_1 &= Z_1(x, y, z) \end{aligned}$$

On en déduit aisément l'élément de longueur

$$dM^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = g_1^2 dx_1^2 + g_2^2 dx_2^2 + g_3^2 dx_3^2$$

où $g_i = \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)^2 \right\}^{1/2}$

Si l'on se place en coordonnées sphériques :

$$u = r, \quad v = \theta, \quad \omega = \phi$$

$$\begin{aligned} x &= r \sin\theta \cos\phi \\ y &= r \sin\theta \sin\phi \\ z &= r \cos\theta \end{aligned}$$

$$g_1 = 1, \quad g_2 = r, \quad g_3 = r \sin\theta$$

Les équations de Maxwell dans un milieu homogène isotrope s'écrivent :

$$(1) \quad \text{rot } \underline{E} + \mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} = 0$$

$$(2) \quad \text{rot } \underline{H} - \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = 0$$

$$(3) \quad \text{div } \underline{E} = 0$$

$$(4) \quad \text{div } \underline{H} = 0$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{dM} &= e_x dx + e_y dy + e_z dz \\ &= e_1 g_1 dx_1 + e_2 g_2 dx_2 + e_3 g_3 dx_3 \end{aligned}$$

En coordonnées curvilignes orthogonales, les équations s'écrivent sous la forme symbolique

$$(1,2) \quad \frac{1}{g_1 g_2 g_3} \begin{vmatrix} g_1 & \underline{e}_1 & g_2 & \underline{e}_2 & g_3 & \underline{e}_3 \\ \partial_1 & & \partial_2 & & \partial_3 & \\ g_1 \left| \begin{smallmatrix} E_1 \\ H_1 \end{smallmatrix} \right. & g_2 \left| \begin{smallmatrix} E_2 \\ H_2 \end{smallmatrix} \right. & g_3 \left| \begin{smallmatrix} E_3 \\ H_3 \end{smallmatrix} \right. \end{vmatrix} + \left(\frac{+\mu}{-\epsilon} \right) \partial_t \{ \underline{e}_1 \left| \begin{smallmatrix} H_1 \\ E_1 \end{smallmatrix} \right. + \underline{e}_2 \left| \begin{smallmatrix} H_2 \\ E_2 \end{smallmatrix} \right. + \underline{e}_3 \left| \begin{smallmatrix} H_3 \\ E_3 \end{smallmatrix} \right. \} = 0$$

$$(3,4) \quad \operatorname{div} \left| \frac{E}{H} \right| = 0 = \frac{1}{g_1 g_2 g_3} \{ \partial_1 (g_2 g_3 \left| \begin{smallmatrix} E_1 \\ H_1 \end{smallmatrix} \right.) + \partial_2 (g_1 g_3 \left| \begin{smallmatrix} E_2 \\ H_2 \end{smallmatrix} \right.) + \partial_3 (g_1 g_2 \left| \begin{smallmatrix} E_3 \\ H_3 \end{smallmatrix} \right.) \}$$

$$\text{où} \quad \partial_t = \frac{\partial}{\partial t} \quad \partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \quad \partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$$

La solution générale de ce système s'obtient en superposant deux solutions particulières :

$$\underline{E} = \underline{E}^{(e)} + \underline{E}^{(m)}$$

$$\underline{H} = \underline{H}^{(e)} + \underline{H}^{(m)}$$

* la première s'obtient en écrivant $H_1^{(e)} = 0$ (onde transverse magnétique ou onde E , notée $A^{(e)}$).

* la deuxième en écrivant $E_1^{(m)} = 0$ (onde transverse électrique ou onde H notée $A^{(m)}$).

La méthode de Brömwich est valable lorsque :

$$(a) \quad g_1 = g(x_1) \text{ seul soit } \partial_1 g_1 = g'(x_1) \text{ soit } g_1 = 1$$

$$(b) \quad \frac{g_2}{g_3} \text{ est indépendant de } x_1$$

Celle-ci s'applique aux coordonnées sphériques où $g_1 = 1$
et $\frac{g_2}{g_3} = \frac{1}{\sin \theta}$ ne dépend pas de $x_1 = r$

La condition imposée fait que toute fonction obéissant aux équations de Maxwell (1) et (2), vérifie automatiquement les équations (3) et (4).

On peut montrer dans ces conditions que :

- l'onde électrique (TM) ($H_1 = 0$) obéit à :

$$\left(\begin{array}{l} E_1^{(e)} = \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial x_1^2} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial t^2} \\ E_2^{(e)} = \frac{1}{g_2} \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial x_1 \partial x_2} \\ E_3^{(e)} = \frac{1}{g_3} \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial x_2 \partial x_3} \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{l} H_1^{(e)} = 0 \\ H_2^{(e)} = \frac{\epsilon}{g_3} \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial x_3 \partial t} \\ H_3^{(e)} = \frac{-\epsilon}{g_2} \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial x_2 \partial t} \end{array} \right.$$

- l'onde magnétique (TE) ($E_1 = 0$) obéit à :

$$\left(\begin{array}{l} E_1^{(m)} = 0 \\ E_2^{(m)} = -\frac{\mu}{g_3} \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial x_3 \partial t} \\ E_3^{(m)} = \frac{\mu}{g_2} \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial x_2 \partial t} \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{l} H_1^{(m)} = \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial x_1^2} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial t^2} \\ H_2^{(m)} = \frac{1}{g_2} \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2} \\ H_3^{(m)} = \frac{1}{g_3} \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_3} \end{array} \right.$$

avec $\underline{E} = \underline{E}^{(e)} + \underline{E}^{(m)}$ et $\underline{H} = \underline{H}^{(e)} + \underline{H}^{(m)}$

Chacune des fonctions $U(x_1, x_2, x_3)$ obéit à l'équation de Brömmich :

$$\epsilon \mu \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \partial_1^2 U + \frac{1}{g_2 g_3} \partial_2 \left\{ \left(\frac{g_3}{g_2} \partial_2 U \right) + \partial_3 \left(\frac{g_2}{g_3} \partial_3 U \right) \right\}$$

En régime sinusoïdal on pose : $\bar{U} = U(x_1, x_2, x_3) \exp(\pm j\omega t)$

$$\epsilon \mu v^2 = 1 \quad \text{avec} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

Il vient alors :

$$\boxed{\partial_1^2 U + \frac{1}{g_2 g_3} \left\{ \partial_2 \left(\frac{g_3}{g_2} \partial_2 U \right) + \partial_3 \left(\frac{g_2}{g_3} \partial_3 U \right) \right\} + k^2 U = 0}$$

Cette équation ne diffère de l'équation de Helmholtz-Laplace que par le premier terme qui serait pour $f_1 = 1$

$$\left\{ \frac{1}{g_2 g_3} \partial_1 (g_2 g_3 \partial_1 U) \right\}$$

En coordonnées sphériques il suffit de poser $U = x_1 v$ pour retrouver l'équation de Laplace en v

$$\Delta v + k^2 v = 0$$

v_e et v_m sont les composantes radiales du vecteur de Hertz Electrique et magnétique ((2) (3) (10) (11))

$$\underline{v_{er}} = v_e \frac{r}{r} \quad \text{et} \quad \underline{v_{mr}} = v_m \frac{r}{r}$$

A l'intérieur de la sphère, v obéit à

$$\Delta v + k^2 n^2 v = 0$$

où $n^2 = \epsilon_r \mu_r$ est l'indice de la substance.

III.2. APPLICATION AU PROBLEME POSE, A SAVOIR UNE PARTICULE DIELECTRIQUE SPHERIQUE, D'INDICE DE REFRACTION COMPLEXE $\bar{n}$.

Nous envisageons donc une onde plane progressive le long de l'axe Oz , polarisée rectilignement suivant l'axe Ox (Figure 13) dont l'amplitude est uniforme sur la section droite de la sphère.

On note I ce qui a trait au milieu ambiant

II ce qui a trait à la sphère de rayon a

$$\underline{E_i} = E_x \underline{i}, \quad E_x = \exp\{jk_I z\} \quad \text{avec} \quad |\underline{E_i}| = 1$$

$$\underline{H_y} = \frac{jk_I}{k_2} \exp\{jk_I z\}$$

$$E_y = E_z = H_x = H_z = 0$$

$$\text{et} \quad k_2^I = (j\omega\mu)^I$$

L'équation de Brömwich en coordonnées sphériques, avec $g_1 = 1, G_2 = r, G_3 = r \sin\theta$ devient

$$\frac{\partial^2 U}{r^2} + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \{ \partial_\theta (\sin\theta \partial_\theta U) + \partial_\phi \left(\frac{1}{\sin\theta} \partial_\phi U \right) \} + k^2 U = 0$$

en posant $U = \sqrt{r} F(r, \theta, \phi)$ on se ramène à une équation en F , que l'on peut résoudre grâce au produit de Laplace $F = R(r) \cdot \phi(\phi) \cdot \Theta(\theta)$

ce qui donne

$$(5) \quad \frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\phi^2} + m^2 = 0 \quad \text{soit} \quad \phi = \frac{\sin}{\cos} m\phi$$

$$(6) \quad \frac{1}{\Theta} \left\{ \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \frac{d\Theta}{d\theta} \right\} - \frac{m^2}{\sin^2\theta} + q^2 = 0$$

$$(7) \quad \frac{1}{R} \left\{ \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right\} - \frac{q^2 + \frac{1}{4}}{r^2} + k^2 = 0$$

En posant $q^2 = n(n+1)$ et $z = \cos \theta$, l'équation (6) se ramène à l'équation différentielle des fonctions de Legendre associée dite des harmoniques sphériques.

$$(1-z^2) \frac{d^2 \Theta}{dz^2} - 2z \frac{d\Theta}{dz} + \{ n(n+1) - \frac{m^2}{1-z^2} \} \Theta = 0$$

dont la solution finie pour z réel tel que $|z| \leq 1$ est donnée par

$$P_n^m(z) = (-1)^m \frac{d^m}{dz^m} P_n(z)$$

où $P_n(z)$ est un polynôme de Legendre d'ordre n

Enfin, l'équation (7) devient, en posant $u = kr$

$$\frac{d^2 R}{du^2} + \frac{1}{u} \frac{dR}{du} + \left\{ 1 - \frac{\nu^2}{u^2} \right\} R = 0 \quad \text{où } \nu = \left(n + \frac{1}{2}\right)$$

Equation différentielle de Bessel dont la solution est :

$$R = \begin{vmatrix} J_{n+1/2}(kr) \\ Y_{n+1/2}(kr) \end{vmatrix}$$

J et Y étant les fonctions de Bessel, respectivement de première et de deuxième espèce.

La solution générale du problème s'écrit donc :

$$U = \sqrt{r} \begin{vmatrix} \cos \\ \sin \end{vmatrix} (m \phi) P_n^m \cos \theta \begin{vmatrix} J_{n+1/2}(kr) \\ Y_{n+1/2}(kr) \end{vmatrix}$$

$$\text{soit en posant} \quad \psi_n = \sqrt{\frac{\pi \rho}{2}} J_{n+1/2}(\rho)$$

$$\text{et} \quad \chi_n = \sqrt{\frac{\pi \rho}{2}} Y_{n+1/2}(\rho)$$

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n P_n^m \cos \theta (a_m \cos m\phi + b_m \sin m\phi) \{ c_n \psi_n(\rho) + d_n \chi_n(\rho) \}$$

La détermination des constantes d'intégration fait appel aux équations de continuité.

III.3. DETERMINATION DES CONSTANTES D'INTEGRATION PAR LES CONDITIONS AUX LIMITES (EQUATIONS DE CONTINUITE).

Pour pouvoir écrire la continuité des grandeurs électriques, il est nécessaire de connaître le champ incident sous forme de développements en

série du type précédent, ou, plus exactement de déterminer la potentiel U_i de l'onde incidente sous forme d'un développement de forme indentique à $U^{(e)}$ ou $U^{(m)}$.

En écrivant l'onde incidente dans le système de coordonnées sphériques, il vient :

$$E_1 = E_r = \frac{\partial^2 U_i}{\partial r^2} + k_I^2 U_i = \sin\theta \cos\phi \exp \{jk_I r \cos\theta\}$$

avec (formule de Bauer)

$$\begin{aligned} \exp \{jk_I r \cos\theta\} &= \left(\frac{\pi}{2kr}\right)^{1/2} \sum_0^\infty j^n (2n+1) \{J_{n+1/2}(kr)\} P_n(\cos\theta) \\ &= \sum_0^\infty j^n (2n+1) \frac{\psi_n(k_I r)}{k_I r} P_n(\cos\theta) \end{aligned}$$

En cherchant U_i sous la forme :

$$U_i = \frac{1}{k_I^2} \sum_1^\infty \alpha_n \psi_n(k_I r) \cdot P_n^1(\cos\theta) \cos\phi$$

on montre que ψ_n obéit aux équations :

$$\frac{d^2 \psi_n(k_I r)}{dr^2} + \left\{ k_I^2 - \frac{j^{n-1}(2n+1)}{\alpha_n r^2} \right\} \psi_n = 0$$

$$\text{et} \quad \frac{d^2 \psi_n(k_I r)}{dr^2} + \left(k_I^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) \psi_n = 0$$

$$\text{D'où } \alpha_n = \frac{j^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)}$$

Les développements en série pour l'onde incidente donnent donc :

$$U_i^{(e)} = \frac{1}{k_I^2} \sum_{n=1}^\infty j^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \psi_n(k_I r) \{P_n^1(\cos\theta)\} \cos\phi$$

$$U_i^{(m)} = \frac{j}{k_I} \sum_1^\infty j^{n-1} \frac{1}{k_2} \frac{2n+1}{n(n+1)} \psi_n(k_I r) \{P_n^1(\cos\theta)\} \sin\phi$$

$$\text{avec} \quad k_1 = -j\omega\epsilon \quad k_2 = -j\omega\mu \quad \text{et} \quad k^2 = -k_1 k_2$$

(les indices I et II ayant trait respectivement aux milieux ambiant et émissif).

Les champs s'écrivent ici :

$$\left(\begin{array}{l} E_r = \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial r^2} + k^2 U^{(e)} \\ E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial r \partial \theta} + \frac{k_2}{r \sin\theta} \frac{\partial U^{(m)}}{\partial \phi} \\ E_\phi = \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial^2 U^{(e)}}{\partial r \partial \phi} - \frac{k_2}{r} \frac{\partial U^{(m)}}{\partial \theta} \dots \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{l} H_r = \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial r^2} + k^2 U^{(m)} \\ H_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial r \partial \theta} - \frac{k_1}{r \sin\theta} \frac{\partial U^{(e)}}{\partial \phi} \\ H_\phi = \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial^2 U^{(m)}}{\partial r \partial \phi} + \frac{k}{r} \frac{\partial U^{(e)}}{\partial \theta} \end{array} \right.$$

La continuité des composantes tangentielles des champs implique celle des quantités $k_1 U^{(e)}$, $k_2 U^{(m)}$, $\partial_r U^{(e)}$ et $\partial_r U^{(m)}$.

A l'intérieur de la sphère on note le potentiel U_r . A l'extérieur, le potentiel correspond à la somme de l'onde incidente et de l'onde diffusée, ce qui donne :

$$\begin{aligned} U_{ext} &= U_i + U_s \\ k_{1I} U_{ext}^{(e)} &= k_{1II} U_r^{(e)} \\ k_{2I} U_{ext}^{(m)} &= k_{2II} U_r^{(m)} \\ \partial_r U_{ext}^{(e)} &= \partial_r U_r^{(e)} \\ \partial_r U_{ext}^{(m)} &= \partial_r U_r^{(m)} \end{aligned}$$

ceci conduit aux valeurs $m = 1$ avec en plus $a_1 = 0$ pour $U^{(m)}$ et $b_1 = 0$ pour $U^{(e)}$.

A l'intérieur, les fonctions $\chi_n = -\sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} Y_{n+1/2}(\rho)$ devenant infinies pour $\rho = 0$ ne conviennent pas. On peut écrire

$$\begin{aligned} U_r^{(e)} &= \frac{1}{k_{II}^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(e)} \{\psi_n(k_{II} r)\} P_n^1(\cos\theta) \cos\phi \\ U_r^{(m)} &= \frac{j}{k_{2II} k_{II}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(m)} \psi_n(k_{II} r) P_n^1(\cos\theta) \sin\phi \end{aligned}$$

Le comportement du champ à l'intérieur de la particule ne nous intéresse pas, le milieu envisagé étant supposé faiblement absorbant, nous ne pousserons pas plus loin les calculs dans ce domaine.

En ce qui concerne le champ diffusé, la fonction $\chi_n(kr)$ ne doit pas être négligée dans l'onde diffusée. En général, k est complexe et partant la quantité $(kr) = \rho$. Or, si l'on fait tendre $|\rho|$ vers l'infini

$$\begin{aligned} J_\nu(\rho) &\underset{|\rho| \rightarrow \infty}{\approx} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \frac{\exp\{j\phi\} + \exp\{-j\phi\}}{2} \rightarrow \infty \\ Y_\nu(\rho) &\underset{|\rho| \rightarrow \infty}{\approx} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \frac{\exp\{j\phi\} - \exp\{-j\phi\}}{2} \rightarrow \infty \\ \text{avec } \phi &= \rho - \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2} = (p + jq) - \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Les fonctions de Hankel du premier et second ordre s'écrivent :

$$\begin{aligned} H_\nu^1(\rho) &= J_\nu + jY_\nu \underset{|\rho| \rightarrow \infty}{\approx} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \exp\{j\phi\} = \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \exp\{-q\} \exp\left\{j\left(p - \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2}\right)\right\} \rightarrow 0 \\ H_\nu^2(\rho) &= J_\nu - jY_\nu \underset{|\rho| \rightarrow \infty}{\approx} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \exp\{-j\phi\} = \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \exp\{+q\} \exp\left\{-j\left(p - \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2}\right)\right\} \rightarrow \pm\infty \end{aligned}$$

Ainsi, la fonction de Hankel d'ordre (1) qui s'annule pour $\rho \rightarrow \infty$ est-elle adaptée à la description de l'onde diffusée, ce qui implique donc :

$$C_n = 1 \quad d_n = -j$$

en écrivant :
$$\zeta_n^{(1)} = \sqrt{\frac{\pi \rho}{2}} H_{n+1/2}^{(1)}$$

on pourra chercher les potentiels des ondes diffusées sous la forme ((2) (9) (10) (11) (57) (58))

$$U_s^{(e)} = \frac{1}{k_I^2} \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(e)} \zeta_n^{(1)} (k_I r) \cdot P_n(\cos \theta) \cdot \cos \phi$$

$$U_s^{(m)} = \frac{1}{k_I k_{II}^2(I)} \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(m)} \zeta_n^{(1)} (k_I r) \cdot P_n(\cos \theta) \cdot \sin \phi$$

L'écriture des équations de continuité, conduit à écrire des relations entre

$\zeta_n^{(1)}$, $B_n^{(e)}$, $B_n^{(m)}$, $A_n^{(e)}$, $A_n^{(m)}$, $\phi_n^{(1)}$, $\cos \phi$ et $\sin \phi$ pour $(r = a)$. En éliminant

$A_n^{(e)}$ et $A_n^{(m)}$ et en posant :

$$q = \frac{2\pi a}{\lambda_I} = k_I a$$

et $\bar{n}$ = indice relatif de la substance diffusante

tel que $\bar{n}^2 = \frac{k_I^2}{k_{II}^2}$ soit $k_{II} a = q \bar{n}$

on en tire :

$$B_n^{(e)} = j^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \alpha_n = j^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{\bar{n} \psi_n'(q) \psi_n(\bar{n}q) - \psi_n(q) \psi_n'(\bar{n}q)}{\bar{n} \zeta_n^{(1)'}(q) \cdot \psi_n(\bar{n}q) - \zeta_n^{(1)}(q) \cdot \psi_n'(\bar{n}q)}$$

$$B_n^{(m)} = j^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \beta_n = j^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{\bar{n} \psi_n'(q) \psi_n(\bar{n}q) - \psi_n(q) \psi_n'(\bar{n}q)}{\bar{n} \zeta_n^{(1)}(q) \cdot \psi_n'(\bar{n}q) - \zeta_n^{(1)'}(q) \cdot \psi_n(\bar{n}q)}$$

Les coefficients B ne dépendent que de la particule et de la longueur d'onde. On en déduit les solutions des champs :

$$E_r^{(s)} = \frac{\cos\theta}{k_I^2 r^2} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) B_n^{(e)} \zeta_n^{(1)}(k_I r) \cdot P_n^1(\cos\theta)$$

$$E_{\theta}^{(s)} = -\frac{\cos\phi}{k_I r} \sum_{n=1}^{\infty} \{ B_n^{(e)} \zeta_n^{(1)'}(k_I r) \cdot P_n^{(1)}(\cos\theta) \cdot \sin\theta - j B_n^{(m)} \zeta_n^{(1)}(k_I r) \cdot P_n^1(\cos\theta) \cdot \frac{1}{\sin\theta} \}$$

$$E_{\phi}^{(s)} = -\frac{\sin\phi}{k_I r} \sum_{n=1}^{\infty} \{ B_n^{(e)} \zeta_n^{(1)'}(k_I r) \cdot P_n^1(\cos\theta) \cdot \frac{1}{\sin\theta} - j B_n^{(m)} \zeta_n^{(1)}(k_I r) \cdot P_n^{(1)'}(\cos\theta) \cdot \sin\theta \}$$

$$H_r^{(s)} = \frac{1}{k_I k_2} \frac{\sin\phi}{r} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)^m \cdot B_n \cdot \zeta_n^{(1)}(k_I r) \cdot P_n^1(\cos\theta)$$

$$H_{\theta}^{(s)} = -\frac{1}{k_I^2} \frac{\sin\phi}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \{ B_n^{(e)} \zeta_n^{(1)}(k_I r) \cdot P_n^1(\cos\theta) \cdot \frac{1}{\sin\theta} + j B_n^{(m)} \zeta_n^{(1)'}(k_I r) \cdot P_n^{(1)'}(\cos\theta) \cdot \sin\theta \}$$

$$H_{\phi}^{(s)} = \frac{1}{k_2 I} \frac{\cos\phi}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \{ B_n^{(e)} \zeta_n^{(1)}(k_I r) \cdot P_n^{(1)'}(\cos\theta) \cdot \sin\theta + j B_n^{(m)} \zeta_n^{(1)'}(k_I r) \cdot P_n^1(\cos\theta) \cdot \frac{1}{\sin\theta} \}$$

III.4. QUELQUES CONSEQUENCES DE LA THEORIE DE MIE UTILISABLES DANS NOS EXPERIENCES.

Lorsqu'on est confronté à un problème de diffusion, on se situe en général à grande distance des particules. Même au sein d'un brouillard diffusant, nous avons vu que dans nos conditions expérimentales, il est impératif que les particules soient éloignées les unes des autres, ce qui nous fait étudier plus particulièrement les cas ($r \gg a$) et ($r \gg \lambda$) (puisque a est de l'ordre de λ).

Dans ces conditions, nous avons vu que les composantes radiales sont

d'un ordre de grandeur en $\frac{1}{r}$ par rapport aux composantes tangentielles.

Donc, à grande distance, l'onde diffusée est purement transverse. Sachant que, à grande distance :

$$H_v^{(1)}(\rho) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \exp\{j(\rho - (v + 1/2) \frac{\pi}{2})\}$$

$$\text{Il vient } \lim_{\rho \rightarrow \infty} \{\zeta_n^{(1)}(\rho) = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} H_{(n+1/2)}^{(1)}(\rho)\} = (-j)^{n+1} \exp\{j\rho\}$$

$$\text{et } \lim_{\rho \rightarrow \infty} \{\zeta_n^{(1)'}(\rho) = (-j)^n \exp\{j\rho\}\}$$

Dans ces conditions, les champs à grande distance s'écrivent :

$$E_\theta^{(1)} = - \frac{\cos\theta}{k_I r} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \{ +j^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \alpha_n (-j)^n \exp\{jk_I r\} P_n^{(1)}(\cos\theta) \cdot \sin\theta \right. \\ \left. - j(j^{n+1}) \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \beta_n (-j)^{n+1} \exp\{jk_I r\} P_n^1(\cos\theta) \cdot \frac{1}{\sin\theta} \right]$$

soit :

$$E_\theta^{(1)} = + j \cos\theta \frac{\exp\{jk_I r\}}{k_I r} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{ -\alpha_n P_n^{(1)}(\cos\theta) \cdot \sin\theta + \beta_n P_n^1(\cos\theta) \frac{1}{\sin\theta} \} \right]$$

En posant

$$\pi_n(\cos\theta) = \frac{P_n^{(1)}(\cos\theta)}{\sin\theta}$$

$$\text{et } \tau_n(\cos\theta) = -\sin\theta P_n^{(1)}(\cos\theta) = \frac{d}{d\theta} (P_n^{(1)}(\cos\theta))$$

Il reste

$$E_\theta = + j \frac{\exp\{k_I r\}}{k_I r} \cdot S_2(\theta) \cos\phi \text{ et de même } E_\phi = -j \cdot \frac{\exp\{k_I r\}}{k_I r} S_1(\theta) \sin\phi$$

$$\text{avec } S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (\alpha_n \pi_n(\cos\theta) + \beta_n \tau_n(\cos\theta))$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (\alpha_n \tau_n(\cos\theta) + \beta_n \pi_n(\cos\theta))$$

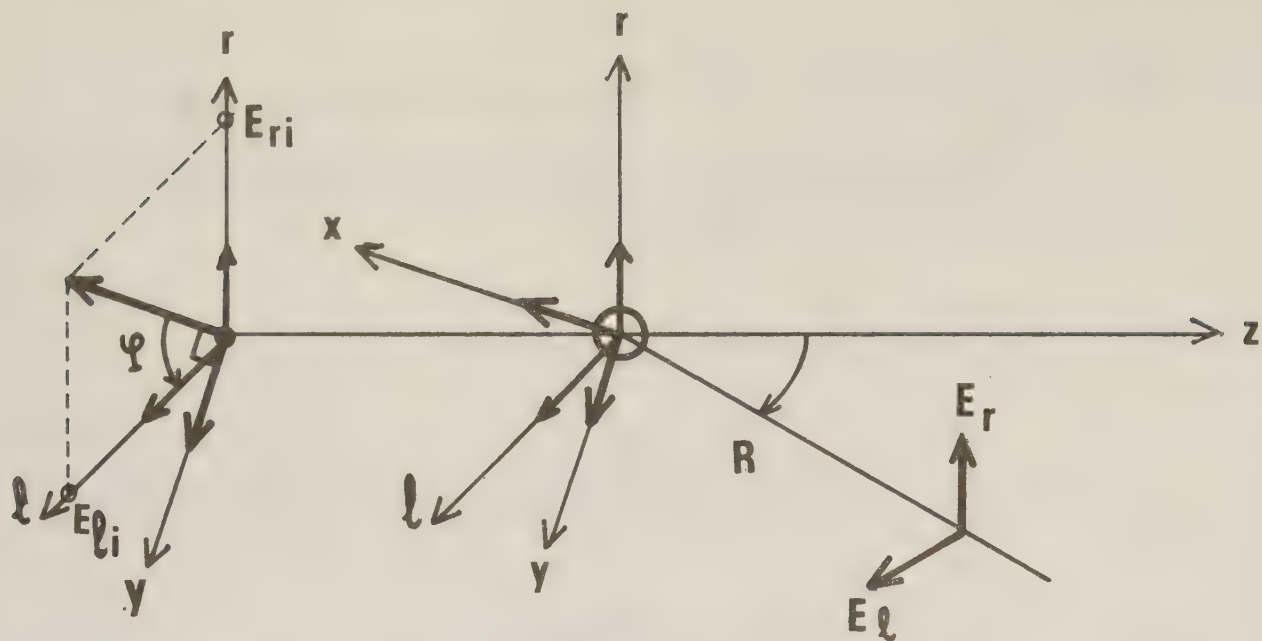
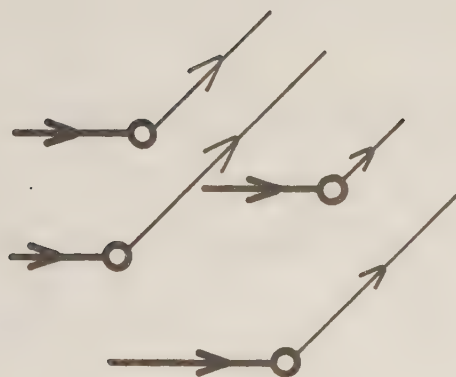
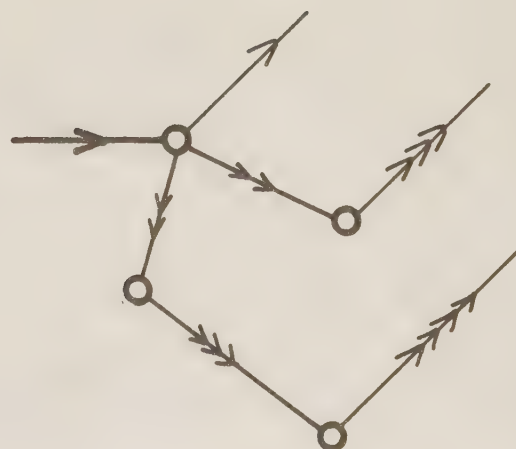


Figure 14



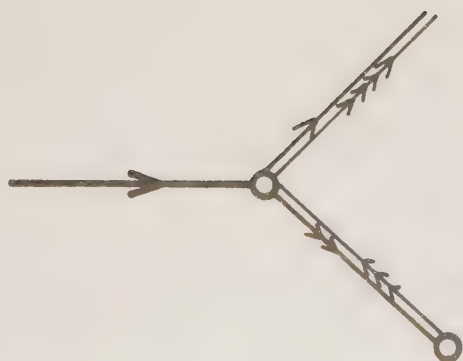
a) diffusion simple (d_1)



b) diffusions multiples dans le modèle de Foldy-Twarsky où n'interviennent pas les rétrodiffusions

d_2 : diffusion double

d_3 : diffusion triple



c) diffusions multiples avec rétrodiffusion

Figure 16

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (\alpha_n \tau_n(\cos\theta) + \beta_n \tau'_n(\cos\theta))$$

Ce résultat a été établi pour une onde plane dont le vecteur électrique est parallèle à Ox ; compte tenu des notations du §II.2.3., on peut donc écrire :

$$\begin{bmatrix} E_\phi \\ E_\theta \end{bmatrix} = E_x \frac{\exp\{jk_I r\}}{r} \frac{j}{k_I} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\phi \\ \cos\phi \end{bmatrix}$$

ou avec les notations de la figure 14 : ($E_r = -E_\phi$)

$$\begin{bmatrix} -E_r \\ E_\theta \end{bmatrix} = \frac{\exp\{jk_I r\}}{r} \frac{j}{k_I} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ri} \\ E_{\theta i} \end{bmatrix}$$

en comparant à :

$$\begin{bmatrix} E_r \\ E_\theta \end{bmatrix} = \frac{\exp\{jkR\}}{R} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ri} \\ E_{\theta i} \end{bmatrix}$$

on trouve alors (sachant que $E_i = 1$)

$$\begin{cases} f_{11} = \frac{j}{k_I} S_1(\theta) \\ f_{12} = f_{21} = 0 \\ f_{22} = \frac{j}{k_I} S_2(\theta) \end{cases}$$

D'où la relation générale à grande distance

$$\begin{bmatrix} E_{rs} \\ E_{\theta s} \end{bmatrix} = \frac{\exp\{jkR\}}{R} \cdot \frac{j}{k} \begin{bmatrix} S_1(\theta) & 0 \\ 0 & S_2(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ri} \\ E_{\theta i} \end{bmatrix}$$

III.4.1. Etat de polarisation de la lumière diffusée lorsque la lumière incidente est naturelle ou polarisée rectilignement.

Pour définir l'état de polarisation de la lumière diffusée, il suffit de calculer les paramètres de Stokes de l'onde diffusée ; dans le cas de lumière incidente polarisée rectilignement il vient :

$$\begin{bmatrix} E_{rs} \\ E_{\theta s} \end{bmatrix} = E_i \frac{\exp\{jkR\}}{R} \frac{j}{k} \begin{bmatrix} S_1(\theta) & 0 \\ 0 & S_2(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\phi \\ \cos\phi \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert de Stokes s'écrit :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} |S_1(\theta)|^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |S_2(\theta)|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{Re}\{(S_1(\theta) S_2^*(\theta))\} & -\operatorname{Im}\{(S_1(\theta) S_2^*(\theta))\} \\ 0 & 0 & \operatorname{Im}\{(S_1(\theta) S_2^*(\theta))\} & \operatorname{Re}\{(S_1(\theta) S_2^*(\theta))\} \end{bmatrix}$$

et ceci pour les paramètres modifiés ou $[I_s] = \frac{[\sigma]}{R^2} [I_i]$

$$[I_s] = \begin{bmatrix} I_{rs} \\ I_{ls} \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix} \quad [I_i] = \begin{bmatrix} I_{ri} \\ I_{li} \\ U_i \\ V_i \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} I_r &= \langle E_r E_r^* \rangle \\ I_l &= \langle E_l E_l^* \rangle \\ U_s &= 2\operatorname{Re} \langle E_r E_l^* \rangle \\ V_s &= 2\operatorname{Im} \langle E_r E_l^* \rangle \end{aligned}$$

les paramètres modifiés s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} I_{rs} \\ I_{ls} \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_1|^2 I_{ri} \\ |S_2|^2 I_{li} \\ \operatorname{Re}\{S_1(\theta) S_2^*(\theta)\} \cdot U_i - \operatorname{Im}\{S_1(\theta) S_2^*(\theta)\} \cdot V_i \\ \operatorname{Im}\{S_1(\theta) S_2^*(\theta)\} \cdot U_i + \operatorname{Re}\{S_1(\theta) S_2^*(\theta)\} \cdot V_i \end{bmatrix}$$

et les paramètres traditionnels

$$\begin{bmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{rs} + I_{ls} \\ I_{rs} - I_{ls} \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_1|^2 I_{ri} + |S_2|^2 I_{li} \\ |S_1|^2 I_{ri} - |S_2|^2 I_{li} \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix} \quad \left. \vphantom{\begin{bmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix}} \right\} \text{inchangés}$$

Deux cas sont importants :

(a) lumière incidente naturelle $I_{ri} = I_{li} = \frac{I}{2} \quad Q_i = V_i = 0$

$$\begin{bmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_1|^2 + |S_2|^2 \\ |S_1|^2 - |S_2|^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{I}{2}$$

Si l'on calcule le facteur de dépolariation $m = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I}$

$$m = \frac{||S_1|^2 - |S_2|^2|}{|S_1|^2 + |S_2|^2} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} = \frac{I_{rs} - I_{ls}}{I_{rs} + I_{ls}}$$

Les valeurs de i_1 et i_2 sont souvent tabulées. En général, $m \in]0, 1[$ et la lumière diffusée est polarisée elliptiquement.

• Si $m = 0$, c'est-à-dire si $i_1 = i_2$ ou $|S_1| = |S_2|$ on a de la lumière naturelle.

• Si $m = 1$, c'est-à-dire si $|S_1|$ ou $|S_2| = 0$ la lumière diffusée dans la direction correspondante est totalement polarisée elliptiquement ; comme $V_1 = 0$, la vibration est alors rectiligne.

Remarque : c'est le cas de la diffusion Rayleigh pour $\theta = \frac{\pi}{2}$: [(2) (9) (10) (11) (59) (65)]

$$S_1(\theta) = A \text{ et } S_2(\theta) = A \cos \theta$$

$$i_1 = A^2 \text{ et } i_2 = A^2 \cos^2 \theta$$

$$m = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta}$$

- La lumière diffusée à 90° est totalement polarisée rectilignement ;
- La lumière transmise ($\theta = 0$) n'est pas polarisée ;
- Entre les deux, la lumière est partiellement polarisée rectilignement.

(b) Lumière incidente polarisée rectilignement

Dans ce cas, $V_i = 0$ et

$$\begin{bmatrix} I_S \\ Q_S \\ U_S \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \cdot I_{ri} + i_2 \cdot I_{li} \\ i_1 \cdot I_{ri} - i_2 \cdot I_{li} \\ \operatorname{Re} \{S_1(\theta) S_2^*(\theta)\} \cdot U_i \\ \operatorname{Im} \{S_1(\theta) S_2^*(\theta)\} \cdot U_i \end{bmatrix}$$

En général la lumière diffusée n'est que partiellement polarisée elliptiquement sauf dans deux cas particuliers.

- b.1. Vibration rectiligne suivant r

$$(E_\ell = 0) \quad U_i = 0 \quad I_{li} = 0$$

$$\begin{bmatrix} I_S \\ Q_S \\ U_S \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \cdot I_{ri} \\ i_1 \cdot I_{ri} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$m = 1 \text{ avec } I_S = i_1 \cdot I_{ri}$$

La lumière diffusée est totalement polarisée rectilignement, dans la direction du champ incident, quel que soit θ .

- b.2. Vibration rectiligne suivant ℓ

($E_r = 0$) d'où $I_{ri} = 0$ et $U_i = 0$

on retrouve un résultat analogue au précédent :

$$\begin{bmatrix} I_S \\ Q_S \\ U_S \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_2 \cdot I_{\ell i} \\ -i_2 \cdot I_{\ell i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où $m = 1$ avec $I_S = i_2 I_{\ell i}$

Remarque : Dans le cas de la diffusion Rayleigh(ou en première approximation) :

- Si $I_\ell = 0$, l'intensité diffusée ne dépend pas de θ car $i_1 = A^2$ et $I_S = A^2 \cdot I_{ri} = I_0 \cdot A^2 \cdot \cos^2 \phi$
- Si $I_r = 0$ on a alors $I_S = A^2 \cdot I_0 \cdot \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \phi$; l'intensité diffusée à 90° est nulle.

III.4.2. Diffusion totale et extinction.

Il importe également d'effectuer le bilan énergétique entre énergie diffusée et énergie absorbée ; on applique pour cela la théorème de diffusion vers l'avant, établi de manière générale ((2)(9)(11)) pour une particule de forme sphérique.

Si on envisage le champ diffusé loin de la particule, on peut écrire :

$$\underline{E}_S = \{ \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \} \frac{\exp\{jKR\}}{R}$$

$\underline{o}$ direction d'observation et $\underline{i}$ direction incidente.

Le champ diffusé vers l'avant s'écrit alors :

$$\underline{E}_S(\underline{i}) = \underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \frac{\exp\{jKR\}}{R}$$

Le théorème de diffusion vers l'avant nous dit que le taux d'énergie dissipée en absorption et diffusion est proportionnel à l'amplitude du champ électrique diffusé dans la direction de l'onde plane incidente, polarisée rectilignement, à savoir:

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a = \int_{4\pi} \sigma_d d\Omega = \frac{4\pi}{k_I} \operatorname{Im} \left\{ \underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \cdot \frac{\underline{E}_i}{E_i} \right\}$$

Si $\underline{e}_r$ et $\underline{e}_\ell$ sont les vecteurs unitaires des directions r et ℓ

$$\begin{aligned} \underline{o} = \underline{i} \quad \text{entraîne} \quad & \underline{e}_{\ell s} = \underline{e}_{\ell i} \\ & \underline{e}_{rs} = \underline{e}_{ri} \\ & \theta = 0 \end{aligned}$$

On peut dire alors :

$$\underline{E}_S = \underline{E}_{\ell s} + \underline{E}_{rs} = \frac{\exp\{jkr\}}{r} \cdot \frac{j}{k} \{ S_1(o) \underline{E}_{ri} \cdot \underline{e}_{rs} + S_2(o) \underline{E}_{\ell i} \cdot \underline{e}_{\ell s} \}$$

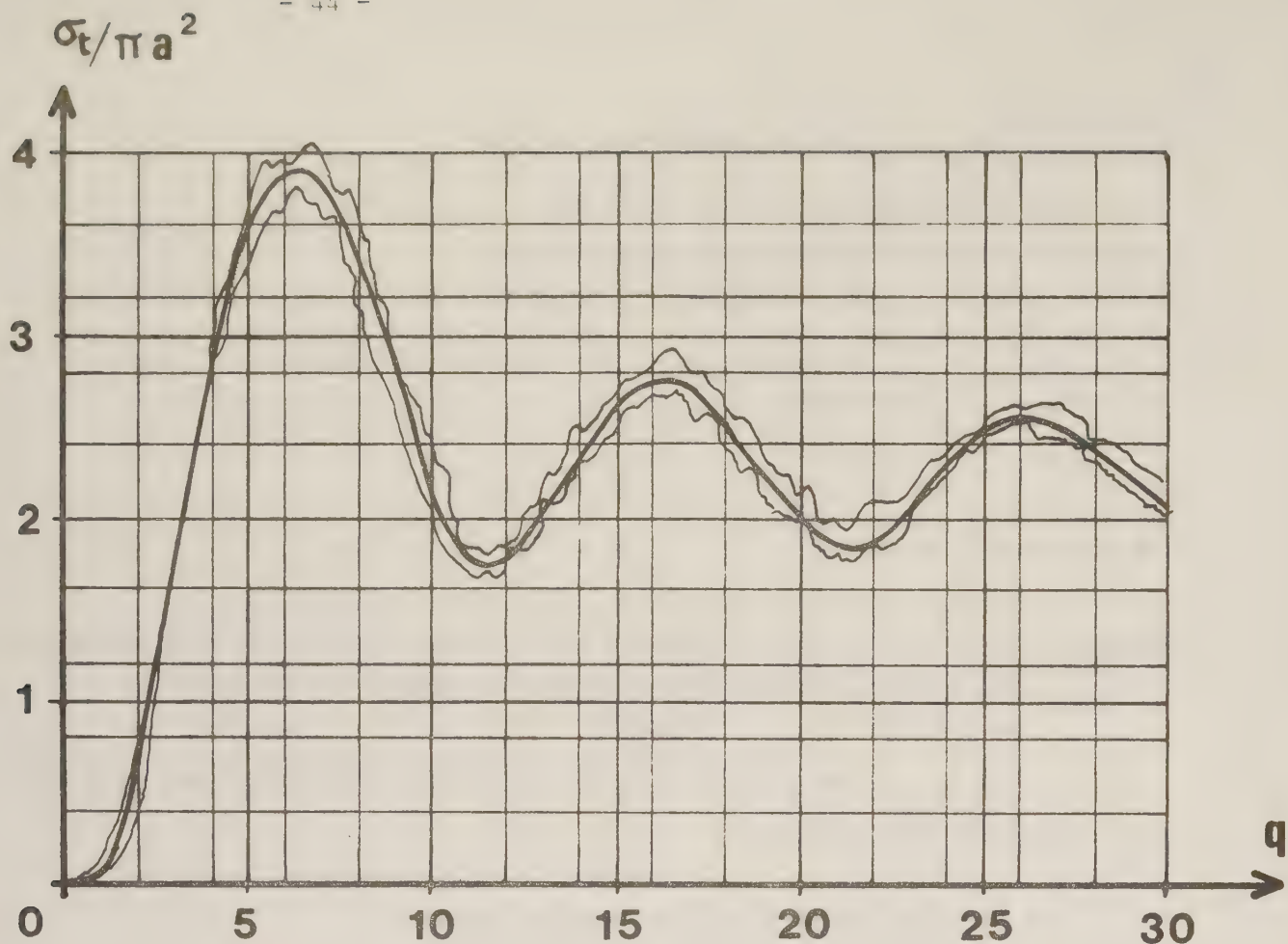


Figure 15a : Section efficace de diffusion en fonction de $q = (2\pi a/\lambda)$

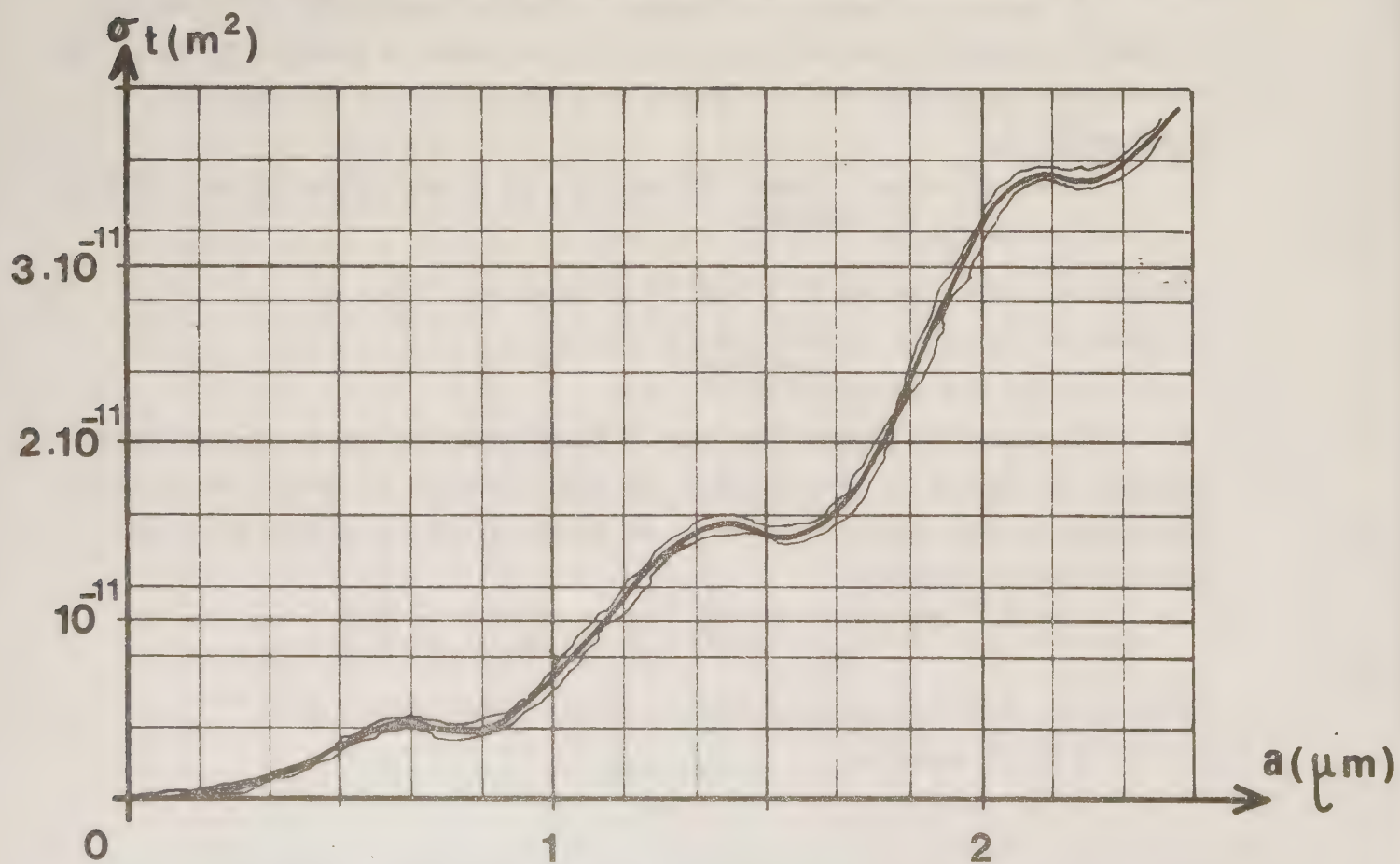


Figure 15b : Section efficace de diffusion en fonction de a

On ne diminue pas la généralité du problème en prenant un vecteur incident particulier :

$$\begin{aligned} E_i &= E_{ri} \quad \text{et} \quad E_{li} = 0 \\ \text{ou} \quad E_i &= E_{li} \quad \text{et} \quad E_{ri} = 0 \end{aligned}$$

Dans ces conditions

$$\underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \cdot \underline{e}_i = \frac{j}{k} S_1(0) = \frac{j}{k} S_2(0)$$

$$\text{et} \quad \sigma_t = \sigma_s + \sigma_a = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \left\{ j \cdot \frac{S_1(0)}{k} \right\} = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \left\{ j \cdot \frac{S_2(0)}{k} \right\}$$

Ce qui donne après développement :

$$\frac{\sigma_t}{\pi a^2} = \frac{2}{(ka)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re} \{ \alpha_n + \beta_n \}$$

$$\text{et} \quad \frac{\sigma_s}{\pi a^2} = \frac{2}{(ka)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \{ |\alpha_n|^2 + |\beta_n|^2 \}$$

Pour un milieu diélectrique transparent, si l'on néglige l'absorption, $\sigma_t = \sigma_s$. Les résultats de ces courbes ont été calculés pour divers matériaux en fonction des paramètres $q = ka$. Nous donnons ici les résultats pour des matériaux d'indice m ($1,33 \leq m \leq 1,5$). (figure 15) ((2) (9) (10) (44) (54)). Notons enfin que la section droite de rétrodiffusion s'écrit :

$$\frac{\sigma_b}{\pi a^2} = \frac{1}{(ka)^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (-1)^n (\alpha_n - \beta_n) \right|^2$$

Ce terme devient très vite négligeable dès que la taille des particules augmente (cf. (2) p.654, 655).

Conclusions: La théorie de Mie nous montre donc que l'onde diffusée à grande distance est sphérique et transversale. Son expression est donnée par les composantes "perpendiculaire", r et "parallèle", l des champs.

$$\begin{bmatrix} E_{rs} \\ E_{ls} \end{bmatrix} = \frac{\exp\{jkR\}}{R} \cdot \frac{j}{k} \begin{bmatrix} S_1(\theta) & 0 \\ 0 & S_2(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ri} \\ E_{li} \end{bmatrix}$$

Les fonctions $S_1(\theta)$ et $S_2(\theta)$ notées i_1 et i_2 sont généralement tabulées ou calculables par un programme de calcul ; ce sont des fonctions complexes de la taille et de la longueur d'onde.

Si l'on appelle $\theta = (\underline{o}, \underline{i})$ l'angle des directions incidente et d'observation, on peut écrire :

$$\underline{Es} = \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR\}}{R} |\underline{Ei}|$$

Dans notre cas, nous éclairons le milieu en lumière polarisée rectilignement telle que :

$$\underline{E}_\ell = 0 \qquad \underline{E}_i = \underline{E}_{ri}$$

$$\text{donc } \underline{E}_s = \underline{E}_{rs} = \frac{\exp\{jkR\}}{R} \cdot \frac{j}{k} S_1(\theta) \cdot \underline{E}_i \cdot \underline{r}$$

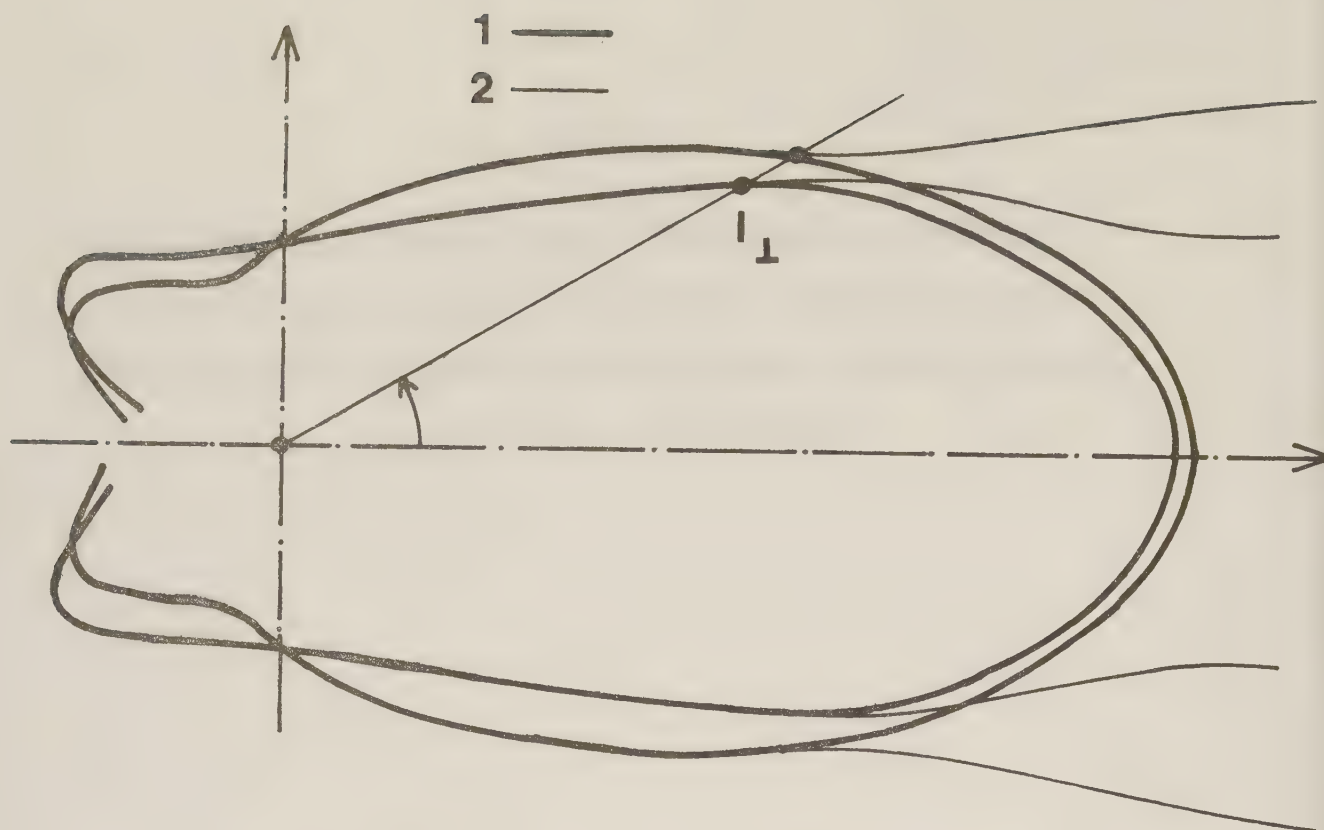
$$\text{d'où } \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) = \frac{j}{k} \cdot S_1(\theta) \cdot \underline{r}$$

Notons enfin que dans nos expériences, nous avons presque toujours négligé la lumière rétrodiffusée, ce qui expérimentalement constitue une excellente approximation (cf. deuxième partie).

CHAPITRE IV

DIFFUSION LUMINEUSE PAR UNE ASSEMBLEE DE PARTICULES
MONODISPERSEES ; DIFFUSIONS SIMPLES ET MULTIPLES ;
INTRODUCTION DE NOS HYPOTHESES DANS CE CAS SIMPLIFIE ;
DIFFRACTION ET DIFFUSION :

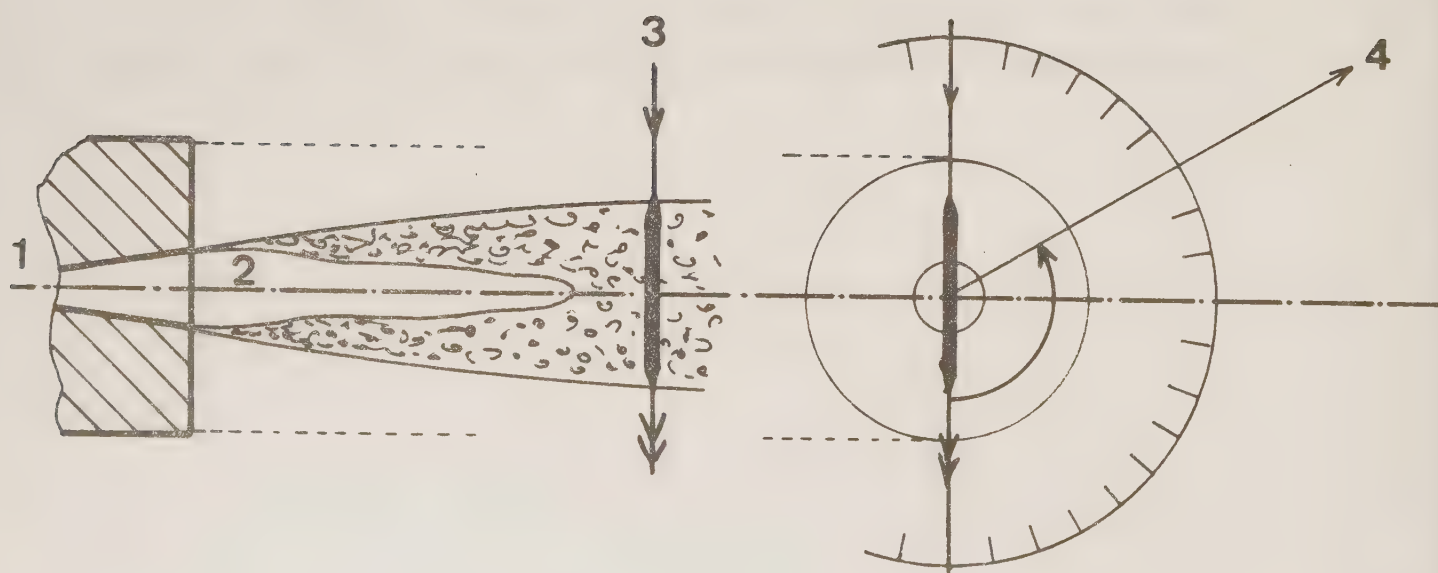
Après avoir analysé le comportement d'une particule immobile, nous allons nous intéresser au comportement d'une assemblée de particules monodispersées, tout d'abord aléatoirement réparties, dans laquelle le temps n'intervient pas. Puis, la mise en mouvement de ces particules fera intervenir le facteur temps, inopérant en moyenne si le milieu reste aléatoire et actif si un régime partiellement ordonné s'établit. Mais, avant toute chose, il importe de vérifier les hypothèses de diffusion simple ou multiple dans lesquelles nous nous trouvons placés.



1 : Courbe corrigée

2 : Courbe expérimentale

Figure 17a



1 : tuyère

2 : jet

3 : direction d'éclairage (laser)

4 : direction d'analyse (photomultiplicateur)

Figure 17b

IV.1. LES HYPOTHESES DE DIFFUSION SIMPLE (9) (10) (11)

Nous avons vu qu'au sein d'un milieu aléatoire, les caractéristiques de l'onde diffusée pouvaient être décrites par la somme des paramètres de Stokes des ondes élémentaires ; notons que même dans ce cas là, la proportionnalité entre l'intensité de la lumière diffusée et la densité numérique de centres diffusants n'est qu'une première approximation. En effet, la proportionnalité exige une relation biunivoque "particule-onde diffusée par celle-ci, arrivant au point d'observation". Ceci revient bien évidemment à négliger les diffusions multiples représentées figure 16.

Les mesures effectuées (cf. partie expérimentale : hypothèses de diffusion simple) montrent que la lumière rétrodiffusée à distance R_0 est négligeable devant la lumière diffusée vers l'avant. Nous donnons ici dans la figure 17, l'allure de l'indicatrice de diffusion : intensité totale diffusée dans une ouverture Ω à la distance R_0 , $(I_{rst}(\Omega, R_0))$, en fonction de θ , pour un volume élémentaire fortement diffusant, où l'on puisse admettre en première approximation l'additivité des intensités.

Ces mesures nous permettent d'affirmer que l'ensemble des rétrodiffusions est bien évidemment négligeable ; ceci nous limite bien sûr à deux modèles :

- . les diffusions simples et l'approximation au premier ordre.
- . les diffusions multiples dans le modèle de Twersky,

IV.1.1. Intensité transmise dans un modèle de diffusion simple et approximation au premier ordre.

Envisageons un volume V contenant une distribution aléatoire de particules, illuminé par une onde de la forme :

$$\underline{E}_i = \underline{E}_0 A(P, \underline{r}_1) \exp(jkr_1)$$

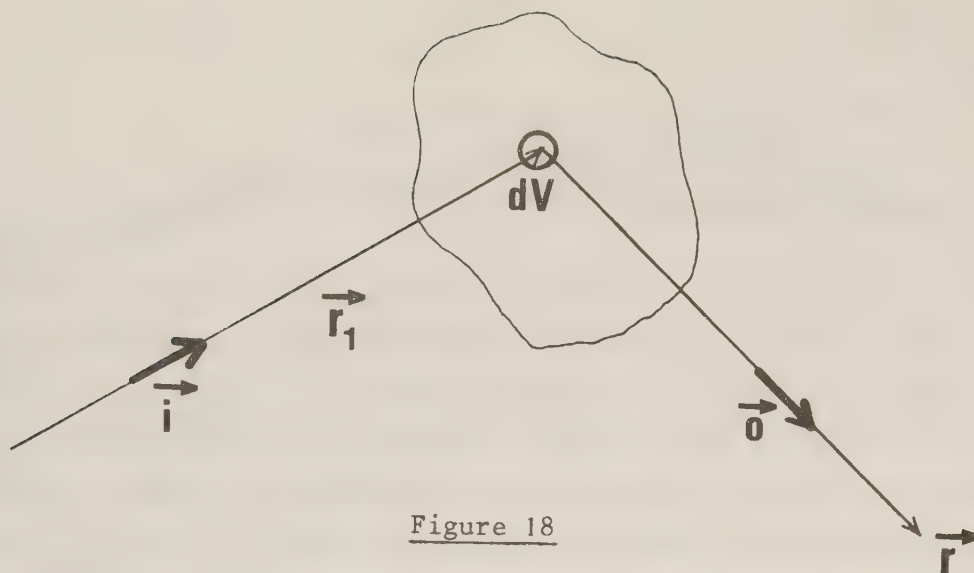


Figure 18

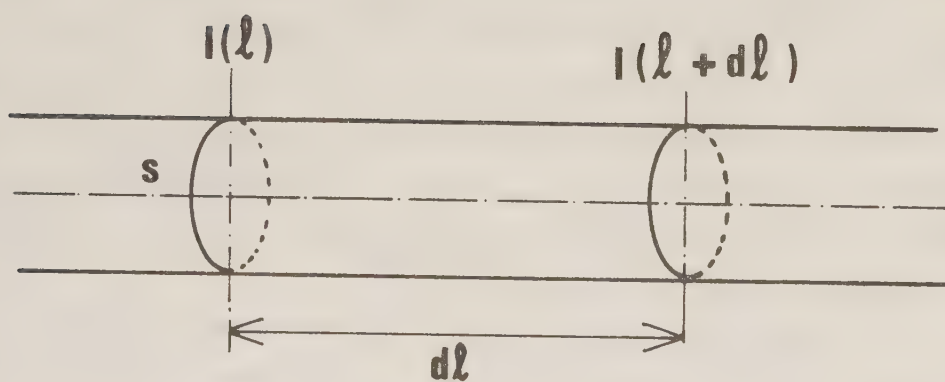


Figure 19

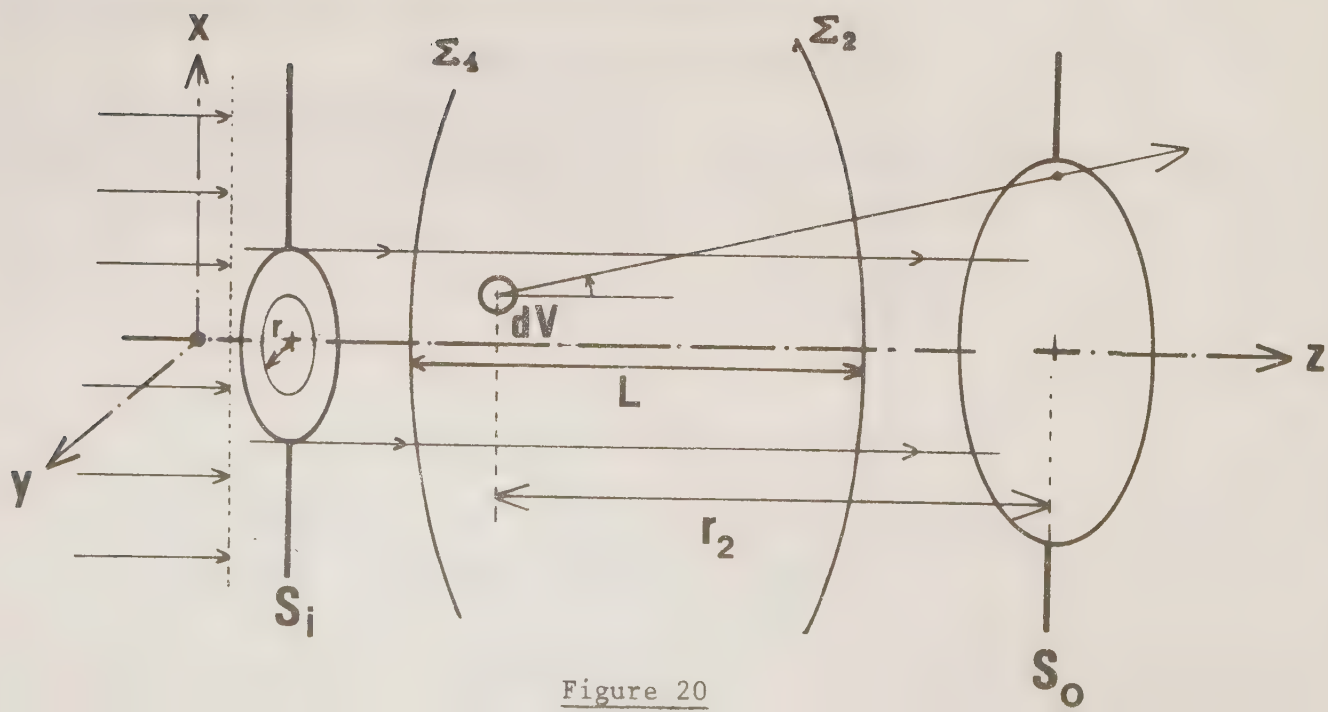


Figure 20

$\underline{r}_1$ étant la direction de propagation incidente. $A(P, \underline{r}_1)$ s'apparente à une fonction amplitude, caractéristique de l'émetteur que nous supposons réelle.

Envisageons un volume $dV(P)$ contenant la densité $\rho(P)$. Chaque particule de cet élément de volume reçoit donc l'intensité lumineuse :

$$(\underline{E}_i \cdot \underline{E}_i)^* = E_O^2 A^2(P, \underline{r}_1) = I_O \cdot G(P, \underline{r}_1)$$

G est parfois appelée la fonction gain de l'émetteur, et $I_O G(P, \underline{r}_1)$ caractérise la répartition spatiale de l'intensité incidente.

Dans un modèle de diffusion simple, en négligeant les phénomènes d'interférences dûs au caractère aléatoire de la distribution, l'intensité diffusée s'obtient en écrivant la somme des intensités simples. L'intensité I_S émise par le volume dV , contenant ρdV diffuseurs s'écrit :

$$I_S = I_i(P) \frac{\sigma_d}{r_2^2} \cdot \rho dV = I_O G_i(P, \underline{r}_1) \frac{|\underline{f}(\underline{O}, \underline{i})|^2}{r_2^2} \cdot \rho(P) \cdot dV(P)$$

Si l'on fait intervenir la fonction gain du récepteur, on peut dire alors que la puissance reçue s'écrit : ($M \in S$)

$$2\eta \langle P_R \rangle = \int_S G_O(\underline{O}, M) I_S(M) dS(M)$$

$$\text{soit } 2\eta \langle P_R \rangle = \int_S G_O(\underline{O}, M) \cdot \left\{ \int_V I_O G_i(P, \underline{r}_1) \frac{|\underline{f}(\underline{O}, \underline{i})|^2}{r_2^2} \cdot \rho(P) dV(P) \right\} dS(M)$$

Remarque : Dans ce calcul nous avons implicitement supposé que toutes les particules étaient éclairées par une onde dont la dépendance en r_1 ne provenait que de l'émetteur ; c'est-à-dire que le milieu n'intervient pas dans la fonction $G_i(P, \underline{r}_1)$ en particulier, pour une onde plane $\frac{\partial G_i}{\partial r_1} = 0$; la fonction G_i ne dépend que de la répartition transversale d'énergie du faisceau. Ceci revient donc à négliger l'extinction du faisceau à la traversée du volume V . Evaluons cette atténuation : soit un faisceau de section s traversant la longueur $d\ell$ (figure 19).

La puissance totale perdue, par absorption et diffusion, par l'élément dV s'écrit :

$$2\eta \langle dP \rangle = I_i(\ell) \sigma_t \rho dV = - I_i(\ell) \sigma_t \rho dS d\ell$$

Mais elle est aussi égale à la différence des puissances entrant dans ℓ et sortant par $(\ell + d\ell)$

$$\begin{aligned} \text{soit } 2\eta \langle dP \rangle &= 2\eta \{ \langle dP(\ell + d\ell) \rangle - \langle dP(\ell) \rangle \} \\ &= dS \{ I_i(\ell + d\ell) - I_i(\ell) \} = dS dI_i(\ell) \end{aligned}$$

$$\text{D'où} \quad \frac{d I_i(\ell)}{I_i(\ell)} = -\rho(\ell) \sigma_t d\ell$$

$$I_i(\ell) = I_{i0} \exp\{-\int \rho(\ell) \sigma_t d\ell\} = I_{i0} \exp\{-\gamma(\ell)\}$$

L'approximation de diffusion simple n'est donc valable que si :

$$I_i(\ell) = I_{i0} \quad \text{soit} \quad \gamma = \int \rho(\ell) \sigma_t d\ell \ll 1$$

(a) Approximation au premier ordre :

Dans ces conditions, les intensités incidentes et diffusées doivent faire intervenir le facteur γ précédemment calculé

$$I_{si} = I_0 G_i(P, \underline{r}_1) \exp\{-\gamma_1(P)\}$$

de sorte que :

$$\langle P(r) \rangle = \int_S G_0(\underline{O}, M) \left[\int_V I_0 \frac{G_i(P, \underline{r}_1)}{r_1^2} |\underline{f}(\underline{O}, \underline{i})|^2 \cdot \exp\{-(\gamma_1 + \gamma_2)\} \rho(P) dV(P) \right] dS_M$$

(b) Application à la traversée d'un nuage diffusant où $\rho = C^{ste}$ par une onde plane (pinceau focalisé)

Soit une onde plane traversant un brouillard limité par deux surfaces Σ_1 et Σ_2 (figure 20).

La fonction $G_i(P, \underline{r}_1)$ ne dépend pas de Σ_1 (onde plane), elle ne dépend que de x et de y : $G_i = G_i(r) = G_i(x, y)$. Nous supposons $\rho = C^{ste}$ le long de la traversée, et la section du faisceau très étroite. Par ailleurs, le faisceau qui a traversé le milieu est collecté par un objectif et un système tel que $G_0(M, \underline{r}) = G_0$. La puissance mesurée est égale à la puissance incidente ayant traversé le milieu, augmentée de la puissance diffusée vers l'avant par l'ensemble des particules concernées (on néglige toujours l'interférence) ; soit :

$$\langle P \rangle = \int_{S_0} I_0 \exp\{-\rho \sigma_t L\} G_0 G_i(x, y) dS_0 + \int_{S_0} G_0 \left(\int_V I_0 \frac{G_i(x, y)}{r_1^2} |\underline{f}(\underline{O}, \underline{i})|^2 \exp\{-\rho \sigma_t L\} \rho dV \right) dS_0$$

On prend l'origine des coordonnées en Σ_1

Nous supposons que le faisceau incident possède en énergie une symétrie de révolution : $G_i = G_i(r)$

La fonction collectrice G_0 est telle que $G_0(M, \underline{r}) = G_0$ sur le diamètre du faisceau transmis et $G_0 = 0$ ailleurs (mesure à grande distance et faisceau diaphragmé). Dans ces conditions, la section S_i du faisceau étant très étroite, toute la lumière collectée a pour angle de diffusion $\theta = 0$ et

$$|\underline{f}(\underline{O}, \underline{i})|^2 = |\underline{f}(\underline{i}, \underline{i})|^2 = \sigma_D(\underline{i})$$

On peut écrire avec une très bonne approximation :

$$\langle P \rangle = I_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} G_0 \int_{S_i} G_i(r) dS_i + I_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} \rho\sigma_D(\underline{i}) \int_0^L G_0 \left(\iint_{S_i S_0} \frac{2\pi G_i(r)}{(R_2-z)^2} dS_i dS_0 \right) dz$$

$$\text{où } I_i = I_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} G_0 G_i(r) + I_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} \rho\sigma_D(\underline{i}) \iint_{S_i} G_i(r) dS_i \left(\int_0^L \frac{G_0}{(R_2-z)^2} dz \right) dS_0$$

En appelant P_i , la puissance transportée par le faisceau incident, on aura :

$$P_i = I_0 \int_{S_i} G_i(r) dS_i \quad \text{et} \quad I_i = I_0 G_i(r)$$

$$\langle P \rangle \neq P_i \exp\{-\rho\sigma_t L\} G_0 + G_0 I_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} \rho\sigma_D(\underline{i}) \iint_{S_i} \left\{ \int_0^L \frac{dz}{(R_2-z)^2} G_i(r) \right\} dS_0 dS_i$$

En général $S_0 > S_i$

$$\langle P \rangle \neq P_i G_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} \left\{ 1 + \rho\sigma_D(\underline{i}) S_i \int_0^L \frac{dz}{(R_2-z)^2} \right\}$$

$$\text{ou } \langle P \rangle \neq P_i G_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} \left\{ 1 + \rho\sigma_D(\underline{i}) \frac{L S_i}{R_2(R_2-L)} \right\}$$

$$\text{ou } I_t = I_i G_0 \exp\{-\rho\sigma_t L\} \left\{ 1 + \rho\sigma_D(\underline{i}) \frac{L S_i}{R_2(R_2-L)} \right\}$$

Si l'on néglige l'absorption, il vient :

$$\frac{\langle P_t \rangle}{\langle P_i \rangle} = \frac{I_t}{I_i} = G_0 \left\{ 1 + \rho\sigma_D(\underline{i}) \frac{L S_i}{R_2(R_2-L)} \right\} \exp\{-\rho\sigma_s L\}$$

Dans l'approximation de diffusion simple,

$$\rho_t L \ll 1, \text{ donc } \rho_D L < \rho_t L \ll 1$$

L'atténuation du faisceau peut être évaluée par

$$\zeta = \frac{(\text{Puissance reçue en présence de diffuseur})}{(\text{Puissance reçue en l'absence de diffuseur})} = \frac{\langle P_2 \rangle}{\langle P_i G_0 \rangle}$$

$$\zeta = \frac{I}{G_0 I_i} = \left\{ 1 + \rho\sigma_D(\underline{i}) \frac{L S_i}{R_2(R_2=L)} \right\} \exp\{-\rho\sigma_s L\}$$

$$\zeta \neq 1 - \rho L \left(\sigma_s - \frac{S_i \sigma_D(\underline{i})}{R_2^2} \right) \approx (1 - \rho L \sigma_s) = \exp\{-\rho\sigma_s L\}$$

Remarque 1: Notons au passage que les hypothèses de diffusion simple sont en parfait accord avec les qualités requises pour des traceurs en écoulement ; en effet, dans ces conditions leur faible densité est une garantie de non perturbation du jet, et, d'autre part, autorise parallèlement l'utilisation d'une méthode optique traditionnelle.

IV.1.2. Le modèle de Twersky (11) pour les diffusions multiples (63).

Les résultats expérimentaux nous restreignant à un modèle de diffusion simple, il pourrait paraître superflu de présenter la théorie de Twersky ; nous la présentons toutefois, sous forme condensée pour les trois raisons suivantes :

- Tout d'abord, parce que le modèle de diffusion simple n'en est qu'un cas limite.

- A l'inverse des théories empiriques, elle présente, ensuite, une formulation rigoureuse du problème ; seule la complexité des équations obtenues limite l'emploi de la méthode de Twersky aux fluctuations faibles et aux modèles élémentaires.

- Les résultats obtenus, en relation avec la théorie empirique du transport d'énergie à travers un milieu turbulent, permet une discussion relativement simple de la limitation sur la résolution d'une image, imposée par un milieu turbulent aléatoire. Ce dernier point sera développé ultérieurement, de façon succincte, lors de la critique des visualisations obtenues.

(a) *Les diffusions multiples du modèle de Twersky.*

Soit un milieu diffusant contenant N diffuseurs situés en $\underline{r}_1, \underline{r}_2, \dots, \underline{r}_N$ dans un volume V . (Les particules pouvant être différentes en grosseur, forme... etc.) Soit un champ scalaire ψ^a en $\underline{r}_a$, le point M_a étant situé dans le milieu environnant (aucun diffuseur n'étant en a). Le champ ψ peut être une onde de pression, ou une composante du champ électrique ou magnétique, obéissant à une équation d'onde du type $(\nabla^2 + k^2) \psi = 0$ avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, nombre d'onde du milieu environnant.

Le champ en a , est la somme du champ incident en a , et des champs diffusés par les diverses particules.

$$\psi^a = \psi_i^a + \sum_{s=1}^N U_s^a$$

Or le champ U_s^a peut lui même se mettre sous la forme :

$$U_s^a = U_s^a \{ \psi_s, u_s^a \}$$

fonction de ψ_s , onde résultante du diffuseur s et de u_s^a , caractéristique de la diffusion du diffuseur s au point a . Lorsque ψ_s peut être approchée par une onde plane ($\psi_s = \text{onde plane} + \text{contribution faible du milieu diffusant}$) $\psi_s = \psi_0 \exp\{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\}$ et lorsque les distances $(\underline{r}_s, \underline{r}_a)$ sont grandes, alors

$$u_s^a \approx \underline{f}(\underline{0}, \underline{i}) \frac{\exp\{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\}}{r} \quad r = |\underline{r}_a - \underline{r}_s|$$

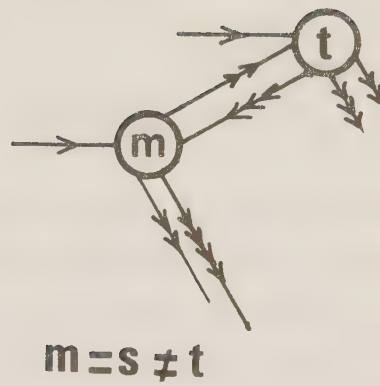
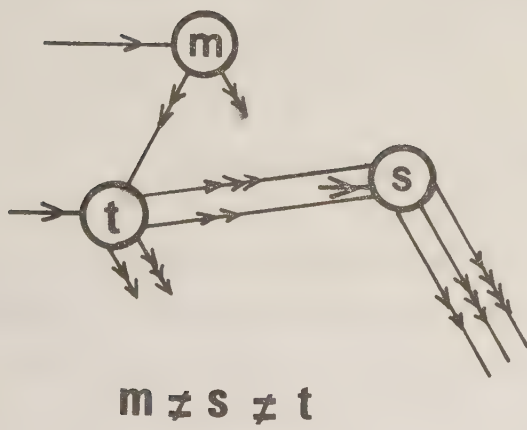


Figure 21

Ce modèle s'adapte bien à notre cas, où les ondes sphériques diffusées à grande distance peuvent être convenablement approchées par une onde plane. Nous pouvons également écrire :

$$\psi_s = \psi_i^s + \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq s}}^N U_t^s$$

ce qui nous donne donc :

$$\psi^a = \psi_i^a + \sum_{s=1}^N u_s^a \psi_s$$

$$\psi^s = \psi_i^s + \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq s}}^N u_t^s \psi_t$$

En éliminant ψ il vient :

$$\psi^a = \underbrace{\psi_i^a + \sum_{s=1}^N u_s^a \psi_i^s}_{\text{Diffusions simples}} + \underbrace{\sum_{s=1}^N \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq s}}^N u_s^a u_t^s \psi_i^t}_{\text{Diffusions doubles}} + \underbrace{\sum_{s=1}^N \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq s}}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq t}}^N u_s^a u_t^s u_m^t \psi_i^m}_{\text{Diffusions triples}}$$

Remarque : Dans le troisième cas, on a $\sum_s \sum_{t \neq s} \sum_{m \neq t}$ mais $m \neq s$ n'est pas exclu (figure 21).

Dans l'hypothèse de Twersky, on néglige l'énergie rétrodiffusée, les diffusions de ce dernier type ne seront pas prises en compte, il reste alors :

$$\psi^a = \psi_i^a + \sum_{s=1}^N u_s^a \psi_i^s + \sum_{s=1}^N \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq s}}^N u_s^a u_t^s \psi_i^t + \sum_{s=1}^N \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq s}}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq t}}^N u_s^a u_t^s u_m^t \psi_i^t + \dots$$

(b) Calcul de la valeur moyenne du champ, appelée "champ cohérent".

Si l'on envisage ψ^a , celui-ci est une fonction généralement aléatoire de $\underline{r}_a$ et du temps t .

$$\psi^a = \langle \psi^a \rangle + \psi_f^a$$

$$\langle \psi^a \rangle = \text{champ cohérent } E_C$$

$$\psi_f^a = \text{champ fluctuant tel que } \langle \psi_f^a \rangle = 0$$

Les moyennes envisagées incluent à la fois des moyennes statistiques sur l'ensemble des particules et des moyennes temporelles. Toutefois, les fluctuations envisagées étant très lentes devant les phénomènes de propagation de la lumière, on peut dire que les fluctuations observées en a représentent bien celles de l'assemblée de particules à un instant antérieur ; ceci permet d'effectuer les calculs en deux temps :

- moyenne statistique,
- fluctuation des valeurs d'ensemble.

L'intensité moyenne en a s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
 I_t &= \langle \psi^a \psi^{a*} \rangle = \langle |\psi^a|^2 \rangle = \langle |\langle \psi^a \rangle + \psi_f^a|^2 \rangle \\
 &= \langle (\langle \psi^a \rangle + \psi_f^a) (\langle \psi^a \rangle^* + \psi_f^{a*}) \rangle \\
 I_t &= |\langle \psi^a \rangle|^2 + \langle |\psi_f^a|^2 \rangle + \langle \langle \psi^a \rangle \psi_f^{a*} \rangle + \langle \langle \psi^a \rangle^* \psi_f^a \rangle \\
 \text{or} \quad \langle \langle \psi^a \rangle^* \psi_f^a \rangle &= \langle \psi^a \rangle^* \langle \psi_f^a \rangle = 0 \text{ car } \langle \psi^a \rangle^* = \text{constante}
 \end{aligned}$$

$$I_t = \langle |\psi^a|^2 \rangle = \underbrace{|\langle \psi^a \rangle|^2}_{I_C} + \underbrace{\langle |\psi_f^a|^2 \rangle}_{I_f}$$

I_C , noté intensité cohérente, n'est pas la valeur moyenne de l'intensité :

$$I_C = \langle \psi^a \rangle \langle \psi^a \rangle^* = E_C E_C^*$$

$$I_f, \text{ intensité incohérente} = \langle |\psi_f^a|^2 \rangle = \langle E_f E_f^* \rangle$$

b.1. Les moyennes statistiques envisagées.

Soit une fonction aléatoire f , dépendant de N diffuseurs. On envisage la moyenne d'ensemble de f (moyenne non temporelle), exprimée en termes de densité de probabilité, $S_S (s_1, s_2, \dots, s_N)$ où (s) = ensemble des paramètres du diffuseur s tels que : taille, forme, position, ...

avec $ds_S = dx_S dy_S dz_S d\xi_S d\zeta_S$

ξ_S	taille
$x_S y_S z_S$	position
ζ_S	forme

Dans ces conditions :

$$\langle f \rangle = \iiint \dots \int f \cdot p(s_1, s_2, \dots, s_N) dx_S dy_S dz_S d\xi_S d\zeta_S$$

Remarque 1 : Si l'on néglige la taille des particules, et, si leur densité numérique est faible, on peut les considérer comme indépendantes (le facteur taille n'intervenant que dans le facteur de diffusion)

$$p(s_1, \dots, s_N) = p(s_1) p(s_2) \dots p(s_N)$$

De plus, si tous les diffuseurs ont la même fonction de diffusion, on peut alors intégrer simplement f vis à vis de ces facteurs ; appelons $\bar{f}$ la moyenne de f , par rapport à ces facteurs.

$$\langle f \rangle = \iiint \bar{f} \cdot p(\underline{r}_1) p(\underline{r}_2) \dots p(\underline{r}_N) d\underline{r}_1 d\underline{r}_2 \dots d\underline{r}_N$$

avec $p(\underline{r}_s) d\underline{r}_s = p(x_s, y_s, z_s) dx_s dy_s dz_s$ = probabilité de trouver la particule s dans le volume envisagé

$$dr_s p(\underline{r}_s) = \frac{\rho(\underline{r}_s)}{N} dr_s$$

N = nombre total de particules

$$d'où \langle f \rangle = \int (f)_\xi \frac{\rho(\underline{r}_1) \rho(\underline{r}_2) \dots \rho(\underline{r}_n)}{N^n} d\underline{r}_1 d\underline{r}_2 \dots d\underline{r}_n$$

Supposons que $(f)_\xi = f(\underline{r}_s)$ seul, sachant que :

$$\int p(\underline{r}_s) dr_s = \int \frac{\rho(\underline{r}_s)}{N} dr_s = 1$$

Il reste :

$$\langle f \rangle = \int f(\underline{r}_s) \cdot \frac{\rho(\underline{r}_s)}{N} d\underline{r}_s$$

Si maintenant :

$$(f)_\xi = f(\underline{r}_s, \underline{r}_t)$$

$$\langle f \rangle = \int f(x_s, y_s, z_s, x_t, y_t, z_t) \frac{\rho(x_s, y_s, z_s) \rho(x_t, y_t, z_t)}{N^2} dx_s dy_s dz_s dx_t dy_t dz_t$$

Remarque 2 :

Dans le calcul de ces moyennes statistiques, on néglige la taille des particules devant leurs distances de sorte que celles-ci soient rigoureusement indépendantes; chaque particule peut occuper n'importe quel site dans le nuage. Il n'en va pas de même en écoulement, où les particules suivent les filets fluides, lesquels ne sont pas indépendants les uns des autres. Il apparaît donc, au sein du fluide, une relation d'ordre partiel, qui rend ainsi caduc le théorème des probabilités indépendantes. Donc, sauf en écoulement fortement turbulent, le modèle de Twersky ne pourra s'appliquer, à moins de connaître la fonction $p(s_1, s_2 \dots s_n)$.

b.2. Champ "cohérent" ou champ moyen, et intensité cohérente.

Dans le modèle de Twersky, le champ moyen s'écrit :

$$\langle \psi^a \rangle = \langle \psi_i^a \rangle + \sum_{s=1}^N \langle u_s^a \psi_i^s \rangle + \sum_{s=1}^N \sum_{t \neq s}^N \langle u_s^a u_t^s \psi_i^t \rangle + \dots$$

Si les moyennes d'ensemble peuvent être calculées par la méthode indiquée, on peut écrire :

$$\langle \psi^a \rangle = \psi_i^a + N \int u_s^a \psi_i^s \frac{\rho(\underline{r}_s)}{N} d\underline{r}_s + N(N-1) \iint u_s^a u_t^s \frac{\rho(\underline{r}_s) \rho(\underline{r}_t)}{N^2} d\underline{r}_s d\underline{r}_t + \dots$$

On rappelle que $d\underline{r}_s = dx_s dy_s dz_s$; quand N devient grand, il vient alors :

$$\langle \psi^a \rangle = \psi_i^a + \int u_s^a \psi_i^s \rho(\underline{r}_s) d\underline{r}_s + \iint u_s^a u_t^s \psi_i^t \rho(\underline{r}_s) \rho(\underline{r}_t) d\underline{r}_s d\underline{r}_t + \dots$$

$$\text{et } I_c = | \langle \psi^a \rangle |^2$$

Remarque : Le champ moyen n'est donc calculable que par un procédé itératif, donc extrêmement complexe, même dans les cas les plus simples. On peut le mettre sous une forme intégrale appelée intégrale de Foldy Twersky en posant :

$$\langle \psi^s \rangle = \psi_i^s + \int u_t^s \psi_i^t \rho(\underline{r}_t) d\underline{r}_t + \dots$$

On obtient :

$$\langle \psi^a \rangle = \psi_i^a + \int u_s^a \langle \psi^s \rangle \rho(\underline{r}_s) d\underline{r}_s$$

c. Intégrale de Twersky pour la fonction de corrélation et intensité totale.

Twersky a pu obtenir pour la fonction de corrélation une équation intégrale compatible avec celle du champ cohérent, donnée par :

$$\langle \psi^a \psi^{a*} \rangle = \langle \psi^a \rangle \langle \psi^{b*} \rangle + \int v_s^a v_s^{b*} \langle |\psi_s|^2 \rangle \rho(\underline{r}_s) d\underline{r}_s$$

$$\text{avec } v_s^a = u_s^a + \int u_t^a v_s^t \rho(\underline{r}_t) d\underline{r}_t$$

Dans ces conditions, on peut écrire l'intensité totale, comme la fonction d'autocorrélation.

$$\underbrace{\langle |\psi^a|^2 \rangle}_{I_t} = \underbrace{| \langle \psi^a \rangle |^2}_{I_c} + \underbrace{\int |v_s^a|^2 \langle |\psi^s|^2 \rangle \rho(\underline{r}_s) d\underline{r}_s}_{I_f}$$

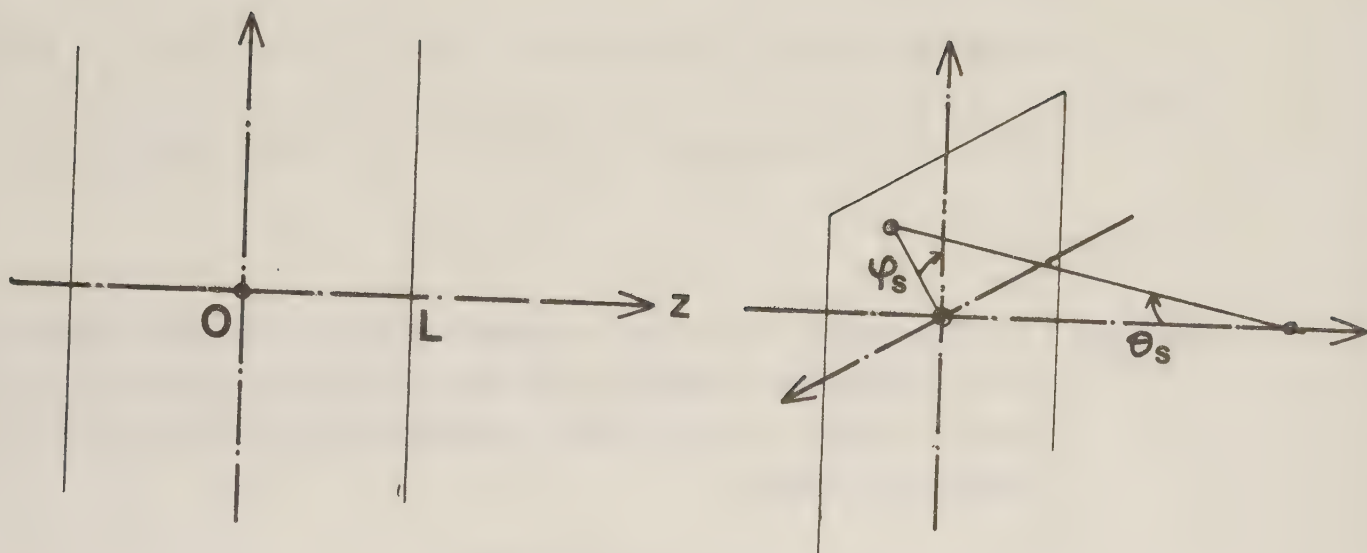
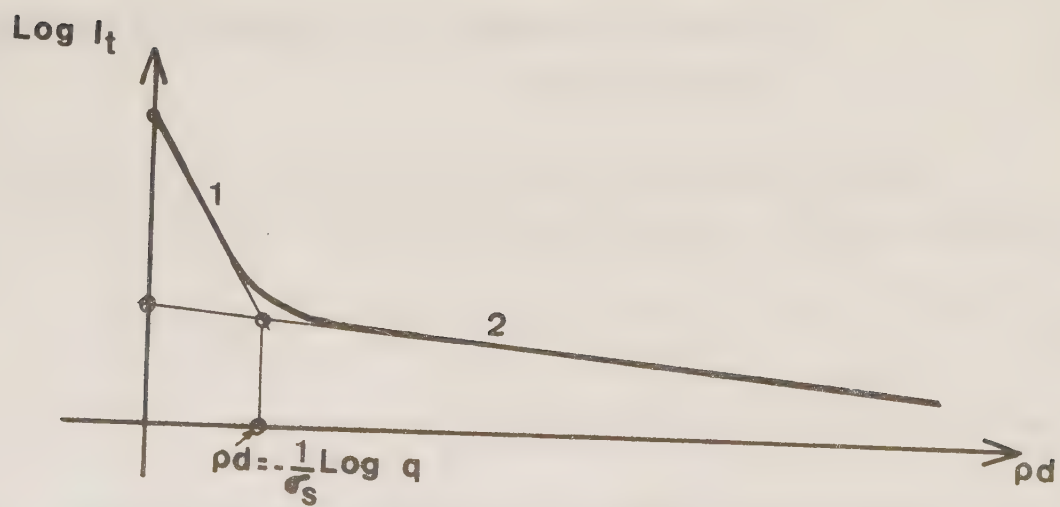


Figure 22



1 droite - $(\sigma_a + \sigma_d) \rho L$

2 $\text{Log } q - \sigma_a \rho L$

Figure 23

La solution générale de ce problème est extrêmement compliquée, et aucune réponse satisfaisante n'a été apportée à ce jour, hormis quelques solutions approchées dans certains cas. Notons toutefois quelques résultats dans le cas d'une onde plane traversant une lame contenant des diffuseurs (figure 22).

$$I_c = | \langle \psi(z) \rangle |^2 = \exp\{-\rho(\sigma_s + \sigma_a)z\} \quad 0 < z < L$$

$$= \exp\{-\rho(\sigma_s + \sigma_a)L\} \quad z > L$$

$$I_t = \langle |\psi|^2 \rangle = \exp\{-\rho \sigma_a L\} \{ \exp\{-\rho \sigma_s L\} + q(1 - \exp\{-\rho \sigma_s L\}) \}$$

$$\text{avec } q = \frac{\int_{\Omega_0} d\Omega_s |\underline{f}(\underline{0}, \underline{i})|^2}{\int_{4\pi} d\Omega_s |\underline{f}(\underline{0}, \underline{i})|^2} = \frac{1}{\sigma_s} \int_{\Omega_s} \sigma_d d\Omega_s$$

$$\text{et } d\Omega_s = \sin\theta_s d\theta_s d\phi_s \text{ (pour } \theta, \text{ petit)}$$

Notons que l'intensité est donnée par le diagramme suivant (figure 23). Dans le cas où $\rho L < \frac{-\text{Log} q}{\sigma_s}$, l'intensité cohérente est prédominante et on retrouve

$$I \approx I_0 \exp\{-\rho \sigma_t L\}$$

approximation au premier ordre.

Conclusion : Bien que séduisante par sa formulation mathématique rigoureuse d'une part, et la prise en compte théorique des corrélations existant entre les champs diffusés par les particules, d'autre part, la théorie de Twersky reste d'un emploi délicat dans les milieux purement aléatoires, et très difficile dans un milieu où intervient une relation d'ordre, la fonction densité de probabilité devenant inextricable. Notons que l'introduction du facteur temps dans ce système ne simplifie pas les choses. C'est pourquoi nous nous sommes attachés à proposer un modèle différent, mieux adapté à notre problème.

IV.2. INTRODUCTION D'UNE RELATION D'ORDRE DANS UN SYSTEME ALEATOIRE.

Nous avons vu dans le §II.3. l'insuffisance de la notion de milieu aléatoire qui nous conduisait à des contradictions apparentes, et donc la

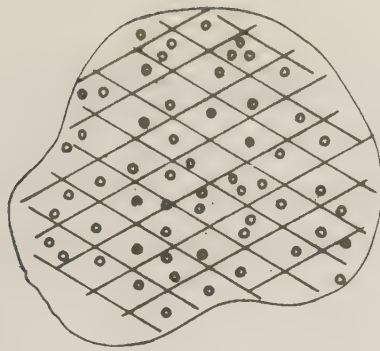


Figure 24a

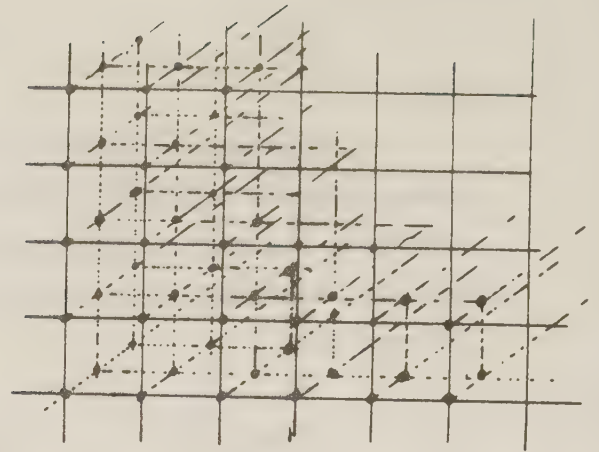


Figure 24b

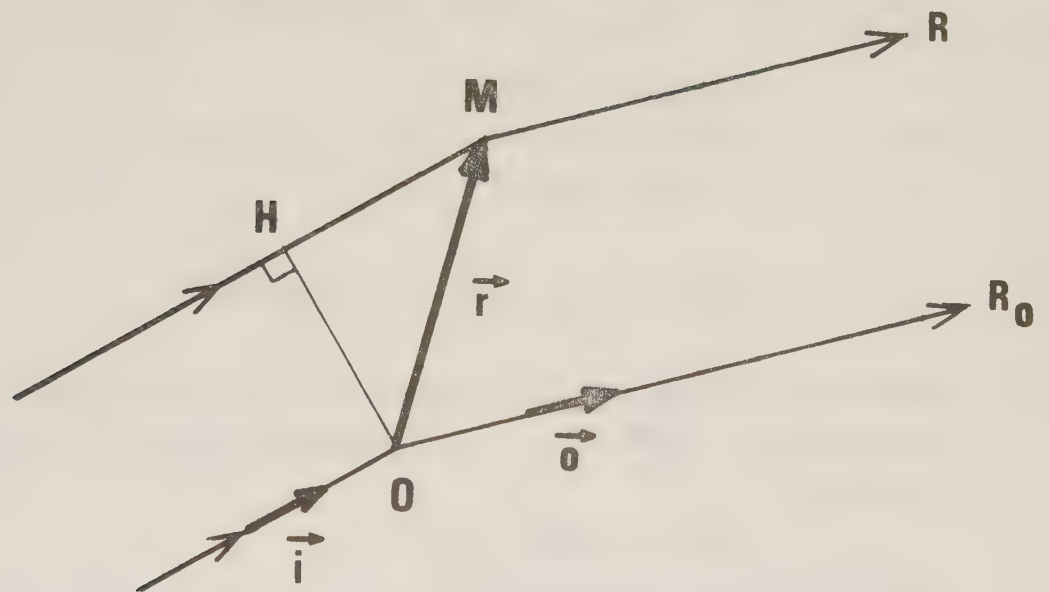


Figure 25

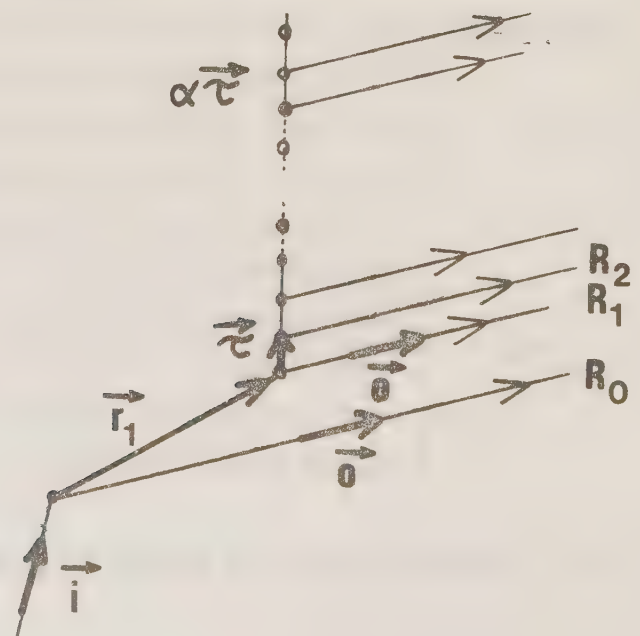


Figure 26

nécessité d'étude d'un milieu partiellement ordonné. Pour aborder un tel problème, deux voies semblent possibles.

- Partir d'un milieu totalement désordonné, dans lequel on introduit une relation d'ordre partiel. Bien que correspondant au processus réel, comme nous allons le montrer, nous avons vu la difficulté d'une telle entreprise, tant qu'on ignore la nature de la relation d'ordre à introduire dans les intégrales de Twersky ; en effet, dans la chambre de tranquillisation, le brouillard constitué (gouttelettes ou fumées) présente un caractère aléatoire total ; l'air étant quasiment au repos, seul demeure le mouvement aléatoire Brownien bien connu, et le mélange apparaît homogène. Les lois statistiques que nous avons signalées s'appliquent à ce milieu faiblement turbulent.

Imaginons maintenant la section Σ_0 de sortie de la chambre de tranquillisation. Nous pouvons admettre qu'à partir de cette section les particules sont accélérées depuis la vitesse 0 jusqu'à la vitesse locale de l'écoulement, pour suivre une ligne de champ ou filet fluide. La position d'une particule au sein du jet est donc déterminée par ses coordonnées (x_0, y_0) dans la section Σ_0 . Le jet diffusant va donc être une succession de sections du type Σ_0 , séparées par des intervalles de temps de l'ordre de $\tau = \frac{\ell}{v_e}$ (ℓ = distance moyenne entre deux particules, v_e = vitesse du fluide dans le plan de sortie). Notons que si la densité ρ dans la chambre de tranquillisation est suffisante, les sections du type Σ entraînées sont statistiquement identiques, à une faible fluctuation près. Ces considérations nous amènent tout naturellement à la deuxième voie :

- Partir d'un système ordonné, à l'intérieur duquel on introduit une relation de désordre. On peut donc découper la section Σ_0 en cases élémentaires, du type de celles représentées sur la figure 24a, chaque case contenant une ou plusieurs particules. Lorsque la densité ρ est suffisante, nous admettons que l'on a statistiquement au moins une particule par case ; les sections se succédant à la cadence τ , on aura donc au départ, un système de particules comprises dans un réseau régulier, (figure 24b).

Au départ, nous avons donc un système représentatif de la densité du gaz : chaque case affectée du numéro u contient le même nombre de particules. Dans l'écoulement, deux phénomènes peuvent se produire.

- Les paramètres des cases peuvent changer, diminuer sous une augmentation de pression par exemple ; leur densité volumique croît alors et par suite le nombre de particules proportionnel en moyenne à la masse volumique du gaz. En incompressible, on supposera les paramètres constants.

- Le nombre de particules qu'elles contiennent est soumis à variation ; statistiquement, le nombre par case peut rester le même, mais les diffuseurs sont différents . Ce facteur d'échange engendre en réalité une perte de cohérence des ondes diffusées et augmente l'intensité globale.

La structure maillée, bien que fictive, représente le mouvement moyen du fluide et le mouvement d'entraînement des particules; leur mouvement relatif dans une cellule représente le mouvement fluctuant. C'est pourquoi nous devons étudier en premier lieu le comportement d'une structure ordonnée.

IV.3. DIFFUSION PAR UNE ASSEMBLEE ORDONNEE DE PARTICULES.

Nous nous plaçons dans le cas d'une onde incidente plane, traversant une assemblée de particules sphériques identiques ou de dispersion de taille faible, ayant donc sensiblement les mêmes caractéristiques de diffusion $\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})$. Nous envisageons par ailleurs un volume diffusant dont les dimensions sont petites vis à vis de la distance d'observation. Enfin, nous supposons vraie l'approximation de diffusion simple, ou, tout au moins, l'approximation au premier ordre.

IV.3.1. Particule simple

Soit une particule isolée, située en un point M , repérée par son rayon vecteur $\underline{r}$ par rapport à un repère (x, y, z) (figure 25). On envisage l'onde diffusée par celle-ci dans la direction $\underline{o}$, à grande distance R . Soit $\underline{i}$ la direction de l'onde incidente, $|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})| E_i$, l'amplitude de diffusion de la particule.

Le champ diffusé par la particule, observé à la distance R est celui que celle-ci a émis à l'instant $(t - \frac{R}{c})$

$$\underline{E}_S = E_{iM} \exp\{-j\omega(t - \frac{R}{c})\} \frac{\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})}{R}$$

Si l'on prend pour origine des temps l'instant où l'onde incidente atteint le point o , on peut écrire que :



$$E_{iM} = E_i \exp\{-j\omega(t - \frac{HM}{c})\}$$

$$\text{soit } \underline{E}_s = E_i \frac{f(\underline{o}, \underline{i})}{R} \exp\left\{\frac{j\omega}{c} (R + HM)\right\} \cdot \exp\{-j\omega t\}$$

$$\text{En écrivant } \underline{R}_o - \underline{r} = \underline{R}$$

$$R = \underline{o} \cdot \underline{R} = \underline{o} \cdot (\underline{R}_o - \underline{r}) \quad R_o = \underline{o} \cdot \underline{R}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \quad \text{et} \quad \underline{HM} = \underline{i} \cdot \underline{r}$$

Il vient :

$$\underline{E}_s = \frac{E_i}{R} f(\underline{o}, \underline{i}) \exp\{jk \{ \underline{o}(\underline{R}_o - \underline{r}) + \underline{i} \cdot \underline{r} \} \} \cdot \exp\{-j\omega t\}$$

soit :

$$\underline{E}_s = E_i f(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jk \{ \underline{o}(\underline{R}_o - \underline{r}) + \underline{i} \cdot \underline{r} \} \}}{\underline{o}(\underline{R}_o - \underline{r})} \exp\{-j\omega t\}$$

L'amplitude complexe de l'onde diffusée se met alors sous la forme :

$$\underline{E}_s = E_i f(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \frac{\exp\{jk(\underline{i} - \underline{o}) \cdot \underline{r}\}}{1 - \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}}{R_o}}$$

soit :

$$\underline{E}_s = E_i f(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \frac{\exp\{jk \underline{s} \cdot \underline{r}\}}{1 - \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}}{R_o}}$$

$$\text{avec } \underline{k}_s = (\underline{i} - \underline{o}) k$$

lorsque $\frac{\underline{o} \cdot \underline{r}}{R_o} \ll 1$ on pourra, soit le négliger, soit écrire :

$$\underline{E}_s \approx E_i f(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \left(1 + \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}}{R_o}\right) \exp\{jk \underline{s} \cdot \underline{r}\}$$

Cette expression peut être approchée par une exponentielle de la forme :

$$\underline{E}_s = E_i f(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \exp\left\{\frac{\underline{o} \cdot \underline{r}}{R_o}\right\} \exp\{jk \underline{s} \cdot \underline{r}\}$$

$$\text{En écrivant pour } |\underline{R}_o| \gg |\underline{r}| \quad \left(1 + \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}}{R_o}\right) \approx \exp\left\{\frac{\underline{o} \cdot \underline{r}}{R_o}\right\}$$



IV.3.2. Cas d'une rangée de particules ordonnées.

On envisage une rangée de n_α particules décalées d'une quantité $\alpha\tau$ par rapport à la première (figure 26). Les particules étant sphériques, par symétrie, (l'onde incidente n'étant pas altérée en diffusion simple) les ondes diffusées dans la direction $\underline{o}$ sont dans le même état de polarisation elliptique et peuvent interférer. Nous avons vu en particulier que dans ces conditions, l'addition vectorielle devient une simple addition en module de sorte que :

$$\underline{E}_S = E_i \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \exp\left\{\frac{\underline{o} \cdot (\underline{r}_1 + \alpha\tau)}{R_o}\right\} \cdot \exp\{jk_S (\underline{r}_1 + \alpha\tau)\}$$

$$\underline{E}_S = E_i \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \exp\left\{\frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o}\right\} \cdot \exp\{jk_S \cdot \underline{r}_1\} \sum_{\alpha=0}^{n_\alpha-1} \exp\left\{\frac{\underline{o} \cdot \alpha\tau}{R_o}\right\} \exp\{jk_S \cdot \alpha\tau\}$$

en posant : $\rho_\alpha = \exp\left\{\frac{\tau \cdot \underline{o}}{R_o}\right\}$ et $\phi_\alpha = \underline{k}_S \cdot \tau$

Il vient :

$$\underline{E}_S = E_i \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \left(1 + \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o}\right) \cdot \exp\{jk_S \cdot \underline{r}_1\} \cdot \left\{ \frac{1 - \rho^{n_\alpha} \exp\{jn_\alpha \phi_\alpha\}}{1 - \rho \exp\{j\phi_\alpha\}} \right\}$$

Calcul de l'intensité diffusée :

$$I_S = \underline{E}_S \underline{E}_S^* \neq E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \left\{ \frac{1 + 2 \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o}}{R_o} \right\} \left| \frac{1 - \rho^{n_\alpha} \exp\{jn_\alpha \phi_\alpha\}}{1 - \rho \exp\{j\phi_\alpha\}} \right|^2$$

soit
$$I_S = E_i^2 \frac{\sigma_D}{R_o^2} \left\{ 1 + 2 \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o} \right\} \left\{ \frac{1 - \rho^n (2 \cos(n_\alpha \phi_\alpha)) + \rho^{2n_\alpha}}{1 - \rho(2 \cos \phi_\alpha) + \rho^2} \right\}$$

sachant que $\rho_\alpha = \left(1 + \frac{\underline{o} \cdot \tau}{R_o}\right) = 1 + \varepsilon_\alpha$

$$I_S = E_i^2 \frac{\sigma_D}{R_o^2} \left\{ 1 + 2 \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o} \right\} \left\{ \frac{1 - 2(1 + n_\alpha \varepsilon_\alpha) \cos(n_\alpha \phi_\alpha) + (1 + 2n_\alpha \varepsilon_\alpha)}{1 - 2(1 + \varepsilon_\alpha) \cos \phi_\alpha + (1 + 2\varepsilon_\alpha)} \right\}$$

soit

$$I_S = E_i^2 \frac{\sigma_D}{R_o^2} \left\{ 1 + 2 \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o} \right\} \left\{ \frac{1 + n_\alpha \varepsilon_\alpha}{1 + \varepsilon_\alpha} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha} \right\}$$



$$I_s(\underline{o}) = I(\underline{o}) \left\{ \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha} \right\}$$

(a) Intensité diffusée vers l'avant.

On a, dans ce cas, $\phi_\alpha = 0$ puisque $\underline{i} = \underline{o}$ et $\underline{k}_S = k(\underline{i} - \underline{o}) = 0$
Mais il faut tenir compte de l'onde incidente

$$E_S(\underline{i}) = E_i \exp\{jkR_o\} + E_i \underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR\}}{R_o} \left(1 + \frac{\underline{i}, \underline{r}_1}{R_o}\right) \left\{ \frac{1 - \rho^{n_\alpha}}{1 - \rho} \right\}$$

$$\text{D'où} \quad I_t(\underline{i}) = E_S(\underline{i}) E_S^*(\underline{i})$$

$$= E_i^2 \left\{ 1 + \frac{2n_\alpha}{R_o} \left(1 + \frac{\underline{i}, \underline{r}_1}{R_o}\right) \operatorname{Re} \left[\left(\underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \left\{ \frac{1 - \rho^{n_\alpha}}{1 - \rho} \right\} + \frac{n_\alpha^2}{R_o^2} |\underline{f}(\underline{i}, \underline{i})|^2 \left(1 + \frac{\underline{i}, \underline{r}_1}{R_o}\right) \left\{ \frac{1 - \rho^{n_\alpha}}{1 - \rho} \right\} \right] \right\}$$

On trouve une intensité sortante supérieure à l'intensité incidente.
Ceci vient du fait que l'on a négligé l'atténuation de l'onde à la traversée du milieu ; on peut en tenir compte de la manière suivante. A chaque centre diffusant, l'énergie perdue est $\sigma_t I_o$, l'énergie incidente est donc multipliée par $(1 - \sigma_t)$ et l'on a $\epsilon_\alpha = -\frac{\sigma_t}{2} + \frac{\underline{r}_1, \underline{o}}{R_o}$; ceci donne un coefficient d'atténuation pour le champ $\sqrt{1 - \sigma_t}$ qui peut être inclu dans le module ρ .

$$\rho = \sqrt{1 - \sigma_t} \exp\left\{\frac{\underline{r}_1, \underline{o}}{R_o}\right\} \neq \sqrt{1 - \sigma_t} \left(1 + \frac{\underline{r}_1, \underline{o}}{R_o}\right)$$

en négligeant les termes $\frac{1}{R}$ et $\frac{\underline{r}_1}{R_o}$ on a :

$$\rho = \sqrt{1 - \sigma_t} \quad \text{et} \quad \frac{1 - \rho^{n_\alpha}}{1 - \rho} \approx \frac{1 - \sqrt{1 - \sigma_t} \frac{n_\alpha}{2}}{1 - \sqrt{1 - \sigma_t}}$$

$$\text{soit} \quad \frac{1 - \rho^{n_\alpha}}{1 - \rho} \approx n_\alpha \left\{ 1 - \frac{\sigma_t n_\alpha}{4} \right\} \neq n_\alpha \exp\left\{-\frac{\sigma_t n_\alpha}{4}\right\}$$

Sachant que l'énergie perdue pour l'ensemble est à multiplier par $\exp\{-n_\alpha \sigma_t\}$, on peut écrire pour le champ :

$$\underline{E}_S(\underline{i}) = E_i \exp\{jkR_o\} \left\{ \exp\left\{-\frac{n_\alpha \sigma_t}{2}\right\} + n_\alpha \frac{\underline{f}(\underline{i}, \underline{i})}{R_o} \exp\left\{-\frac{\sigma_t n_\alpha}{4}\right\} \right\}$$



Il vient :

$$I_t(\underline{i}) = E_i^2 \exp \{-n_\alpha \sigma_t\} + n_\alpha^2 \frac{|\underline{f}(\underline{i}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \exp \left\{-\frac{\sigma_t n_\alpha}{2}\right\} \\ + 2 \frac{n_\alpha}{R_o} R_e(\underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \exp \left\{-\frac{n_\alpha \sigma_t}{4}\right\}) \\ \# E_i^2 \exp \{-n_\alpha \sigma_t\} \left\{1 + \frac{2n_\alpha}{R_o} R_e \left[\frac{(\underline{f}(\underline{i}, \underline{i}))}{R_o^2} + \frac{n_\alpha^2}{R_o^2} |\underline{f}(\underline{i}, \underline{i})|^2 \right] \right\}$$

Pour un milieu aléatoire on aurait eu simplement :

$$I_t(\underline{i}) = E_i^2 \exp \{-n_\alpha \sigma_t\} \left\{1 + n_\alpha \frac{|\underline{f}(\underline{i}, \underline{i})|^2}{R_o^2}\right\}$$

Remarque : Si le reste du milieu est opaque (absorption totale), on retrouve la diffraction classique par n_α trous,

$$I_t(\underline{i}) = I_s(\underline{i}) = n_\alpha^2 I_i \frac{|\underline{f}(\underline{i}, \underline{i})|^2}{R_o} \exp \left\{-\frac{n_\alpha \sigma_t}{2}\right\} \quad (\text{pour } n_\alpha \text{ grand}) \\ \text{dont l'intensité centrale est proportionnelle à } n_\alpha^2$$

(b) Etude des maximums et des minimums d'intensité :

L'intensité diffusée se met donc sous la forme

$$I_s(\underline{o}) = I_o \left\{ \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha} \right\}$$

L'allure de la fonction $I_o(\theta)$ est celle d'une indicatrice de diffusion, c'est-à-dire continue, monotone sur $[0, \pi]$. Les maximums et les minimums d'intensité sont donc ceux de la fonction

$$\frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha}$$

Posons $\phi_\alpha = \phi - 2p\pi$, l'étude de la fonction pour $\phi_\alpha \rightarrow 2p\pi$

revient à celle de $\frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha}$ pour $\phi_\alpha \rightarrow 0$

Or $\lim_{\phi_\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha} = n_\alpha^2$ et correspond à un maximum.

Figure 27

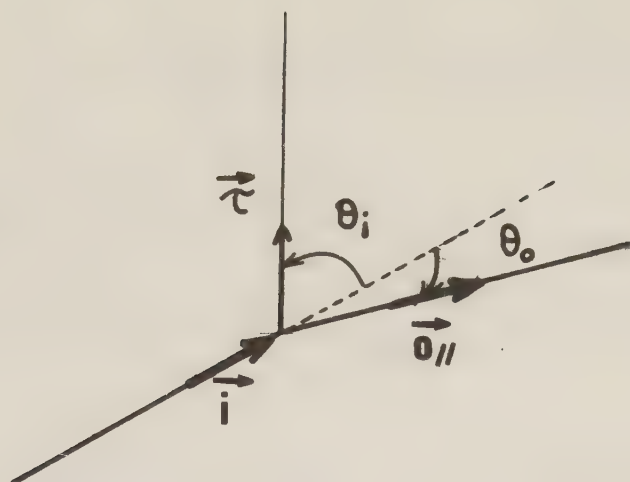
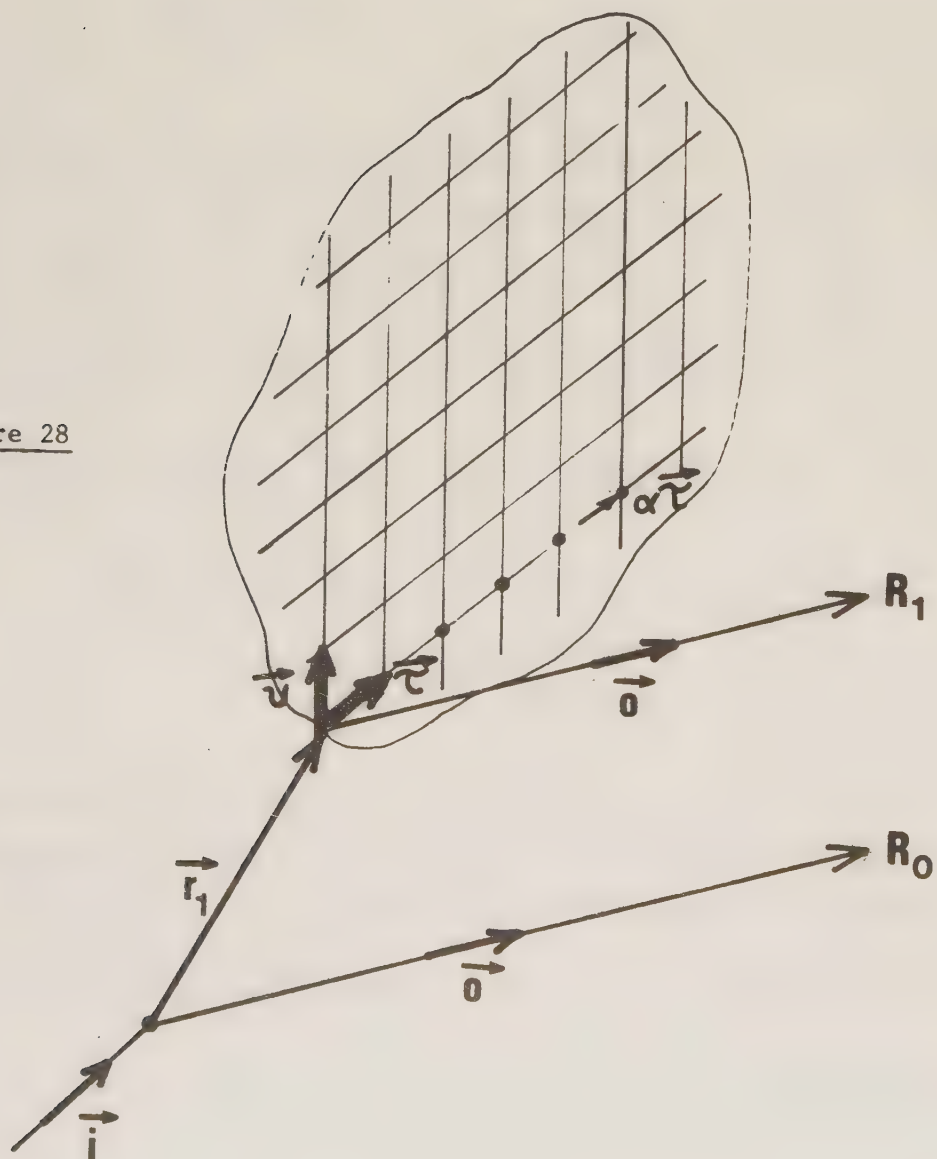


Figure 28



b.1. Les maximums de la fonction :

Il ont donc lieu pour $\phi_\alpha = \pm 2p\pi$ soit

$$\frac{2\pi}{\lambda} (\underline{i} - \underline{o}) \underline{\tau} = 2p\pi \quad \text{soit}$$

$$(\underline{i} - \underline{o}) \frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} = \pm p \frac{\lambda}{\underline{\tau}}$$

Un solution évidente est $p = 0$, soit $\underline{o} = \underline{i}$ déjà observée en diffusion vers l'avant.

Sachant que $\left| (\underline{i} - \underline{o}) \frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} \right| \leq 2$, deux cas peuvent se produire :

- $\tau < \frac{\lambda}{2}$; le système n'admet qu'une solution unique pour $p = 0$; c'est le cas des milieux condensés où $\tau \ll \lambda$

- $\tau > \frac{\lambda}{2}$; alors, un certain nombre de solutions sont possibles. supposons que $\tau = (a + \epsilon)\lambda$, ($\epsilon < 1$)

remarquons que $\underline{o}$ peut s'écrire $\underline{o} = \underline{o}_{//} + \underline{o}_{\perp}$ ou $\underline{o}_{//}$ est contenu dans le plan $(\underline{i}, \underline{\tau})$ et $(\underline{o}_{\perp})$ est normal au plan $(\underline{i}, \underline{\tau})$. La solution s'écrit alors :

$$(\underline{i} - \underline{o}) \left(\frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} \right) = \pm \frac{p}{a + \epsilon} = (\underline{i} - \underline{o}_{//}) \frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}}$$

Indépendante de $\underline{o}_{\perp}$, l'image obtenue est donc parallèle à la rangée diffusante. La solution s'écrit alors (figure 27)

$$\underline{o}_{//} \cdot \left(\frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} \right) = \underline{i} \cdot \frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} \pm \frac{p}{a + \epsilon} \quad (\text{avec } \underline{i} \underline{\tau} > 0)$$

$$\text{Or } \{ \underline{o}_{//}, \frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} \} = (\theta_i - \theta_o)$$

$$\text{Soit } |\underline{o}_{//}| \cos(\theta_i - \theta_o) = \cos \theta_i \pm \frac{p}{a + \epsilon}$$

$$\text{ou } \cos(\theta_i - \theta_o) = \frac{1}{|\underline{o}_{//}|} \left(\cos \theta_i \pm \frac{p}{a + \epsilon} \right)$$



Il existe un domaine à l'intérieur duquel l'image est visible, définie par la relation ci-dessus.

Dans le plan contenant la rangée diffusante, $|\underline{o}_{//}| = 1$, et les solutions sont données par :

$$\cos(\theta_o - \theta_i) = \cos \theta_i \pm \frac{p}{a + \varepsilon}$$

. Pour $\theta_i = \frac{\pi}{2}$ par exemple (direction incidente perpendiculaire à la rangée diffusante) on aura :

$$o_{//} \cdot \sin \theta_o = \pm \frac{p}{a + \varepsilon}$$

Dans le plan d'incidence $|o_{//}| = 1$

$$\text{et } \sin \theta_o = \frac{p}{a + \varepsilon}$$

n'a de solutions que pour $p = a$, soit $(2a + 1)$ solutions symétriques. Pour des valeurs de $o_{//} = \frac{1}{b + \varepsilon'}$ (b entier > 1)

$$\sin \theta_o = \frac{b + \varepsilon'}{a + \varepsilon} p$$

Ceci impose la limite ($b = a$) pour laquelle seule l'image centrale demeure visible

b.2. Les minimums de la fonction

Il sont obtenus pour $n_\alpha \phi_\alpha = \pm 2m\pi$ avec $m \neq pn_\alpha$, ces dernières valeurs de m correspondant aux maximums.

soit :

$$\phi_\alpha = \pm \frac{2m\pi}{n_\alpha} = \frac{2\pi}{\lambda} (\underline{i} - \underline{o}_{//}) \left(\frac{\tau}{\tau}\right) \tau$$

$$(\underline{i} - \underline{o}_{//}) \left(\frac{\tau}{\tau}\right) = \pm \frac{m}{n_\alpha} \frac{\lambda}{\tau}$$

$$\text{soit : } o_{//} \cos(\theta_i - \theta_o) = (\cos \theta_i \pm \frac{m\lambda}{n_\alpha})$$

n_α étant en général grand et $\tau \approx a\lambda$, le nombre de solutions possibles est considérable, donc I est presque partout nulle, en dehors de quelques points où I est maximale. Lorsque $\tau < \frac{\lambda}{2}$, le milieu devient transparent, et l'on n'a



plus qu'un seul maximum dans la direction incidente.

Pour $\theta_i = \frac{\pi}{2}$ la solution devient :

$$O // \sin \theta_o \neq \frac{m}{n_\alpha a} \quad (n_\alpha \text{ très grand})$$

On retrouve donc sensiblement les résultats habituels des réseaux.

IV.3.3. Cas d'un plan ordonné (figure 28)

Le champ diffusé par une particule repérée par

$\underline{r} = (\underline{r}_1 + \alpha \underline{\tau} + \beta \underline{v})$ s'écrit donc :

$$\underline{E}_s(\alpha, \beta) = E_i \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \exp\left\{\frac{\underline{o}(\underline{r}_1 + \alpha \underline{\tau} + \beta \underline{v})}{R_o}\right\} \exp\{jk_s(\underline{r}_1 + \alpha \underline{\tau} + \beta \underline{v})\}$$

$$\text{Or } \underline{E}_{st} = \sum_{\alpha=0}^{n_\alpha-1} \sum_{\beta=0}^{n_\beta-1} \underline{E}_s(\alpha, \beta)$$

ce qui nous conduit à :

$$\underline{E}_{st} = \underline{E}_i \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \left(1 + \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o}\right) \left\{ \frac{1 - \rho_\alpha^{n_\alpha} \exp\{jn_\alpha \phi_\alpha\}}{1 - \rho_\alpha \exp\{j\phi_\alpha\}} \right\} \left\{ \frac{1 - \rho_\beta^{n_\beta} \exp\{jn_\beta \phi_\beta\}}{1 - \rho_\beta \exp\{j\phi_\beta\}} \right\}$$

$$\text{avec } \rho_\alpha = \exp\left\{\frac{\underline{\tau} \cdot \underline{o}}{R_o}\right\} \sqrt{1 - \sigma_t} = (1 + \epsilon_\alpha) \quad \text{en sommant d'abord sur } \alpha$$

puis sur les rangées β

$$\text{et } \rho_\beta = \exp\left\{\frac{\underline{v} \cdot \underline{o}}{R_o}\right\} \sqrt{1 - n_\alpha \sigma_t} = (1 + \epsilon_\beta)$$

$$\phi_\alpha = k_s \cdot \underline{\tau} \quad \text{et} \quad \phi_\beta = k_s \cdot \underline{v}$$

L'intensité diffusée s'écrit alors :

$$I_s = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \left\{1 + \frac{2\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o}\right\} \left\{ \frac{1 + n_\alpha \epsilon_\alpha}{1 + \epsilon_\alpha} \right\} \left\{ \frac{1 + n_\beta \epsilon_\beta}{1 + \epsilon_\beta} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\beta \phi_\beta}{1 - \cos \phi_\beta} \right\}$$

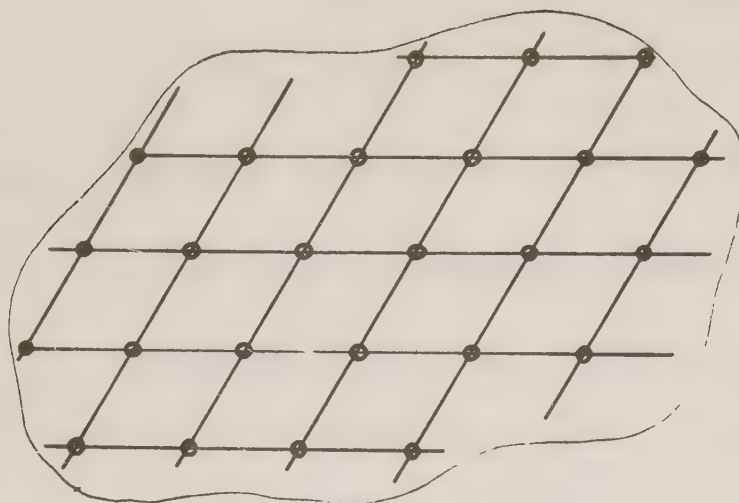


Figure 29

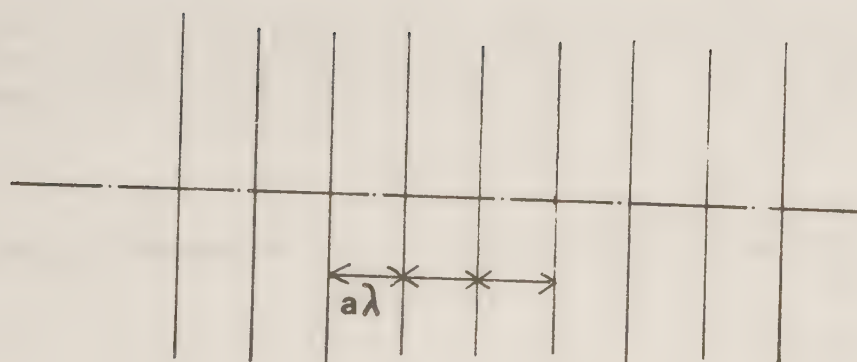


Figure 30

en négligeant les termes $\frac{r_1}{R_o}$; $\frac{\tau}{R_o}$ et $\frac{v}{R_o}$ il vient (pour n_α et n_β grands)

$$I_s \approx E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} (1 - n_\alpha n_\beta \frac{\sigma \tau}{2}) \left\{ \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos n_\alpha} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\beta \phi_\beta}{1 - \cos n_\beta} \right\}$$

$$E_s = E_i \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \exp\{jk \underline{s} \cdot \underline{r}_1\} \left\{ \frac{1 - \rho_\alpha^{n_\alpha} \exp\{jn_\alpha \phi_\alpha\}}{1 - \rho_\alpha \exp\{j\phi_\alpha\}} \right\} \left\{ \frac{1 - \rho_\beta^{n_\beta} \exp\{jn_\beta \phi_\beta\}}{1 - \rho_\beta \exp\{j\phi_\beta\}} \right\}$$

On pourrait faire une analyse semblable à la précédente en remarquant que les maximums ont lieu cette fois pour des points vérifiant simultanément :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\underline{i}}{\underline{o}} - \underline{o}\right) \left(\frac{\tau}{\underline{\tau}}\right) \frac{\tau}{\lambda} &= \pm p_\alpha \\ \left(\frac{\underline{i}}{\underline{o}} - \underline{o}\right) \left(\frac{\tau}{\underline{\tau}}\right) \frac{v}{\lambda} &= \pm p_\beta \end{aligned} \quad (p_\alpha \text{ et } p_\beta \text{ entiers})$$

- pour $(\tau \text{ et } v) < \frac{\lambda}{2}$ la seule solution demeure $\underline{i} = \underline{o}$

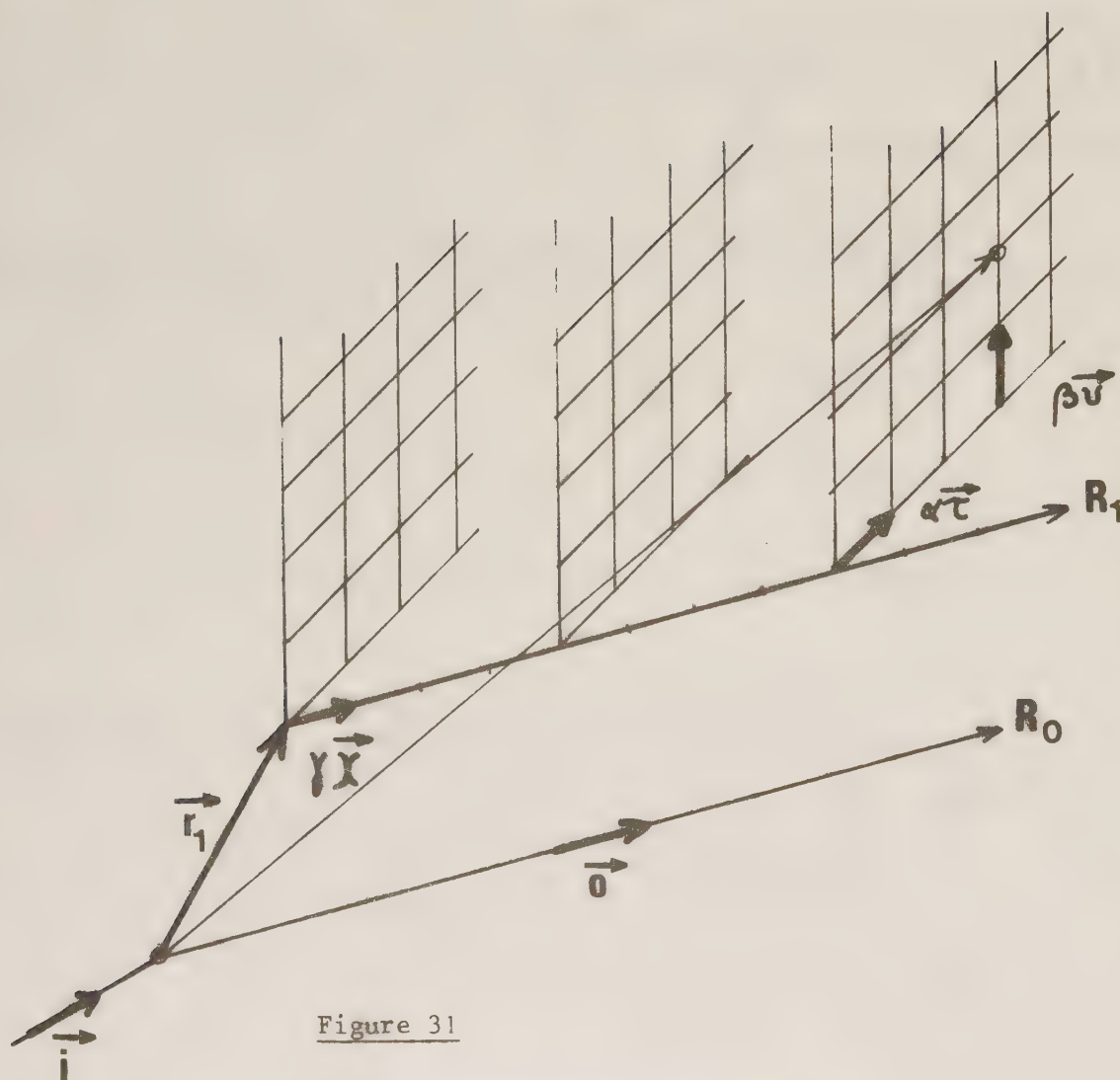
- pour $(\tau \text{ et } v) > \frac{\lambda}{2}$

notons simplement que pour $\underline{i}$ perpendiculaire à $(\tau \text{ et } v)$ les solutions s'écrivent :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\tau}{\underline{\tau}}\right) \underline{o} &= \pm \frac{p_\alpha}{a_\alpha + \varepsilon_\alpha} \\ \left(\frac{v}{\underline{v}}\right) \underline{o} &= \pm \frac{p_\beta}{a_\beta + \varepsilon_\beta} \end{aligned}$$

Les deux équations devant être vérifiées simultanément, le nombre de solutions possibles est restreint. On retrouve les cas de diffraction par des ouvertures régulièrement espacées dans un plan. Lorsque $\underline{v} \rightarrow \underline{o}$ on retrouve bien sûr les résultats d'une rangée.

Remarque : Si on superpose un grand nombre de rangées du type précédent, de sorte que $\underline{v} \rightarrow \underline{o}$, on crée un réseau tel que $\tau = a\lambda$ et $v \gg \lambda$ (figure 29).
Eclairé par une onde plane, celui-ci donnera une série d'images ponctuelles dans le plan focal d'une lentille (puisque la solution



transversale est $(\underline{i} - \underline{o}) \cdot \underline{v} = 0$ c'est-à-dire $\underline{i} - \underline{o} = 0$ ou $(\underline{i} - \underline{o}) \perp \underline{v}$. L'image est normale aux rangées constituées dans les deux sens ; il est alors préférable d'envisager des rangées parallèles telles que celles de la figure 30, correspondant au réseau fente traditionnel. On a alors $(2a + 1)$ images dans le plan méridien (diffusion vers l'avant) dont l'écart angulaire est aisément calculable et redonne les résultats traditionnels.

IV.3.4. Milieu tridimensionnel.

On se place toujours dans le cas de diffusion simple et on envisage un système tel que celui de la figure 31, dans lequel $\underline{r} = \underline{r}_1 + (\gamma\underline{x} + \alpha\underline{\tau} + \beta\underline{v})$ ce qui nous conduit avec les notations déjà mentionnées à :

$$\underline{E}_{st} = E_i \underline{f}(\underline{o}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \left(1 + \frac{\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o}\right) \exp\{jk \underline{s} \cdot \underline{r}_1\}$$

$$\left\{ \frac{1 - \rho_\alpha^{n_\alpha} \exp\{jn_\alpha \phi_\alpha\}}{1 - \rho_\alpha \exp\{j\phi_\alpha\}} \right\} \left\{ \frac{1 - \rho_\beta^{n_\beta} \exp\{jn_\beta \phi_\beta\}}{1 - \rho_\beta \exp\{j\phi_\beta\}} \right\} \left\{ \frac{1 - \rho_\gamma^{n_\gamma} \exp\{jn_\gamma \phi_\gamma\}}{1 - \rho_\gamma \exp\{j\phi_\gamma\}} \right\}$$

$$\text{où } \rho_\alpha = \exp\left\{\frac{\underline{\tau} \cdot \underline{o}}{R_o}\right\} \sqrt{1 - \sigma_t}$$

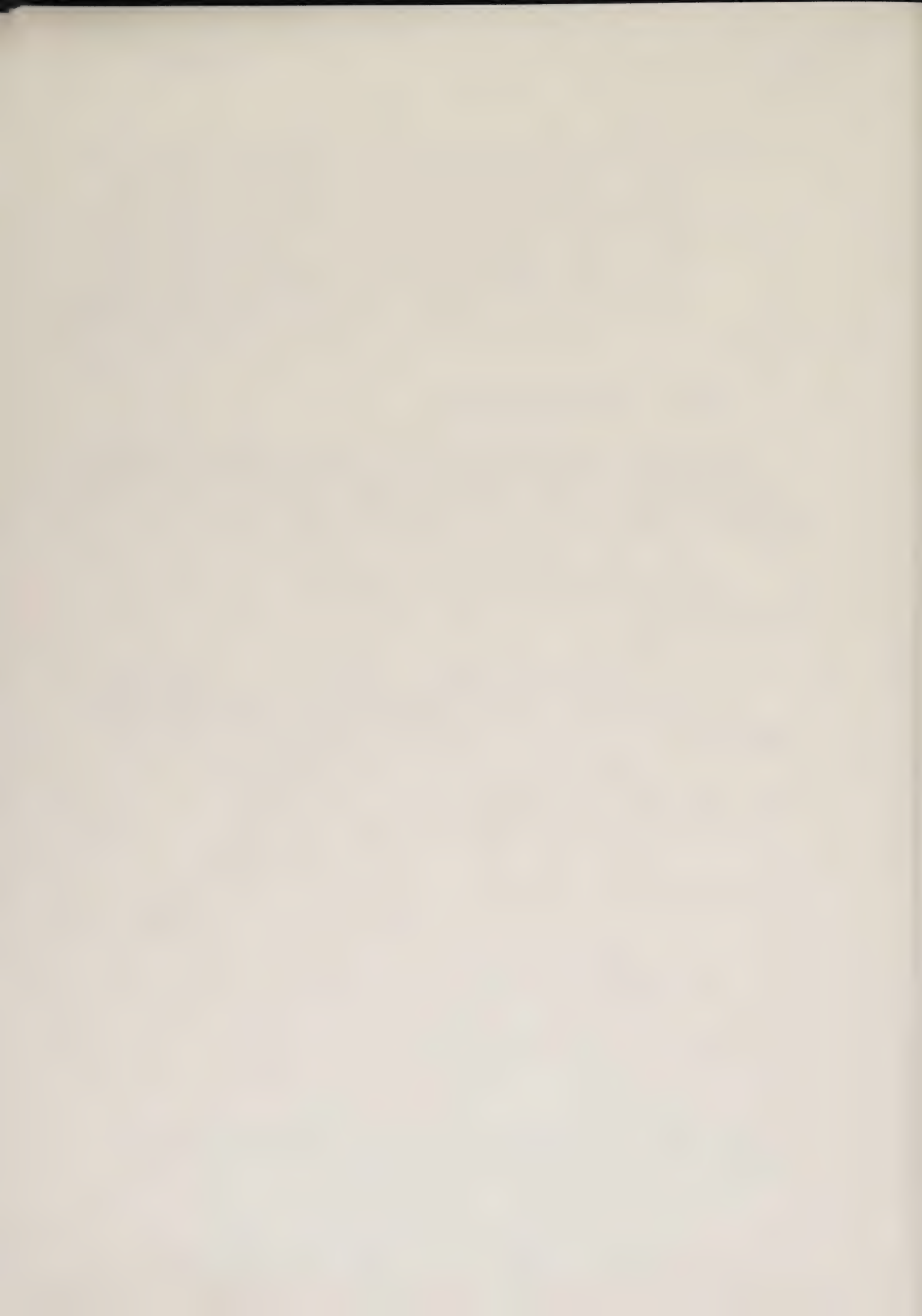
$$\rho_\beta = \exp\left\{\frac{\underline{v} \cdot \underline{o}}{R_o}\right\} \sqrt{1 - n_\alpha \sigma_t}$$

$$\rho_\gamma = \exp\left\{\frac{\underline{x} \cdot \underline{o}}{R_o}\right\} \sqrt{1 - n_\alpha n_\beta \sigma_t}$$

$$\phi_\alpha = k \underline{s} \cdot \underline{\tau} \quad \phi_\beta = k \underline{s} \cdot \underline{v} \quad \text{et} \quad \phi_\gamma = k \underline{s} \cdot \underline{x}$$

$$I_{st} = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \left\{1 + \frac{2\underline{o} \cdot \underline{r}_1}{R_o}\right\} \left\{\frac{1 + n_\alpha \epsilon_\alpha}{1 + \epsilon_\alpha}\right\} \left\{\frac{1 + n_\beta \epsilon_\beta}{1 + \epsilon_\beta}\right\} \left\{\frac{1 + n_\gamma \epsilon_\gamma}{1 + \epsilon_\gamma}\right\} \cdot$$

$$\left\{ \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\beta \phi_\beta}{1 - \cos \phi_\beta} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\gamma \phi_\gamma}{1 - \cos \phi_\gamma} \right\}$$



soit en négligeant $\frac{r_1}{R_o}$, $\frac{\tau}{R_o}$, $\frac{v}{R_o}$ et $\frac{\chi}{R_o}$ avec n_α , n_β , n_γ grands

$$\varepsilon_\alpha = -\frac{\sigma t}{2} \quad \varepsilon_\beta = -\frac{n_\alpha \sigma t}{2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_\gamma = -\frac{n_\alpha n_\beta \sigma t}{2}$$

$$\text{d'où} \quad A = (1 + n_\alpha \varepsilon_\alpha) (1 + n_\beta \varepsilon_\beta) (1 + n_\gamma \varepsilon_\gamma)$$

$$= \left(1 - \frac{n_\alpha \sigma t}{2}\right) \left(1 - \frac{n_\alpha n_\beta \sigma t}{2}\right) \left(1 - \frac{n_\alpha n_\beta n_\gamma \sigma t}{2}\right)$$

L'énergie diffusée demeurant très faible, il vient :

$$A \approx \left(1 - \frac{\sigma t}{2} (n_\alpha + n_\alpha n_\beta + n_\alpha n_\beta n_\gamma)\right) \approx \left(1 - n_\alpha n_\beta n_\gamma \frac{\sigma t}{2}\right)$$

et

$$I_{st} \approx E_i^2 \frac{|f(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \left(1 - N \frac{\sigma t}{2}\right) \left\{ \frac{1 - \cos n_\alpha \phi_\alpha}{1 - \cos \phi_\alpha} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\beta \phi_\beta}{1 - \cos \phi_\beta} \right\} \left\{ \frac{1 - \cos n_\gamma \phi_\gamma}{1 - \cos \phi_\gamma} \right\}$$

avec $N = n_\alpha n_\beta n_\gamma$ nombre total de particules.

(a) Etude des maximums d'intensité

Nous retrouvons les conditions précédentes :

a.1. supposons $(\tau, v, \chi) < \frac{\lambda}{2}$. Un seul maximum est possible pour

$(\underline{i} - \underline{o}) \begin{cases} \tau \\ v \\ \chi \end{cases} = 0$ simultanément, à savoir $\underline{i} = \underline{o}$ (diffusion vers l'avant); on retrouve les conditions d'un milieu transparent (la lumière diffusée étant partout nulle par interférence). C'est le cas des milieux condensés.

a.2. Plaçons nous maintenant dans nos conditions expérimentales $\tau = a_\alpha \lambda$, $v = a_\beta \lambda$, et $\chi = a_\gamma \lambda$, ; a_α , a_β et a_γ étant du même ordre, et limités à quelques unités. Les conditions de maximums s'écrivent alors :



$$(\underline{i} - \underline{o}) \cdot \left(\frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} \right) = \pm \frac{p_{\alpha}}{a_{\alpha}}$$

$$(\underline{i} - \underline{o}) \cdot \left(\frac{\underline{v}}{\underline{v}} \right) = \pm \frac{p_{\beta}}{a_{\beta}}$$

$$(\underline{i} - \underline{o}) \cdot \left(\frac{\underline{\chi}}{\underline{\chi}} \right) = \pm \frac{p_{\gamma}}{a_{\gamma}}$$

où p_{α} , p_{β} et p_{γ} sont des nombres entiers.

Ces trois relations imposent les cosinus directeurs de $\underline{o}$ pour une direction incidente $\underline{i}$ donnée, par rapport aux vecteurs de base $\underline{\tau}$, $\underline{v}$ et $\underline{\chi}$. Prenons le cas d'un repère $\underline{\tau}$, $\underline{v}$, $\underline{\chi}$ orthogonal avec $\underline{i}$ parallèle à $\underline{\chi}$ par exemple. Les trois relations se simplifient et donnent :

$$- \underline{o} \cdot \left(\frac{\underline{\tau}}{\underline{\tau}} \right) = \pm \frac{p_{\alpha}}{a_{\alpha}}$$

$$- \underline{o} \cdot \left(\frac{\underline{v}}{\underline{v}} \right) = \pm \frac{p_{\beta}}{a_{\beta}}$$

$$1 - \underline{o} \cdot \left(\frac{\underline{\chi}}{\underline{\chi}} \right) = \pm \frac{p_{\gamma}}{a_{\gamma}}$$

Affectons de l'indice u les vecteurs unitaires. Il vient alors :

$$\underline{o} \cdot \underline{\tau}_u = \frac{p_{\alpha}}{a_{\alpha}}$$

ou

$$\cos \theta_{\tau} = \frac{p_{\alpha}}{a_{\alpha}}$$

$$\underline{o} \cdot \underline{v}_u = \frac{p_{\beta}}{a_{\beta}}$$

$$\cos \theta_v = \frac{p_{\beta}}{a_{\beta}}$$

$$\underline{o} \cdot \underline{\chi}_u = \frac{p_{\gamma}}{a_{\gamma}} + 1$$

$$\cos \theta_{\chi} = \frac{a_{\gamma} - p_{\gamma}}{a_{\gamma}}$$

Mais les cosinus directeurs ne sont pas indépendants et sont liés par :

$$\cos^2 \theta_{\tau} + \cos^2 \theta_v + \cos^2 \theta_{\chi} = 1$$

soit
$$\left(\frac{p_{\alpha}}{a_{\alpha}} \right)^2 + \left(\frac{p_{\beta}}{a_{\beta}} \right)^2 + \left(\frac{a_{\gamma} - p_{\gamma}}{a_{\gamma}} \right)^2 = 1$$

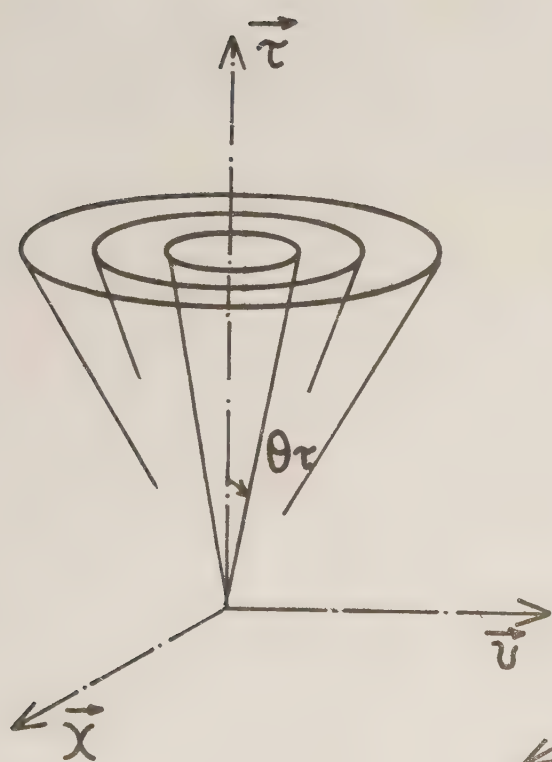


Figure 32a

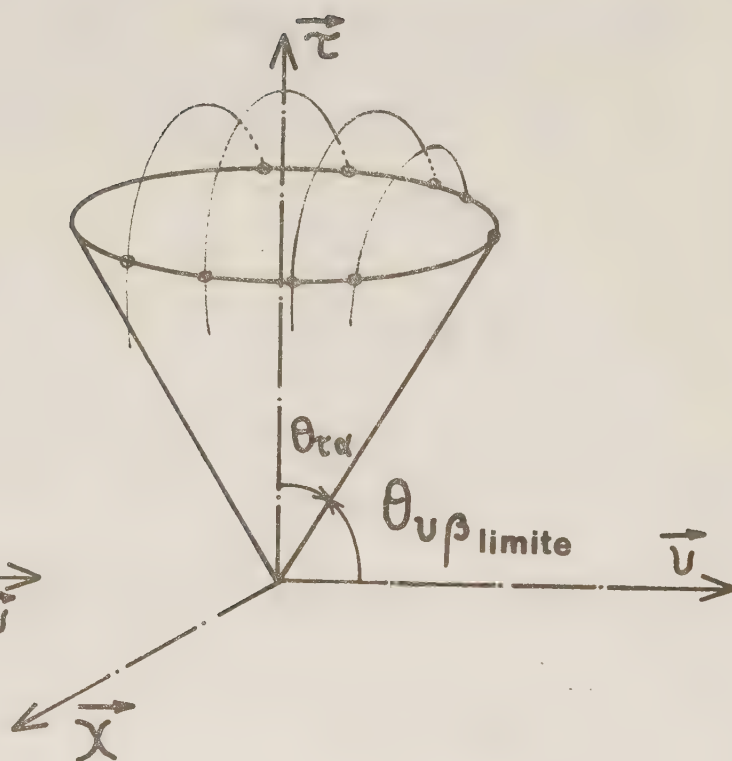


Figure 32b

Il est à noter que le système peut ne pas admettre de solutions autres que zéro, toujours possible. En effet, on peut en donner une image de la manière suivante : $\cos \theta_{\tau} = \frac{p_{\alpha}}{a_{\alpha}}$ correspond à un ensemble de cônes d'angles θ_{τ} (figure 32a).

Il en est de même pour $\cos \theta_{\cup} = \frac{p_{\beta}}{a_{\beta}}$, les solutions de ces deux équations étant données par l'intersection des deux familles de cônes. Notons au passage qu'à un cône de la famille α correspond un nombre limité de cônes de la famille β (figure 32b). Cette intersection double constitue la solution du réseau bidimensionnel. Les solutions de la troisième équation sont aussi situées sur une famille de cônes. Seuls conviennent les points communs aux trois familles, dont l'origine fait toujours partie.

Le problème admet toujours au moins une solution et pour des paramètres $(a_{\alpha}, a_{\beta}, a_{\gamma})$ quelconques, pour des valeurs raisonnables de $(a_{\alpha}, a_{\beta}, a_{\gamma})$ le nombre de solutions possibles demeure très faible.

(b). Solution des minimums

Elles sont données par les points qui annulent l'une quelconque des trois fonctions soit :

$$n_{\alpha} \phi_{\alpha} = \pm 2m_{\alpha} \pi$$

$$n_{\beta} \phi_{\beta} = \pm 2m_{\beta} \pi$$

et $n_{\gamma} \phi_{\gamma} = \pm 2m_{\gamma} \pi$

$$\phi_{\alpha} = \frac{2\pi}{\lambda} (\underline{i} - \underline{o}) a_{\alpha} \lambda \left(\frac{\tau}{\tau} \right) < 2a_{\alpha} (2\pi)$$

Donc le nombre de solutions possibles est de :

$$m_{\alpha} = 2 (2a_{\alpha} n_{\alpha} + 1) \neq 4a_{\alpha} n_{\alpha}$$

soit au total :

$$4^3 a_{\alpha} a_{\beta} a_{\gamma} n_{\alpha} n_{\beta} n_{\gamma} = 4^3 a_{\alpha} a_{\beta} a_{\gamma} N$$

On peut donc admettre que, en dehors des zones de maximum, l'intensité est partout nulle. Aucune lumière diffusée par le système n'est visible



hors de la direction incidente. Le système, condensé ou non, se comporte comme un milieu transparent absorbant dans la majorité des cas.

(c) Intensité diffusée vers l'avant :

Le champ diffusé dans la direction incidente

($\underline{o} = \underline{i}$ soit $\phi_\alpha = \phi_\beta = \phi_\gamma = k_s = 0$) s'écrit :

$$\underline{E}_s(\underline{i}) = E_i \underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \left(\frac{1 - \rho_\alpha^{n_\alpha}}{1 - \rho_\alpha} \right) \left(\frac{1 - \rho_\beta^{n_\beta}}{1 - \rho_\beta} \right) \left(\frac{1 - \rho_\gamma^{n_\gamma}}{1 - \rho_\gamma} \right)$$

avec $\rho_\alpha = (1 - \sigma_t)^{1/2}$, $\rho_\beta = (1 - n_\alpha \sigma_t)^{1/2}$ et $\rho_\gamma = (1 - n_\alpha n_\beta \sigma_t)^{1/2}$

sachant que : si $\rho = 1 - \varepsilon$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1 - \rho^n}{1 - \rho} = n \left(1 - \frac{n\varepsilon}{4} \right)$$

on aura :

$$\underline{E}_s(\underline{i}) = E_i \underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \left(n_\alpha \left(1 - \frac{n_\alpha \sigma_t}{4} \right) n_\beta \left(1 - \frac{n_\alpha n_\beta \sigma_t}{4} \right) n_\gamma \left(1 - \frac{n_\alpha n_\beta n_\gamma \sigma_t}{4} \right) \right)$$

Soit avec $N = n_\alpha n_\beta n_\gamma =$ nombre total de particules

$$\underline{E}_s(\underline{i}) = E_i \underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \left(N \left(1 - \frac{N\sigma_t}{4} \right) \right) \neq N E_i \underline{f}(\underline{i}, \underline{i}) \frac{\exp\{jkR_o\}}{R_o} \exp\left\{ -\frac{N\sigma_t}{4} \right\}$$

L'onde ayant traversé le milieu a été atténuée de la quantité $\exp(-N\sigma_t)$ c'est-à-dire que le champ en avant, à grande distance, peut s'écrire :

$$E_{st} = E_{si} + E_i \exp\{jkR_o\} \exp\left\{ -\frac{N\sigma_t}{2} \right\}$$

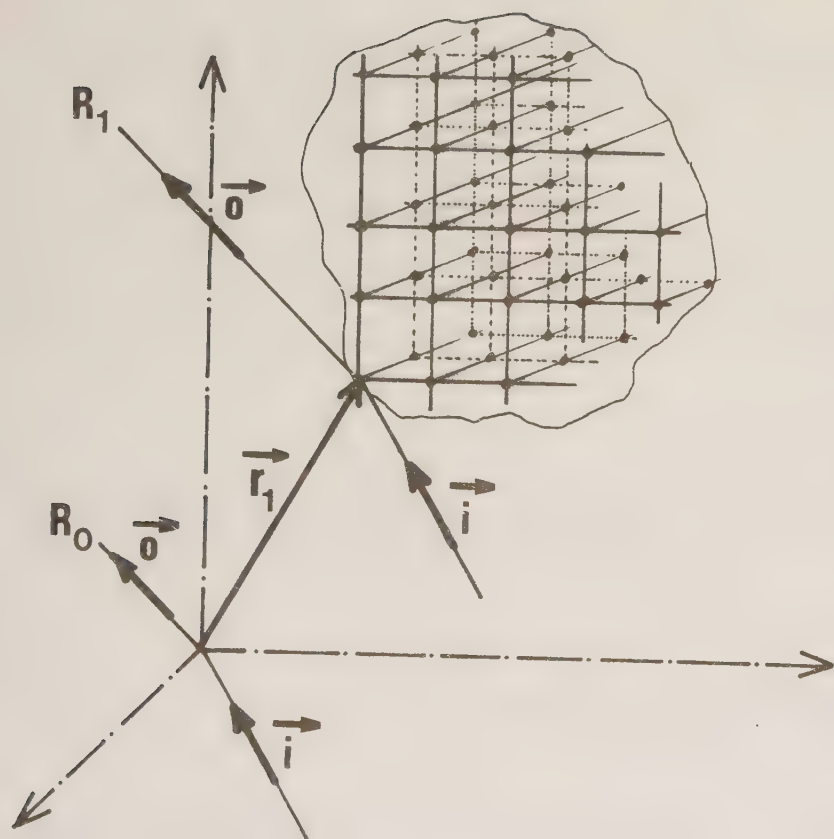


Figure 33

$$\begin{aligned}
 \text{soit } E_{st} &= E_i \exp\{jkR_o\} \left[\exp\left\{-\frac{N\sigma}{2}t\right\} + N \frac{f(\underline{i}, \underline{i})}{R_o} \exp\left\{-\frac{N\sigma}{4}t\right\} \right] \\
 &= E_i \exp\{jkR_o\} \exp\left\{-\frac{N\sigma}{2}t\right\} \left[1 + N \frac{f(\underline{i}, \underline{i})}{R_o} \exp\left\{-\frac{N\sigma}{4}t\right\} \right] \\
 E_t(\underline{i}) &= E_i \exp\left\{-\frac{N\sigma}{2}t\right\} \exp\{jkR_o\} \left[1 + N \frac{f(\underline{i}, \underline{i})}{R_o} \exp\left\{-\frac{N\sigma}{4}t\right\} \right] \\
 I_t(\underline{i}) &= E_i^2 \exp\left\{-N\sigma t\right\} \left[1 + \frac{2N}{R_o} \exp\left\{-\frac{N\sigma}{4}t\right\} \operatorname{Re}(f(\underline{i}, \underline{i})) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{N^2}{R_o^2} \exp\left\{-\frac{N\sigma}{2}t\right\} |f(\underline{i}, \underline{i})|^2 \right]
 \end{aligned}$$

Ou, en négligeant les exponentielles à l'intérieur de la parenthèse :

$$I_t(\underline{i}) \approx E_i^2 \exp\left\{-N\sigma t\right\} \left\{ 1 + \frac{2N}{R_o} \operatorname{Re}(f(\underline{i}, \underline{i})) + \frac{N^2}{R_o^2} |f(\underline{i}, \underline{i})|^2 \right\}$$

L'expression obtenue est générale pour un milieu ordonné, quelle que soit la relation d'ordre.

IV.4. INTRODUCTION D'UNE RELATION DE DESORDRE PARTIEL DANS UN MILIEU ORDONNE.

Nous avons envisagé le fluide en écoulement comme un ensemble de cases ordonnées contenant chacune un certain nombre de diffuseurs. Le mouvement de la structure ordonnée ainsi que ses déformations représentant le mouvement moyen du fluide ; le mouvement des diffuseurs, sensés suivre les filets fluide représentent ainsi les turbulences (figure 33).

Dans ce système le rayon vecteur de la particule $\begin{bmatrix} \ell \\ u \end{bmatrix}$ s'écrit :

$$\underline{r}_\ell = \underline{r}_1 + \underline{r}_{u\sigma} + \underline{r}_{ufl}$$



$\underline{r_1}$ = position du réseau par rapport au laboratoire.

$\underline{r_{ur}}$ = position de la case u dans le réseau.

$\underline{r_{ufl}}$ = position de la particule l dans la case u .

avec $\underline{r_{ur}} = \alpha_l \tau + \beta_l u + \gamma_l \chi$

soit $\underline{v_l} = \frac{d\underline{r_l}}{dt} = \underbrace{\frac{d\underline{r_1}}{dt}}_{\text{entraînement}} + \underbrace{\frac{d\underline{r_{ur}}}{dt} + \frac{d\underline{r_{ufl}}}{dt}}_{\text{déformation relatif}}$

Dans un système incompressible, ou lors de faibles variations de pression, ($\frac{d\underline{r_{ur}}}{dt} = 0$) on peut toujours écrire :

$$\underline{v_l} = \underline{\langle v_l \rangle} + \underline{v_{lf}} \quad \text{avec} \quad \underline{\langle v_{lf} \rangle} = 0$$

Les moyennes envisagées étant des moyennes temporelles.

Si l'on désire représenter le mouvement fluctuant du fluide par $\underline{r_{uf}}$, il vient alors :

$$\underline{v_l} = \underline{\langle \frac{d\underline{r_1}}{dt} \rangle} + \underline{\langle \frac{d\underline{r_{ur}}}{dt} \rangle} + \underline{\langle \frac{d\underline{r_{uf}}}{dt} \rangle}$$

avec $\frac{d\underline{r_{uf}}}{dt} = 0$ il vient $\underline{v_l} = \underline{\langle \frac{d\underline{r_1}}{dt} \rangle} + \underline{\langle \frac{d\underline{r_{ur}}}{dt} \rangle}$

Ainsi, le mouvement moyen s'apparente-t-il au mouvement d'entraînement du fluide, le mouvement fluctuant correspondant au mouvement relatif.



IV.4.1. Ecriture générale du champ et de l'intensité diffusés par un domaine élémentaire.

Nous envisageons donc une fraction élémentaire du fluide précédemment décrit, éclairé par une onde plane polarisée rectilignement dans la direction $\underline{r}$; on cherche le champ diffusé à grande distance R_o dans la direction $\underline{o}$. Celui-ci s'écrit :

$$\underline{E}_{st} = E_i \frac{\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})}{R_o} \exp\{jkR_o\} \sum_{\ell=0}^{N-1} \exp\{jk(\underline{i} - \underline{o}) \underline{r}_\ell\}$$

avec $\underline{r}_\ell = \underline{r}_1 + \underline{r}_{ur} + \underline{r}_{uf\ell}$

L'intensité diffusée s'écrit dans ces conditions :

$$\begin{aligned} I_{st} &= (\underline{E}_{st} \cdot \underline{E}_{st}^*) \\ &= E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \sum_{\substack{m \neq \ell \\ m=0}}^{N-1} \left[1 + \exp\{jk(\underline{i} - \underline{o}) \underline{r}_\ell\} \exp\{-jk(\underline{i} - \underline{o}) \underline{r}_m\} \right. \\ &\quad \left. + \exp\{-jk(\underline{i} - \underline{o}) \underline{r}_\ell\} \exp\{jk(\underline{i} - \underline{o}) \underline{r}_m\} \right] \end{aligned}$$

soit :

$$I_{st} = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \{N + \sum_{\ell \neq m} 2 \cos(k(\underline{i} - \underline{o}) (\underline{r}_\ell - \underline{r}_m))\}$$

Nous avons vu que $\underline{r}_\ell$ s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \underline{r}_\ell = \underline{r}_1 + \underline{r}_{ur} + \underline{r}_{uf\ell} \\ \underline{r}_m = \underline{r}_1 + \underline{r}_{vr} + \underline{r}_{vfm} \end{pmatrix}$$

$$\underline{r}_\ell - \underline{r}_m = (\underline{r}_{ur} - \underline{r}_{vr}) + (\underline{r}_{uf\ell} - \underline{r}_{vfm})$$

en général

$$\underline{r}_{ur} = \underline{r}_u(t)$$

$$\underline{r}_{vr} = \underline{r}_v(t)$$

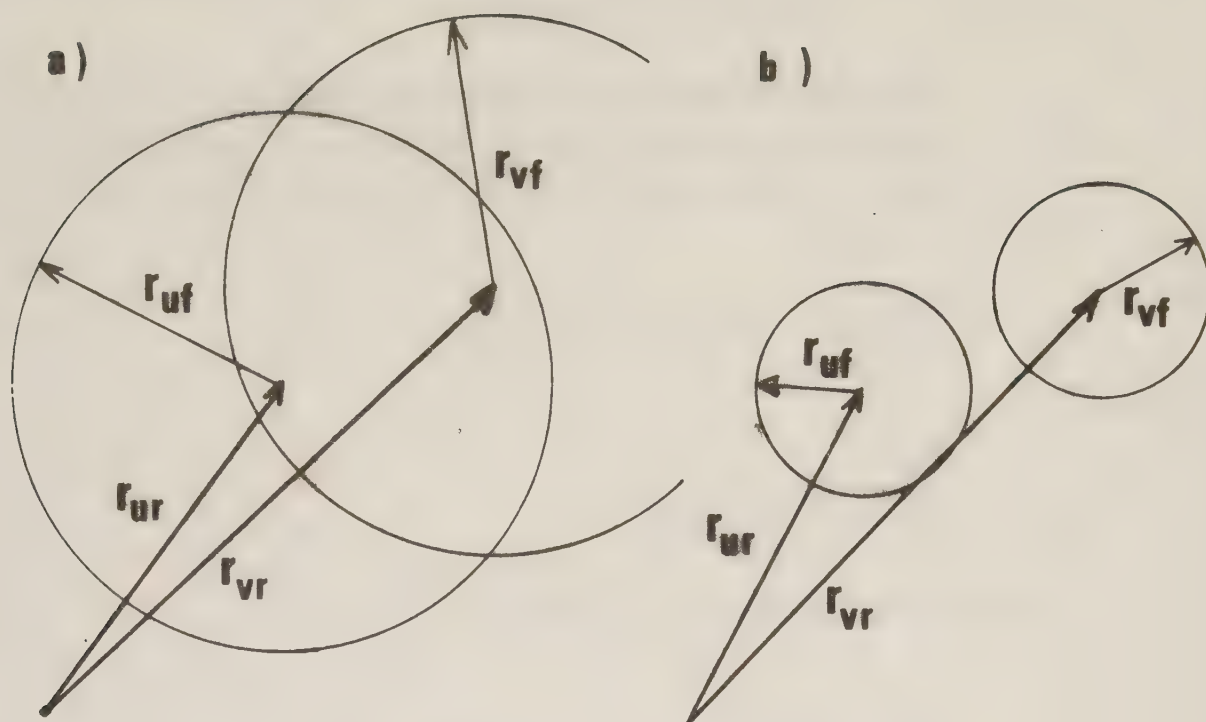


Figure 34

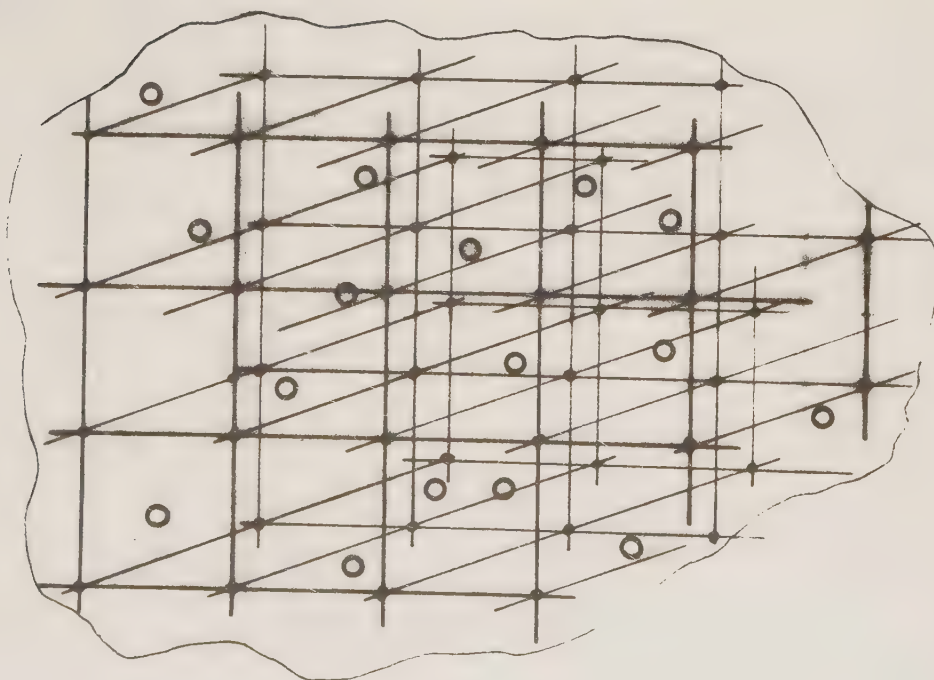


Figure 35

variations temporelles régies par les lois macroscopiques de l'écoulement, alors que $\underline{r_{uf}}(t)$ et $\underline{r_{vf}}(t)$ ont un caractère purement aléatoire ; de sorte que deux cas essentiels peuvent être mis en évidence.

(a) Les fluctuations de $\underline{r_{uf}}$ et $\underline{r_{vf}}$ sont de l'ordre de grandeur de $(\underline{r_{ur}} - \underline{r_{vr}})$. Alors la différence $(\underline{r_{\ell}} - \underline{r_{m}})$ a un caractère aléatoire complet (figure 34a) ; les fluctuations mettent en jeu une possibilité d'échange des particules et les sommations sur les indices n'ont plus de sens.

(b) Les fluctuations de $\underline{r_{uf}}$ et $\underline{r_{vf}}$ sont faibles devant $(\underline{r_{ur}} - \underline{r_{vr}})$, les particules ℓ et m restent confinées dans un domaine fluctuant et la différence $(\underline{r_{\ell}} - \underline{r_{m}})$ n'a qu'un caractère partiellement aléatoire, dû à la répartition de départ (figure 34b).

Dans les deux cas, cependant, l'intensité diffusée est suffisamment faible pour que le temps d'observation soit grand devant le temps de corrélation des fluctuations, de sorte que l'on observe en réalité, non pas l'intensité instantanée fluctuante $I_s(t)$, mais la valeur moyenne temporelle de cette intensité. La distribution des particules dans les boîtes étant liée à un grand nombre d'entre elles, la valeur moyenne de l'intensité est en fait une valeur moyenne statistique spatiale et temporelle.

Ainsi :

$$I_{st} \text{ observé} = \langle I_{st}(t) \rangle_{t, \underline{r_{\ell}}}$$

et

$$I_{s\Delta t} = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \{N + 2 \langle \cos(k(\underline{i} - \underline{o})(\underline{r_{\ell}} - \underline{r_{m}})) \rangle_{t, \underline{r_{\ell}}} \}$$

IV.4.2. Cas des fluctuations faibles, système partiellement ordonné.

Nous avons émis l'hypothèse de l'existence d'une structure ordonnée à courte distance pour un fluide en mouvement entraînant des diffuseurs ; cette structure ordonnée fictive permet toutefois de situer les centres diffusants (figure 35). De même nous avons vu que :

$$\underline{r_{\ell}} = \underline{r_1} + \underline{r_{ur}} + \underline{r_{uf\ell}}$$

$\underline{r}_{uf}$ correspond à une structure aléatoire de départ, traduisant que la structure n'est pas rigoureusement ordonnée, et de surcroît, est soumise aux fluctuations du filet fluide, de sorte que l'on peut écrire :

$$\underline{r}_\ell = \underline{r}_1 + \underline{r}_{ur}(t) + r_{uf\ell_0} + r_{uf\ell}(t)$$

L'indice ℓ peut tenir compte d'une éventuelle distribution non homogène avec plusieurs particules dans une même case. $r_{uf\ell_0}$ tient compte de la répartition de départ et $r_{uf\ell}(t)$ des fluctuations avec $\langle r_{uf\ell} \rangle = 0$

Le champ s'écrit :

$$\underline{E}_s = E_i \frac{f(o, i)}{R_o} \left[\exp\{jkR_o\} \sum_{\ell=0}^{N-1} \exp\{jk(i - o) \underline{r}_\ell\} \right]$$

soit

$$\underline{E}_s = E_i \frac{f(o, i)}{R_o} \left[\exp\{jkR_o\} \sum_{\ell=0}^{N-1} \exp\{jk(i - o) (\underline{r}_1 + \underline{r}_{ur} + r_{uf\ell_0} + r_{uf\ell})\} \right]$$

$$\underline{E}_s = E_i \frac{f(o, i)}{R_o} \left[\exp\{jkR_o\} \exp\{jk_s \underline{r}_1\} \sum_{u=0}^{n_u-1} \exp\{jk_s \underline{r}_{ur}\} \cdot \sum_{\ell} \exp\{jk_s (r_{uf\ell_0} + r_{uf\ell})\} \right]$$

Nous supposons que nous avons en moyenne au moins une particule par case ; ainsi les sommations aléatoires sur ℓ disparaissent (elles interviennent sous forme de perturbations faibles).

$$\underline{E}_s = E_i \frac{f(o, i)}{R_o} \left[\exp\{jkR_o\} \exp\{jk_s \underline{r}_1\} \cdot \sum_{u=0}^{N-1} \exp\{jk_s \underline{r}_{ur}\} \cdot \exp\{jk_s r_{uf\ell_0}\} \cdot \exp\{jk_s r_{uf\ell}(t)\} \right]$$

Que l'on peut mettre sous la forme :

$$\underline{E}_s = E_o \sum_{u=0}^{N-1} A_u B_u$$

avec $A_u = \exp\{jk_s \underline{r}_{ur}\}$ et $B_u = \exp\{jk_s (r_{uf\ell_0} + r_{uf\ell})\}$



$$I_s = \langle \underline{E}_s \underline{E}_s^* \rangle_t = I_o \sum_{u=0}^{N-1} \langle A_u B_u A_v^* B_v^* \rangle_t$$

$$\text{où } I_o = E_o^2 = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2}$$

$$\sum_0^{N-1} \langle A_u B_u A_v^* B_v^* \rangle_t = \underbrace{\sum_{u=0}^{N-1} \langle A_u B_u A_u^* B_u^* \rangle_t}_1 + \sum_{u \neq v} \langle A_u B_u A_v^* B_v^* + A_v B_v A_u^* B_u^* \rangle_t$$

N

$$\left(\begin{aligned} A_u A_v^* &= \exp\{jk_s (\underline{r}_{ur} - \underline{r}_{vr})\} \\ A_u^* A_v &= \exp\{-jk_s (\underline{r}_{ur} - \underline{r}_{vr})\} \\ B_u B_v^* &= \exp\{jk_s ((\underline{r}_{ufl_0} - \underline{r}_{vfl_0}) + (\underline{r}_{ufl} - \underline{r}_{vfl}))\} \\ (B_u^* B_v) &= \exp\{-jk_s ((\underline{r}_{ufl_0} - \underline{r}_{vfl_0}) + (\underline{r}_{ufl} - \underline{r}_{vfl}))\} \end{aligned} \right)$$

lorsque $\underline{r}_{uf}$ et $\underline{r}_{vf}$ restent faibles, les différences $(\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo})$ ainsi que $(\underline{r}_{uf} - \underline{r}_{vf})$ n'excèdent pas la valeur $2 \underline{r}_{ufo}$ et $2 \underline{r}_{uf}$; on peut alors développer les exponentielles en série avec une assez bonne approximation au voisinage de zéro.

Remarque : développons $f = (a_1 \exp\{j\phi\} + a_2 \exp\{-j\phi\})$ en série autour de zéro, il vient :

$$f = (a_1 + a_2) \left[1 - \frac{\phi^2}{2!} + \frac{\phi^4}{4!} - \frac{\phi^6}{6!} \dots + (-1)^n \frac{\phi^{2n}}{2n!} \right] + j (a_1 - a_2) \left[\phi - \frac{\phi^3}{3!} + \frac{\phi^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{\phi^{2n+1}}{(2n+1)!} \right]$$

$$\text{car : } f = (a_1 + a_2) \cos \phi + j (a_1 - a_2) \sin \phi$$

$$\text{si on pose } \phi = (\phi_1 + \phi_2)$$

il vient :

$$f = (a_1 + a_2) \left\{ 1 - \frac{(\phi_1 + \phi_2)^2}{2!} + \frac{(\phi_1 + \phi_2)^4}{4!} + \dots \right\} \\ + j(a_1 - a_2) \left\{ (\phi_1 + \phi_2) - \frac{(\phi_1 + \phi_2)^3}{3!} + \frac{(\phi_1 + \phi_2)^5}{5!} + \dots \right\}$$

En se limitant à l'ordre 3

$$f = (a_1 + a_2) \left\{ 1 - \frac{\phi_1^2}{2} - \frac{\phi_2^2}{2} - \phi_1 \phi_2 \right\} \\ + j(a_1 - a_2) \left\{ (\phi_1 + \phi_2) - \frac{\phi_1^3 + \phi_2^3 + 3\phi_1^2 \phi_2 + 3\phi_1 \phi_2^2}{3!} \right\}$$

supposons a_1, a_2, ϕ_1 constants, et ϕ_2 fluctuant tel que $\langle \phi_2 \rangle = 0$
on obtient alors :

$$\langle f \rangle = (a_1 + a_2) \left\{ 1 - \frac{\phi_1^2}{2} - \frac{\langle \phi_2^2 \rangle}{2} - \phi_1 \langle \phi_2 \rangle \right\} \\ + j(a_1 - a_2) \left\{ \phi_1 - \langle \phi_2 \rangle - \frac{\phi_1^3}{6} - \frac{\langle \phi_2^3 \rangle}{6} - \frac{\phi_1^2}{2} \langle \phi_2 \rangle - \frac{\phi_1}{2} \langle \phi_2^2 \rangle \right\}$$

soit :

$$\langle f \rangle = (a_1 + a_2) \left\{ 1 + \frac{\phi_1^2}{2} - \frac{\langle \phi_2^2 \rangle}{2} \right\} + j(a_1 - a_2) \left\{ \phi_1 - \frac{\phi_1^3}{6} - \frac{\langle \phi_2^2 \rangle}{6} - \frac{\phi_1}{2} \langle \phi_2^2 \rangle \right\}$$

En posant :

$$a_1 = A_u A_v^*, \quad a_2 = A_u^* A_v$$

$$\phi_1 = \frac{k_s}{s} (r_{uf0} - r_{vf0}), \quad \phi_2 = \frac{k_s}{s} (r_{uf} - r_{vf})$$

Nous sommes dans le cadre exposé ; il vient alors :

$$\langle I_S \rangle = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{0}, \underline{i})|^2}{R_O^2}$$

$$\left\{ N + \sum_{u \neq v} (A_u A_v^* + A_v A_u^*) \left[1 - \frac{k_s^2}{2} (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo})^2 - \frac{k_s^2}{2} \langle (\underline{r}_{uf} - \underline{r}_{vf})^2 \rangle \right] \right. \\ \left. + \sum_{u \neq v} j(A_u A_v^* - A_v A_u^*) \left[\frac{k_s}{2} (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo}) - \frac{k_s^3}{6} (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo})^3 \dots \right] \right\}$$

que l'on peut encore écrire $I_S = I_{so} + I_{sf}$

$$I_{so} = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{0}, \underline{i})|^2}{R_O^2} (N + \sum_{u \neq v} (A_u A_v^* + A_v A_u^*))$$

$$I_{sf} = E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{0}, \underline{i})|^2}{R_O^2} \left[\sum_{u \neq v} j(A_u A_v^* + A_v A_u^*) \left\{ \frac{k_s^2}{2} (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo})^2 - \frac{k_s^2}{2} \langle (\underline{r}_{uf} - \underline{r}_{vf})^2 \rangle + \text{termes supérieurs} \right\} \right. \\ \left. + \sum_{u \neq v} j(A_u A_v^* - A_v A_u^*) \left[\frac{k_s}{2} (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo}) \dots \right] \right]$$

Si les dispersions et les fluctuations sont nulles, $\underline{r}_{ufo} = \underline{r}_{uf} = 0$

et $I_{sf} = 0$ (déjà étudié).

I_{so} = intensité diffusée dans un milieu ordonné tridimensionnel, nous avons vu que dans la plupart des cas $I_{so} = 0$ presque partout et donc que

$I_S \neq I_{sf}$ dans le cadre des fluctuations de faible et de moyenne amplitude.

Remarquons que lorsque $I_O = 0$, I_{sf} doit demeurer ≥ 0 puisque I_S est une quantité strictement positive. Par contre, pour $I_O \neq 0$, I_{sf} peut devenir négatif. I_{sf} correspond à une modulation de l'intensité, provoquant une perte de contraste.

Remarque : Pour un grand nombre de particules $(\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo})$ est $\neq 0$, individuellement mais $\sum_{u \neq v} (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo})$ est nul, car les $\underline{r}_{ufo}$ et $\underline{r}_{vfo}$ sont distribués au hasard (il en va généralement de

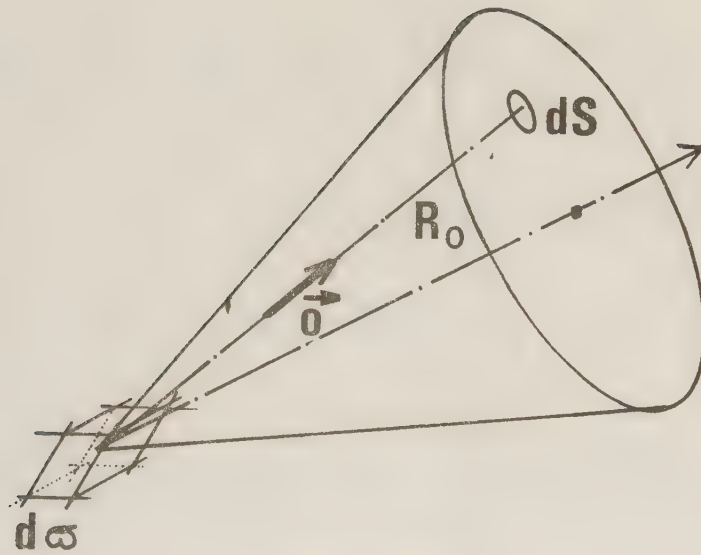


Figure 36

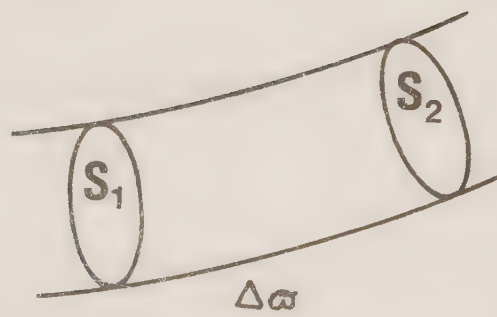


Figure 37

même pour tous les termes impairs), de sorte qu'il ne reste que les termes pairs ; d'où :

$$I_{st} = I_{so} + E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \left\{ \sum_{u \neq v} \left[-\frac{k_s^2}{2} (A_u^* A_v + A_v^* A_u) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \cdot ((r_{ufo} - r_{vfo})^2 + \langle (r_{uf} - r_{vf})^2 \rangle + \dots) \right] \right\}$$

Dans le cadre des fluctuations fortes, le développement en série précédent n'est plus valable. Il serait alors nécessaire d'utiliser des formules d'approximation différentes, par exemple, développement de $\exp\{j\phi\}$ autour d'une valeur $\exp\{j\phi_0\} \neq 0$. On retrouverait alors des expressions analogues aux précédentes en ψ , avec $\psi = (\phi - \phi_0)$, ($\psi \rightarrow 0$ lorsque $\phi \rightarrow \phi_0$).

IV.4.3. Autre forme de l'intensité moyenne. Influence de la turbulence.

Lors de la prise de vue, un objectif conjugue le volume diffusant avec la plaque photographique ; c'est-à-dire un élément de volume $d\varpi$, contenant N particules dont la fonction de diffusion est $\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})$, obéissant aux critères du paragraphe précédent (figure 36). A chaque instant, l'image de $d\varpi$ possède une énergie :

$$dE(t) = \int_{so} I_s(t) dS dt$$

A grande distance, et pour $\sqrt{S} \ll R_o$, on pourra admettre que

$$dE(t) = S_o I_s(t) dt$$

de sorte que la prise de vue sur un temps dt donnera :

$$E(t) = S_o \int_0^{\sigma_t} I_s(t) dt = S_o \Delta t \langle I(t) \rangle$$

Nous avons vu que l'on peut écrire :

$$I_s(t) = I_o \left\{ N(t) + \sum_{\ell \neq m} 2 \cos(k_s (r_\ell - r_m)) \right\}$$

avec
$$\underline{r}_\ell = \underline{r}_1 + \underbrace{\alpha_\ell \underline{\tau} + \beta_\ell \underline{u} + \gamma_\ell \underline{x}}_{\underline{r}_{ur}} + \underline{r}_{ufo\ell} + \underline{r}_{ufl\ell}$$

$\underline{r}_{ufl\ell}$ mesure le degré d'ordre à l'entrée (en supposant qu'un état partiellement ordonné existe) et $\underline{r}_{ufl}$ est une fonction aléatoire de t ; on suppose que pendant un temps très court τ , on peut écrire $\underline{r}_{ufl} = \underline{v}_{uf} t$ ($t \in (0, \tau)$) c'est-à-dire que $\underline{v}_{uf}$ demeure constante. Nous avons supposé que $(\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell)$ se déformaient suivant l'écoulement, mais, pendant un temps τ très court, $d\tau$ ne se déplace presque pas et $(\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell)$ sont en fait des constantes. Donc,

$$\underline{r}_\ell = \underline{r}_m = (\underline{r}_{ur} - \underline{r}_{vr}) + (\underline{r}_{ufo} + \underline{r}_{vfo}) + (\underline{v}_{uf} - \underline{v}_{vf}) t$$

d'où
$$E(t) = S_o I_o \int_0^\tau N(t) dt + S_o I_o \sum_{\ell \neq m} 2 \int_0^\tau \cos(2 k_s (\underline{r}_\ell - \underline{r}_m)) dt$$

ce qui donne :

$$E(t) = S_o I_o \left[\langle N \rangle \tau + \sum_{u \neq v} 2 \frac{\sin \left[\underline{k}_s ((\underline{r}_{ur} - \underline{r}_{vr}) + (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo}) + (\underline{v}_{uf} - \underline{v}_{vf}) \tau) \right]}{\underline{k}_s (\underline{v}_{uf} - \underline{v}_{vf})} - \sum_{u \neq v} \frac{2 \sin \left[\underline{k}_s (\underline{r}_{ur} - \underline{r}_{vr}) + \underline{k}_s (\underline{r}_{ufo} - \underline{r}_{vfo}) \right]}{\underline{k}_s (\underline{v}_{uf} - \underline{v}_{vf})} \right]$$

De la forme :

$$E(t) = S_o I_o \left[\langle N \rangle \tau + \sum_{u \neq v} 2 \frac{\sin(a_{u,v} + b_{u,v} \tau) - \sin(a_{u,v})}{b_{u,v}} \right]$$

τ étant très petit, le terme $(b_{u,v}) \cdot \tau$ est très petit et rigoureusement nul en l'absence de fluctuations.

Remarque : Notons que le mouvement d'entraînement n'intervient pas. Lorsque

la vitesse fluctuante est nulle, on a $(b_{u,v}) = 0$

et

$$\left[E(t) \right]_{(b_{u,v})=0} = \lim_{(b_{u,v}) \rightarrow 0} E(t) = S_o I_o \left\{ \langle N \rangle \tau + \sum_{u \neq v} \tau \cos a_{u,v} \right\}$$

la lumière diffusée ne dépend que de l'état de désordre initial et de la concentration moyenne locale.

Dans le cas où v_{uf} existe on peut développer en série, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \sin(a_{u,v} + b_{u,v} \tau) &= \sin(a_{u,v}) + \tau b_{u,v} \cos(a_{u,v}) - \frac{\tau^2}{2!} b_{u,v}^2 \sin(a_{u,v}) \\ &\quad - \frac{\tau^3}{3!} b_{u,v}^3 \cos(a_{u,v}) + \frac{\tau^4}{4!} b_{u,v}^4 \sin(a_{u,v}) + \frac{\tau^5}{5!} b_{u,v}^5 \cos(a_{u,v}) \dots \end{aligned}$$

D'où

$$E(t) \neq S_O I_O \left[\langle N \rangle \tau + \tau \sum_{u \neq v} \cos(a_{u,v}) - \frac{\tau^2}{2!} \sum_{u \neq v} \sin(a_{u,v}) - \frac{\tau^3}{3!} \sum_{u \neq v} \cos(a_{u,v}) \dots \right]$$

que l'on peut écrire

$$E(t) \neq \underbrace{I_{st} \cdot \tau}_{\text{sans fluctuations}} + \underbrace{T(v_f, \tau)}_{\text{contient les fluctuations}}$$

On retrouve simplement un résultat analogue de la manière suivante : soit ρ la concentration de diffuseurs en mouvement non turbulent ; les particules diffusantes ayant traversé le volume $d\varpi$ sont celles qui ont traversé la surface d'entrée S_1 (figure 37). Elles sont contenues dans le cylindre (S_1, τ, v) et au nombre de $n_1 = \rho S_1 \tau v$

Ainsi :

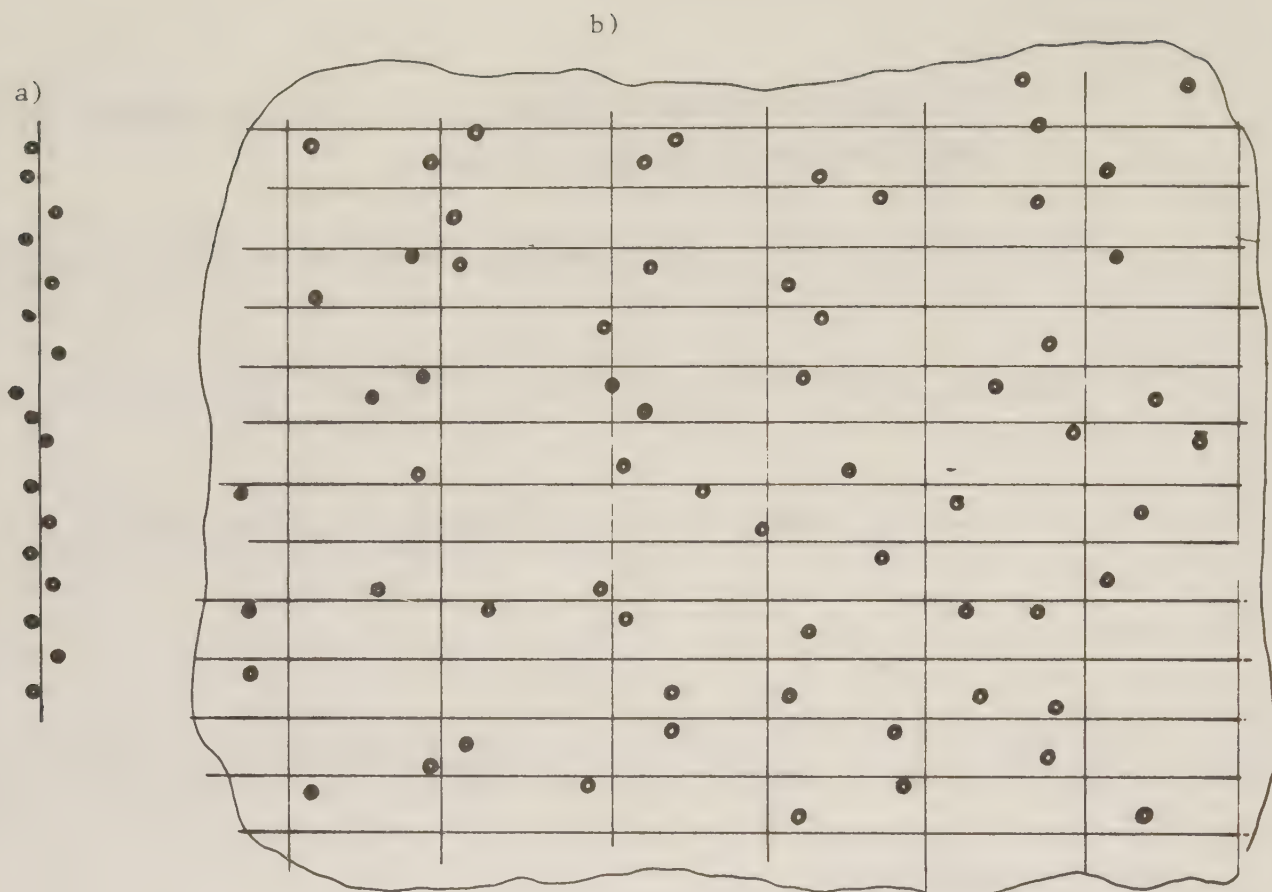
$$E(t) = n_1 I(t) \cdot t'$$

$$t' \text{ étant le temps de traversée de } d\varpi \text{ tel que } t' = \frac{d\ell}{v}$$

d'où

$$E(t) = \rho S_1 \tau v I(t) \frac{d\ell}{v} = \rho d\varpi \tau I(t) = N I(t) \tau$$

En fait, nous nous plaçons dans ce cas dans un nuage à forte concentration aléatoire où les intensités s'ajoutent. Par contre, en écoulement turbulent, on ne peut plus écrire $t' = \frac{d\ell}{v}$ car le temps de présence de la



b) Ensemble de lignes du type 38 a

c) Ensemble 38b contracté en y dans le rapport $2/3$

d) Ensemble 38c contracté en x dans le rapport $1/5$

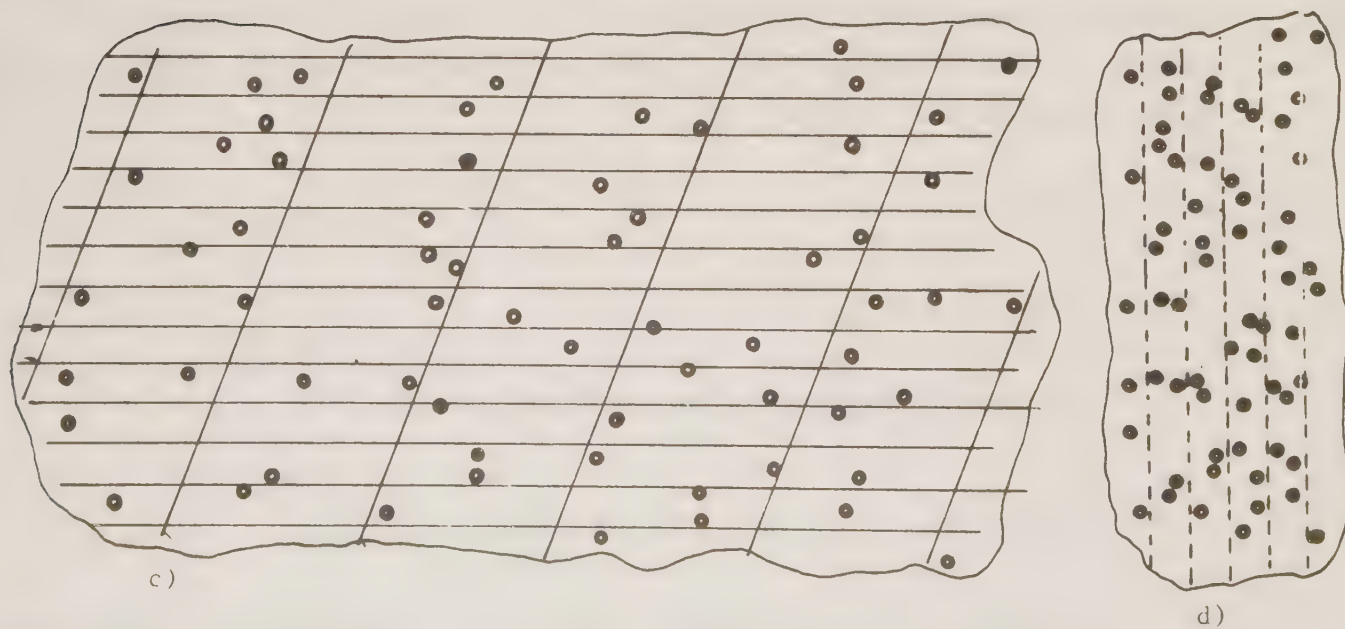


Figure 38

particule dans le volume $d\omega$, à vitesse moyenne identique est supérieur

$$t' = \frac{d\ell}{v} + \varepsilon(t)$$

d'où

$$E(t) = \underbrace{N I(t) \cdot \tau}_{\text{sans turbulence}} + \underbrace{\rho S_1 \tau \cdot v \cdot I(t) \cdot \varepsilon(t)}_{\text{terme de turbulence}}$$

En moyenne nous voyons que, sur un temps Δt de pose contenant un grand nombre d'états statistiques comparables au précédent, un écoulement entraînant une turbulence des diffuseurs, diffusera plus de lumière qu'un écoulement sans turbulence.

IV.4.4. Discussion des résultats et conclusions.

Ainsi, dans tous les cas, l'intensité qui était sensiblement nulle augmente-t-elle progressivement en fonction de l'ampleur des fluctuations, depuis la valeur 0 jusqu'à une valeur moyenne.

$$I_s = N E_i^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2}$$

L'expression obtenue met en évidence l'influence de deux phénomènes agissant séparément.

(a) Les dispersions initiales ($r_{ufo} - r_{vfo}$) valeurs initiales des fluctuations temporelles ($r_{uf} - r_{vf}$). L'hypothèse effectuée porte sur l'existence d'une structure ordonnée à raison d'une particule par case ; cette notion d'ordre cesse lorsque l'ordre de grandeur des fluctuations est le même que celui de la distance entre particules. Or cette distance est inversement proportionnelle à la densité de traceurs ; notre modèle n'est donc valable que dans un domaine limité de densité ; celle-ci doit être suffisante pour assurer l'existence d'une structure régulière de référence, qui disparaît lorsqu'elle devient trop importante. En effet, imaginons des structures régulières telles que celles décrites sur la figure 38a ; envisageons un ensemble de lignes du type précédent, où les diffuseurs sont aléatoirement distribués dans la direction y , fortement décalés en x .

Nous voyons apparaître diverses relations d'ordre en fonction des rapports de contraction (figure 38b et c). L'ordre relatif peut disparaître lorsque les dimensions en deviennent trop faibles (figure 38d). Ceci met en évidence le rôle de la vitesse $\underline{v_x}$ du fluide et de la pression dans l'existence d'une telle structure. En effet, aux densités très faibles, les particules sont individualisées et ne peuvent donner de phénomène d'ensemble "organisé".

Aux concentrations faibles, une relation d'ordre partiel peut voir le jour lorsque l'addition statistique des intensités n'est plus valable (69).

Aux concentrations plus élevées toute notion "d'ordre" disparaît ; on retrouve l'additivité des paramètres de Stokes et des intensités.

(b) Les fluctuations.

Lorsqu'une "structure ordonnée" existe, l'intensité diffusée est d'autant plus grande que les fluctuations des lignes fluides sont importantes. Les termes $(\underline{r_{ufo}} - \underline{r_{vfo}})$ et $(\underline{r_{uf}} - \underline{r_{vf}})$ jouent analytiquement des rôles identiques mais $(\underline{r_{ufo}} - \underline{r_{vfo}})$ est influencé par la concentration qui joue essentiellement sur le paramètre longitudinal, alors que $(\underline{r_{uf}} - \underline{r_{vf}})$ porte sur les paramètres transversaux.

Ainsi, le degré de désordre augmente avec la concentration, et partant, l'intensité de la lumière diffusée ; mais il n'y a pas de proportionnalité simple entre l'intensité de la lumière diffusée et le nombre de particules diffusantes.

Dans les zones fortement turbulentes, l'intensité diffusée doit apparaître continue ; dans les zones ordonnées, celle-ci doit donner lieu à une granulation fine du type Speckle.

Malheureusement, ces granulations dont il serait intéressant d'étudier les corrélations ne sont généralement pas enregistrables, la faiblesse de la lumière diffusée imposant des temps de pose trop longs pour les sources cohérentes dont nous disposons.

Ainsi, nous avons pu montrer que la seule proportionnalité entre la masse volumique et la concentration de particules était insuffisante dans les écoulements pour expliquer les phénomènes de diffusion de la lumière. Lorsque

la concentration de particules est suffisante, on ne peut plus négliger les phénomènes d'interférence de la lumière. Ces interférences conduisent en général à une forte diminution de la lumière diffusée dans le milieu auquel l'écoulement donne une direction privilégiée (ordre partiel) et disparaissent lorsque la concentration devient trop élevée.

Remarque : Dans tous les calculs, nous avons supposé les particules sphériques et de même taille. Notons que si la dispersion de taille est importante, les fonctions $f(o, i)$ interviennent sous le signe Σ et la somme des cosinus devient une somme totalement aléatoire. Le phénomène d'interférences disparaît. Il disparaît a fortiori, lorsque les particules sont de formes différentes aléatoires, ce qui est le cas de particules solides (fumées) de taille suffisante ; on peut montrer en effet ((2) (9) (10) (11)) que la fonction f fait abstraction de la forme aux faibles dimensions, mais est parfaitement individualisée lorsque les particules diffusantes atteignent une grosseur critique (diffusions du type Rayleigh ou Rayleigh Gans, aux petites dimensions ; diffusion du type Mie aux dimensions plus élevées).

C'est cet ensemble de propriétés que nous allons mettre à profit dans la partie expérimentale, pour visualiser certains types d'écoulement.

DEUXIEME PARTIE

ETUDE EXPERIMENTALE D'ECOULEMENTS : VISUALISATIONS

AU MOYEN DE FAISCEAUX LASER CONTINUS

La visualisation par diffusion lumineuse nécessite la réalisation de fines nappes lumineuses à haute énergie (27) (33) (93). C'est l'amélioration de cette technique que nous abordons dans le premier chapitre de la deuxième partie intitulé "affinage de la méthode de visualisation par nappes" (7).

Nous présentons dans les deuxième et troisième chapitres les visualisations effectuées, en particulier dans des cas inaccessibles par les méthodes usuelles. La nécessité d'une comparaison des résultats acquis à ceux obtenus par une méthode plus classique nous a conduits à nous intéresser à des jets libres, aérodynamiquement assez bien connus ; nous avons été amenés à imaginer une méthode ombroscopique en éclairage cohérent, compatible avec notre matériel, présentée dans le troisième chapitre.

L'analyse comparée des résultats obtenus par les deux méthodes renforce l'idée avancée dans la première partie, à savoir qu'une relation d'ordre partiel peut abaisser de façon sensible le niveau d'énergie diffusée, alors que la turbulence peut au contraire l'élever, favorisant ainsi la visualisation des zones turbulentes.

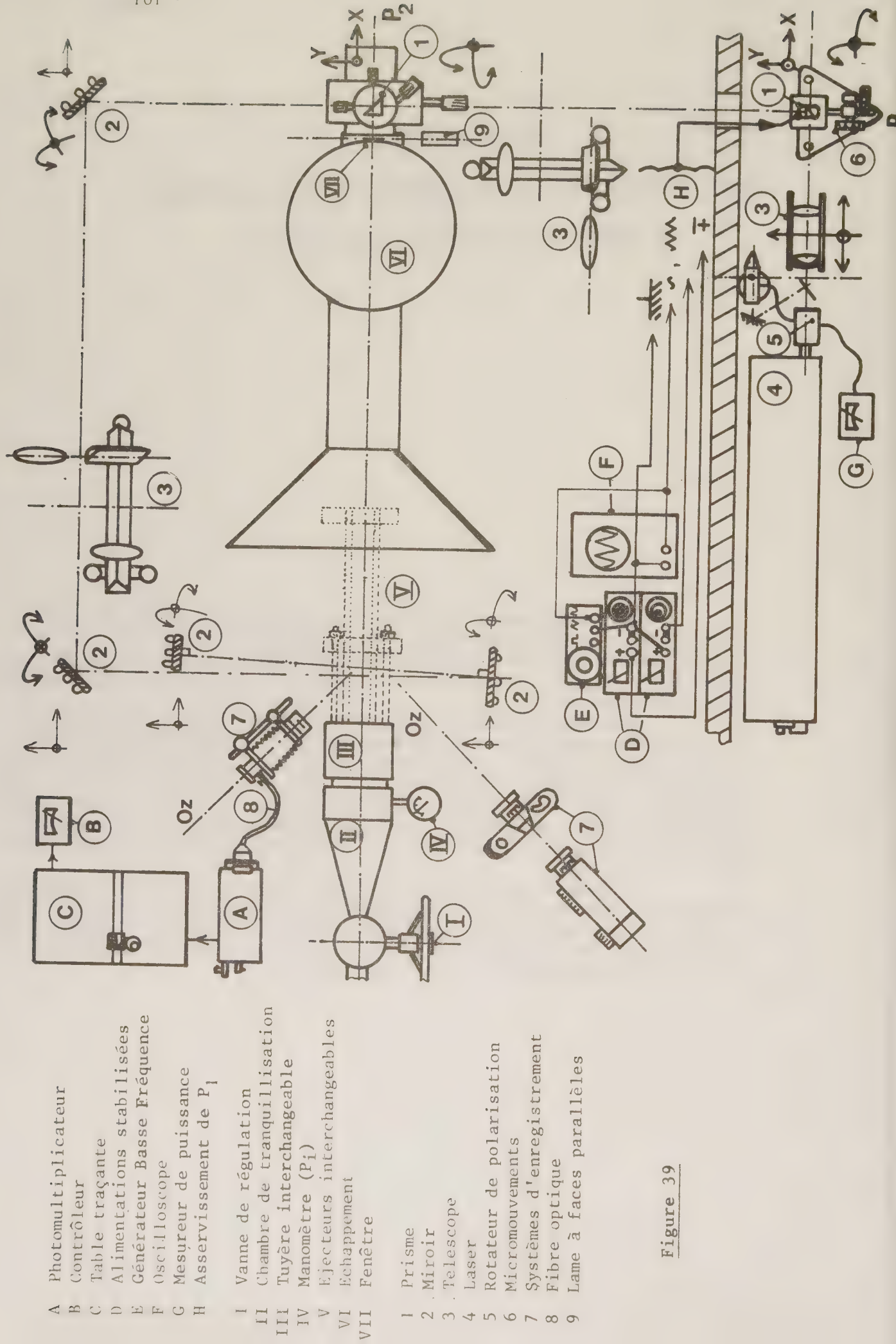


Figure 39

CHAPITRE I

AFFINAGE DE LA METHODE DE VISUALISATION PAR NAPPES

I - 1. MONTAGE D'ENSEMBLE

Le schéma détaillé du montage est donné sur la figure 39 ; le faisceau lumineux est issu d'un laser à Argon (2W toutes raies) dont la lumière est polarisée verticalement. Dans ces conditions, la lumière diffusée dans la direction Oz de la zone d'étude est nulle. Un dispositif de prismes de Fresnel permet d'ajuster la vibration de la lumière incidente dans une direction favorable (Ox ou Oy). Un mesureur de puissance permet de régler la puissance du faisceau à la valeur choisie, quelle que soit la longueur d'onde dans la gamme (10 mW à 3 W). Un dispositif télescopique focalise le faisceau dans la zone d'étude à grande distance (6 à 10 m), et a été étudié pour donner la tache d'aberration minimale dans la zone de focalisation (14) . Bien que le faisceau dont le diamètre de sortie (ϕ_0 à $1/e$ de la courbe de puissance) est de 2 mm environ, ait une divergence de 1 mrd, la tache obtenue à grande distance devient tout de même trop grande vis à vis de l'ouverture des autres systèmes optiques, rendant indispensable le premier véhicule . Le diamètre du faisceau peut ainsi être ajusté à la valeur désirée, mais ne peut malgré tout descendre au dessous d'une valeur limite de l'ordre de 3 mm à la distance de 8 m, nécessitant un deuxième véhicule.

La nappe lumineuse est ici engendrée par la combinaison d'un miroir vibrant et d'une optique sphéro cylindrique. Si l'on désire travailler avec un faisceau focalisé, le balayage est arrêté, et les lentilles cylindriques remplacées par des lentilles sphériques de distances focales équivalentes.

Un jeu de miroirs ou de prismes de renvoi permet un éclairage longitudinal (où le faisceau remonte l'écoulement) ou transversal. Ce deuxième mode d'éclairage, généralement plus commode, n'est toutefois

possible que si la géométrie du système étudié autorise la présence de fenêtres, ou si l'on travaille en atmosphère libre (jets libres à la pression atmosphérique par exemple).

Les miroirs P1 ou P2 sont montés sur des platines micrométriques assurant des déplacements précis dans les directions choisies (*OY* pour P1 et *OX* pour P2) ; de plus, elles sont orientables en rotation assurant des déplacements fins verticaux aisément mesurables avec une grande précision. Cet ensemble procure une grande souplesse de montage, permettant la réalisation et le déplacement de nappes lumineuses dans toutes les directions souhaitées.

Enfin, l'enregistrement se fait à l'aide d'un appareil photographique ou d'une caméra 8 mm, 16 mm ou vidéo ; si l'étude de l'intensité de la lumière diffusée est nécessaire, un objectif conjugué la zone diffusante avec une fibre optique couplée à un photomultiplicateur, réalisant en fait une fibre optique d'ouverture variable (tout au moins dans un domaine donné). Mais la pièce maîtresse du dispositif consiste en la réalisation de nappes fines que nous allons à présent étudier.

I - 2. REALISATION DE NAPPES FINES

I - 2 - 1. Le dispositif de balayage

Il s'agit d'un galvanomètre ferromagnétique de construction très rigide et compacte (G 100 PD Optical Scanner Optilas) comprenant un transducteur de position de manière à assurer un asservissement. La rotation du miroir peut atteindre 20° , ce qui donne donc une nappe de 40° maximum ; la partie mobile est constituée d'un bloc nickel-fer, monté sur roulement à billes, dont le couple de rappel est assuré par une tige à très haut coefficient de torsion. Ainsi constitué, le système est prévu pour entraîner des miroirs dont le moment d'inertie nominal par rapport à l'axe de rotation est de $0,05 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$; il peut cependant accepter des miroirs de moment d'inertie de l'ordre de $1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$, sans une trop grande altération du temps de réponse.

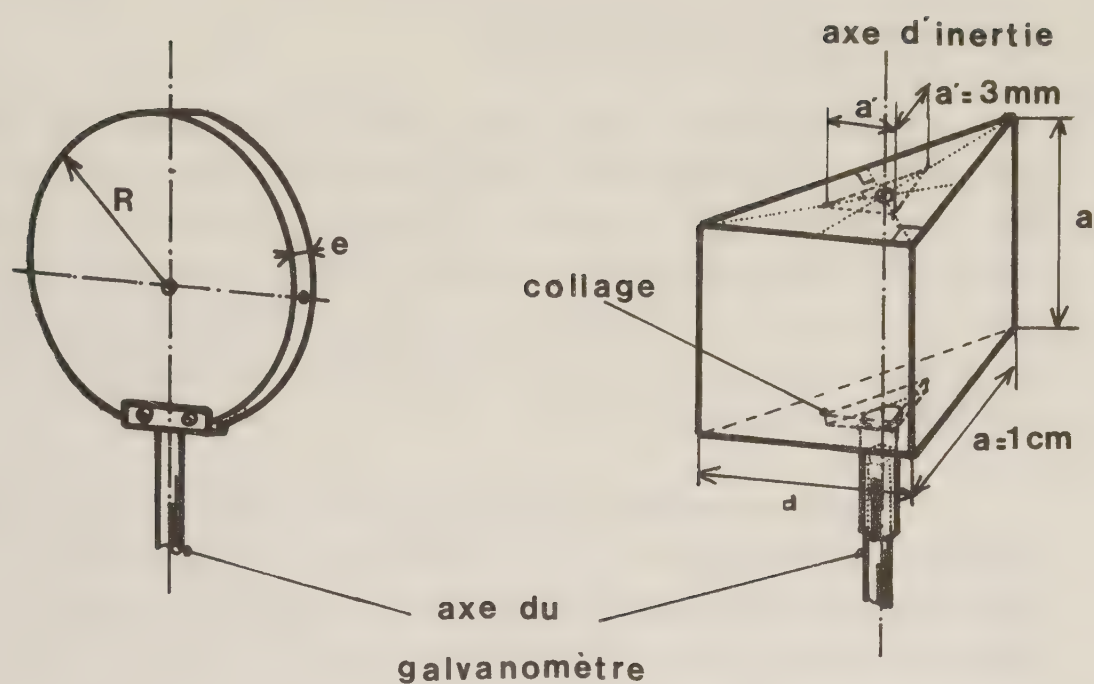


Figure 40

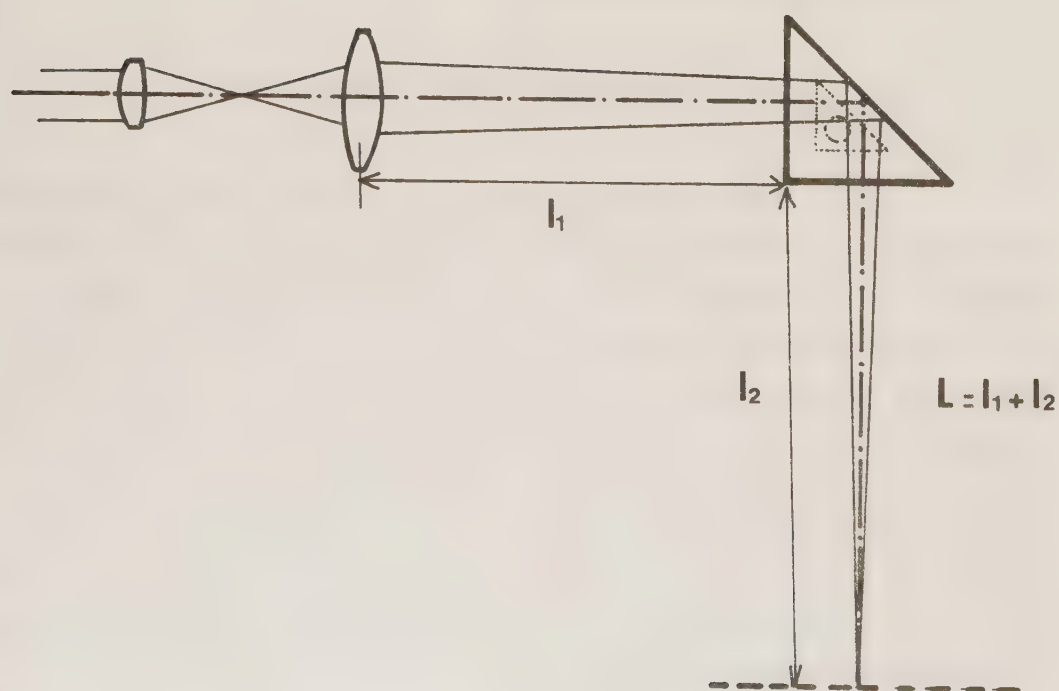


Figure 41

En fait, les miroirs standards de l'appareil présentent un vice rédhibitoire dans notre cas ; bien qu'usinés à $\lambda/4$, le support de verre est trop mince et le miroir subit, lors de sa fixation sur l'axe de rotation une déformation interdisant toute focalisation à grande distance (taches d'aberrations beaucoup trop importantes). Nous avons donc été amenés à modifier le système initialement prévu.

Deux solutions étaient envisageables.

. Utiliser un miroir métallique de rayon R et d'épaisseur e dont le moment d'inertie par rapport à un diamètre passant par son centre est figure 40.

$$I_C = m \frac{e^2}{12} + \frac{R^2}{4} = \pi \rho \frac{R^2 e^3}{12} + \frac{R^4 e}{4}$$

. Utiliser un prisme à réflexion totale de côté a , de hauteur h (figure 40) dont le moment d'inertie par rapport à un axe Δ parallèle aux faces et passant par son centre de gravité s'écrit :

$$I_P = m \frac{a^2}{9} = \rho h \frac{a^4}{18} = \rho \frac{a^5}{18}$$

Pour avoir une rigidité suffisante, le miroir doit avoir une épaisseur de 5 à 8 mm (soit environ $3/2 R$). Dans ces conditions

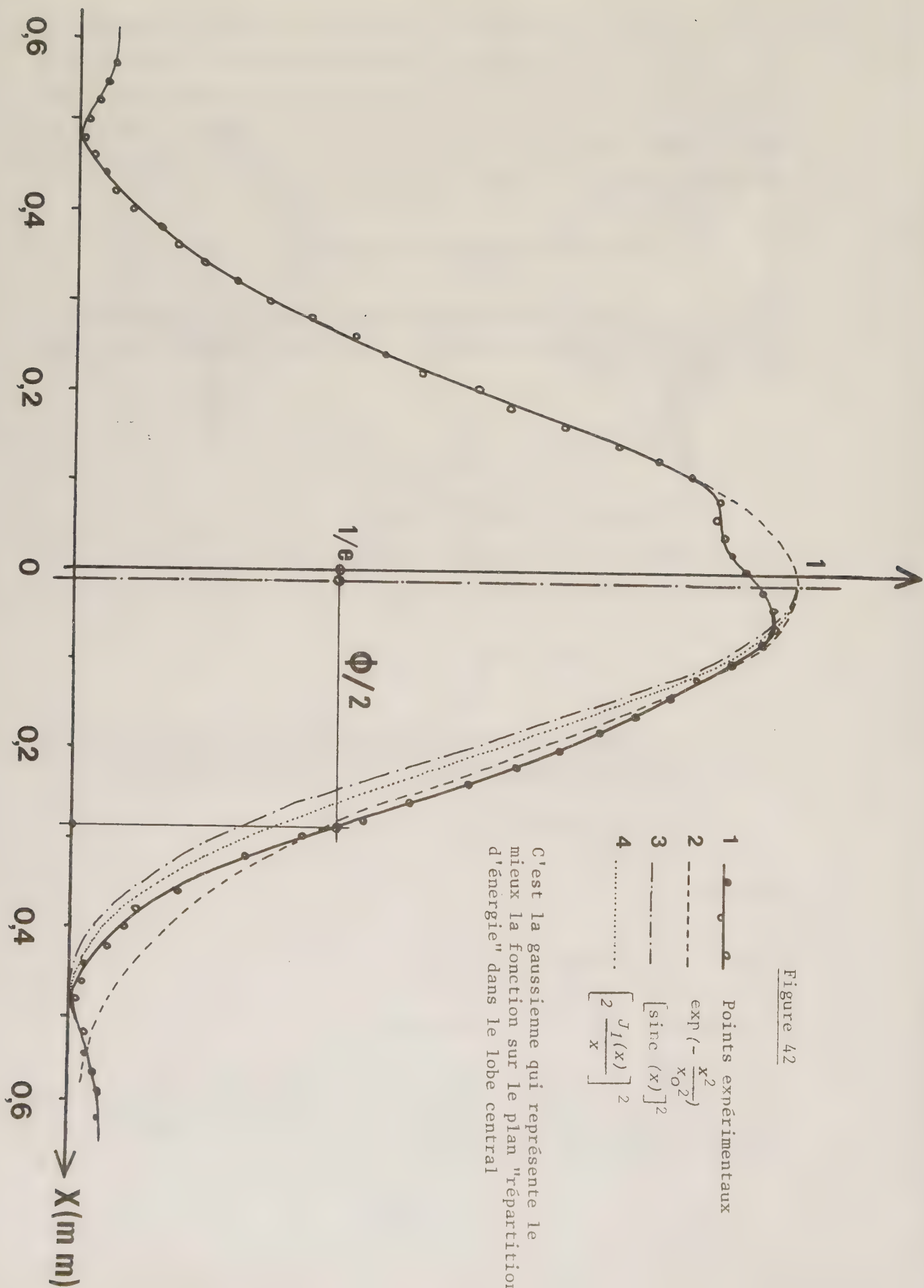
$$I_C = 1,26 \rho R^5$$

par contre

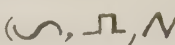
$$I_P = \rho \frac{165^5}{9} = 1,77 \rho R^5$$

en admettant $a = 2R$ et une section carrée $h = a$

Pour des moments d'inertie comparables nous préférons utiliser un prisme à angle droit, moins fragile et plus facile à fixer sur l'axe ; l'ensemble réalisé est schématisé sur la figure 40.



Le moment d'inertie de l'équipage réalisé est de 0,16g. cm² et rentre largement dans les normes de l'appareil.

L'alimentation continue du vibreur se fait à l'aide de deux alimentations stabilisées variables ($V_1 \in (-15V, -12V)$; $V_2 \in (+12V, +15V)$) et l'alimentation alternative par un générateur de fonctions () de fréquence variable. L'ajustement des deux tensions continues permet un réglage fin de la position moyenne de la nappe ; l'amplitude du signal alternatif règle l'amplitude du balayage, réalisant ainsi une télécommande commode implantée près du poste d'observation.

I - 2 - 2. Réalisation de nappes fines par balayage, utilisant un système télescopique sphérique-sphérique

Sachant que l'on désire un faisceau focalisé le mieux possible, il est clair que la distance entre le télescope et la zone d'étude doit être réduite au minimum. Mais, par ailleurs, un montage où le télescope est postérieur au prisme vibrant est impensable ; en effet, idéal dans le cas d'une simple focalisation du faisceau, un tel montage joue nécessairement un rôle d'amplificateur dans le cas de la réalisation de nappes de grande amplitude ; tous les défauts des vibrations transversales sont donc également amplifiés ; de plus, au cours du balayage, l'optique travaille dans la zone marginale, donnant des aberrations importantes et les nappes ainsi obtenues ressemblent plus à une figure de lissajous défocalisée qu'à un plan. Le seul montage utilisable est donc le suivant (figure 41).

Pour des distances de 1 à 2 m, la focalisation obtenue est excellente ; les optiques travaillant dans la zone paraxiale n'introduisent que des aberrations faibles, la focalisation est alors essentiellement limitée par la diffraction introduite par le prisme.

a1) Répartition de puissance du faisceau focalisé

L'analyse du faisceau focalisé se fait par l'intermédiaire d'une fibre optique de diamètre 50 μ m fixée sur un oculaire micrométrique monté sur une platine Microcontrôle. La figure 42 montre les résultats obtenus pour une focalisation à 4m.

$v_0 \approx$ vitesse du balayage

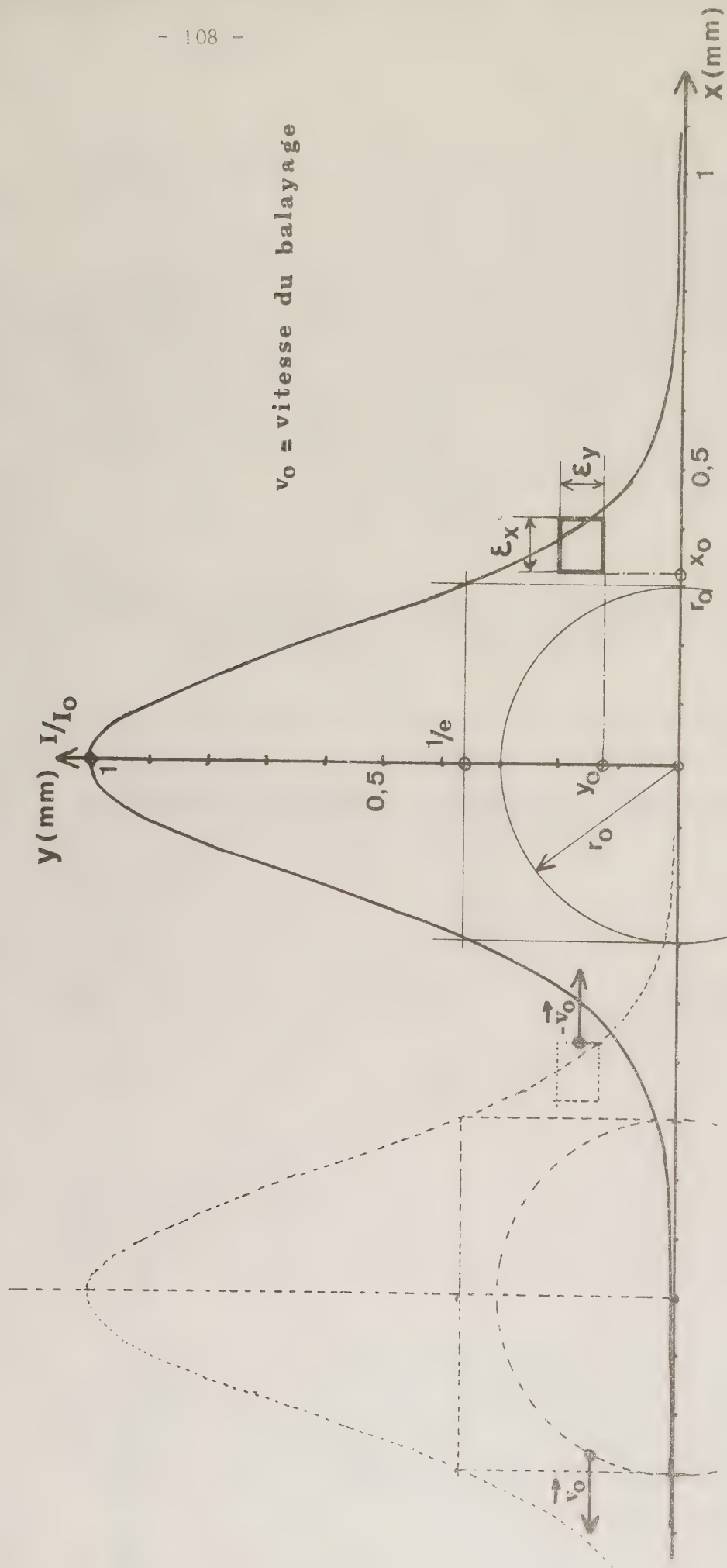
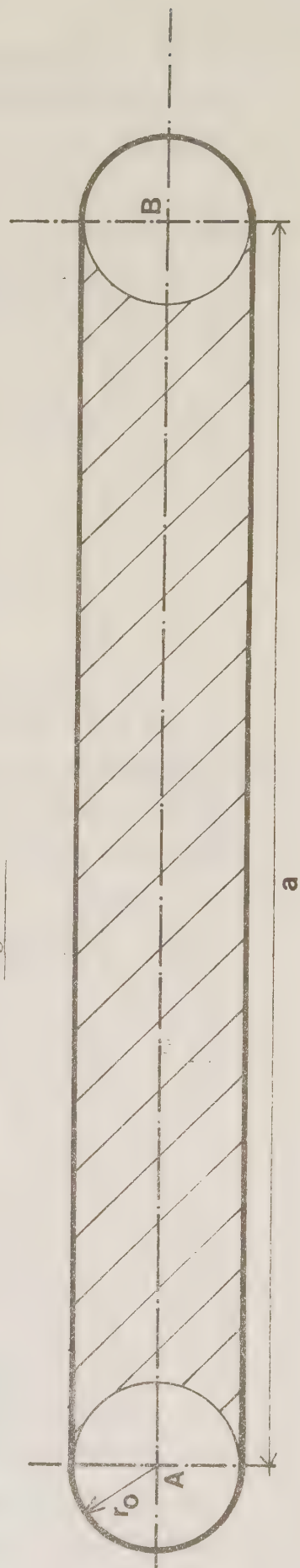


Figure 43



L'expérience montre que l'identification de la courbe obtenue à une gaussienne de la forme

$$I = I_0 \exp (-r^2/r_0^2)$$

constitue une approximation acceptable. Si on calcule la puissance totale transportée par le faisceau, on a :

$$\begin{aligned} P &= I_0 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \exp (-r^2/r_0^2) r \, dr \, d\theta \\ &= 2\pi I_0 \int_0^\infty \exp (-r^2/r_0^2) r \, dr = \pi I_0 r_0^2 \end{aligned}$$

r_0 est la distance d'atténuation à $1/e$ du faisceau ; sa mesure dans ce cas donne $r_0 = 0,3 \text{ mm}$ pour $P\lambda = 165 \text{ mW}$ ($\lambda = 514,5 \text{ nm}$). Ce qui permet de calculer la valeur

$$I_0 = P/\pi r_0^2$$

Remarque : on peut écrire

$$I = I_0 \exp \left(- \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} \right)$$

soit

$$I = I_0 \exp (-y^2/r_0^2) \cdot \exp (-x^2/r_0^2)$$

L'atténuation à $1/e$ est fixée à r_0 quel que soit y ; la coupe peut être réalisée pour toute valeur de y et ne nécessite pas l'usage d'un plan diamétral pour le calcul de r_0 .

a2) Influence du balayage

Le mouvement périodique du miroir engendre une nappe lumineuse fixe dont la répartition d'énergie est calculable aisément en imaginant le processus ci-dessous ; la répartition obtenue est N fois celle que mesurerait une fente de dimensions ϵx et ϵy , placée au point de coordonnées (x_0, y_0) , lorsque la tache lumineuse se déplace devant une telle fenêtre pendant une période de balayage (figure 43).

Bien évidemment, ceci nous conduit à envisager 2 zones : la zone centrale hachurée, à l'intérieur de laquelle tout point est éclairé deux fois par période par la tache entière et les zones terminales

où l'énergie décroît ; a étant toujours très grand devant r_0 , nous négligeons en général le phénomène de bord.

Nous sommes ainsi amenés à calculer l'énergie E_0 reçue par la fente au cours d'un aller, l'énergie totale reçue au cours du temps $\Delta t = nT$ sera alors

$$E_T = 2n E_0 = 2 \frac{\Delta t}{T} E_0 = 2 N E_0 \Delta t$$

(N étant la fréquence du balayage).

Le calcul de E_0 peut se faire ainsi ; supposons la tache fixe et la fente mobile à la vitesse V , ce qui ne change rien au problème ; à chaque instant la fente recueille la puissance

$$P(x, y) = Gf \int_{x_0}^{x_0 + \epsilon_x} \int_{y_0}^{y_0 + \epsilon_y} I(x, y) dx dy$$

où Gf est la fonction de transfert du système d'analyse que nous prendrons égale à l'unité pour simplifier.

$$P(x, y) = I_0 \iint_{x_0, y_0}^{x_0 + \epsilon_x, y_0 + \epsilon_y} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{r_0^2}\right) dx dy$$

qui s'écrit donc :

$$P = I_0 \int_{x_0}^{x_0 + \epsilon_x} \exp\left(\frac{-x^2}{r_0^2}\right) dx \int_{y_0}^{y_0 + \epsilon_y} \exp\left(\frac{-y^2}{r_0^2}\right) dy$$

en posant

$$u = x/r_0$$

$$\begin{aligned} \int_x^{x + \epsilon_x} \exp\left(\frac{-x^2}{r_0^2}\right) dx &= r_0 \int_{x_0/r_0}^{(x_0 + \epsilon_x)/r_0} \exp(-u^2) du \\ &= r_0 \cdot \int_0^{x_0 + \epsilon_x/r_0} \exp(-u^2) du \cdot \int_0^{x_0/r_0} \exp(-u^2) du \end{aligned}$$

$$= r_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x_0 + \epsilon_x}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x_0}{r_0} \right) \right]$$

D'où

$$P = I_0 r_0^2 \frac{\pi}{4} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x_0 + \epsilon_x}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x_0}{r_0} \right) \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{y_0 + \epsilon_y}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y_0}{r_0} \right) \right]$$

Les valeurs de x_0 sont en réalité fonction du temps

$x_0 = x_0(t)$ donc :

$$P(t) = \frac{P_0}{4} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x_0(t) + \epsilon_x}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x_0(t)}{r_0} \right) \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{y_0 + \epsilon_y}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y_0}{r_0} \right) \right]$$

L'énergie reçue par la fente au cours d'un balayage s'écrit

donc :

$$\begin{aligned} E_0 &= \int_{-T/4}^{T/4} P(t) dt = \frac{P_0}{4} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{y_0 + \epsilon_y}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y_0}{r_0} \right) \right] \times \\ &\quad \times 2 \int_0^{T/4} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x(t) + \epsilon_x}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x(t)}{r_0} \right) \right] dt \end{aligned}$$

lorsque ϵ_x et ϵ_y sont petits, on peut écrire

$$\operatorname{erf} \left(\frac{y_0 + \epsilon_y}{r_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y_0}{r_0} \right) = \frac{\epsilon_y}{r_0} \left[\operatorname{erf}' \left(\frac{y_0}{r_0} \right) \right] = \frac{\epsilon_y}{r_0} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{y_0^2}{r_0^2} \right)$$

et

$$E_0 = 2 I_0 \frac{r_0^2}{4} \pi \frac{2}{r_0 \sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{y_0^2}{r_0^2} \right) \epsilon_y \int_0^{T/4} \epsilon_x \frac{2}{r_0 \sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{x^2(t)}{r_0^2} \right) dt$$

soit

$$E_0 = 2 I_0 \epsilon_x \epsilon_y \exp \left(-\frac{y_0^2}{r_0^2} \right) \int_0^{T/4} \exp \left(-\frac{x^2(t)}{r_0^2} \right) dt$$

Cette expression approchée correspond au mode de calcul ci-dessous ; Si la fente est très petite

$$P = sI(x_0, y_0) = sI_0 \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{r_0^2}\right)$$

et

$$E_0 = 2s I_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \int_0^{T/4} \exp\left(-\frac{x_0^2(t)}{r_0^2}\right) dt$$

lorsque $x_0(t)$ est quelconque, la densité d'énergie E/s est incalculable, sauf approximations ou calculs numériques. Dans le cas d'un balayage uniforme on aura $x = vt$; alors

$$E_0 = 2s I_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \cdot \frac{r_0}{v} \cdot \int_0^{\frac{vT}{4r_0}} \exp(-u^2) du$$

$$= 2s I_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \cdot \frac{r_0}{v} \cdot \int_0^{\frac{a}{2r_0}} \exp(-u^2) du$$

$$= 2s I_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \cdot \frac{r_0 T}{2a} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2r_0}\right)$$

$$E_0 = s I_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \cdot \frac{r_0 \sqrt{\pi}}{2aN} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2r_0}\right)$$

sachant que $\operatorname{erf}(2) \neq 1$ et que $\frac{a}{r_0} \gg 2$, on aura

$$E_0 = s I_0 \cdot \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \cdot \frac{r_0 \sqrt{\pi}}{2aN}$$

l'énergie totale, au cours d'une pose Δt sera donc

$$E_T = s I_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \cdot \frac{r_0 \sqrt{\pi}}{a} \cdot \Delta t = \frac{s P_0}{\sqrt{\pi} r_0^a} \exp\left(-\frac{y_0^2}{r_0^2}\right) \cdot \Delta t$$

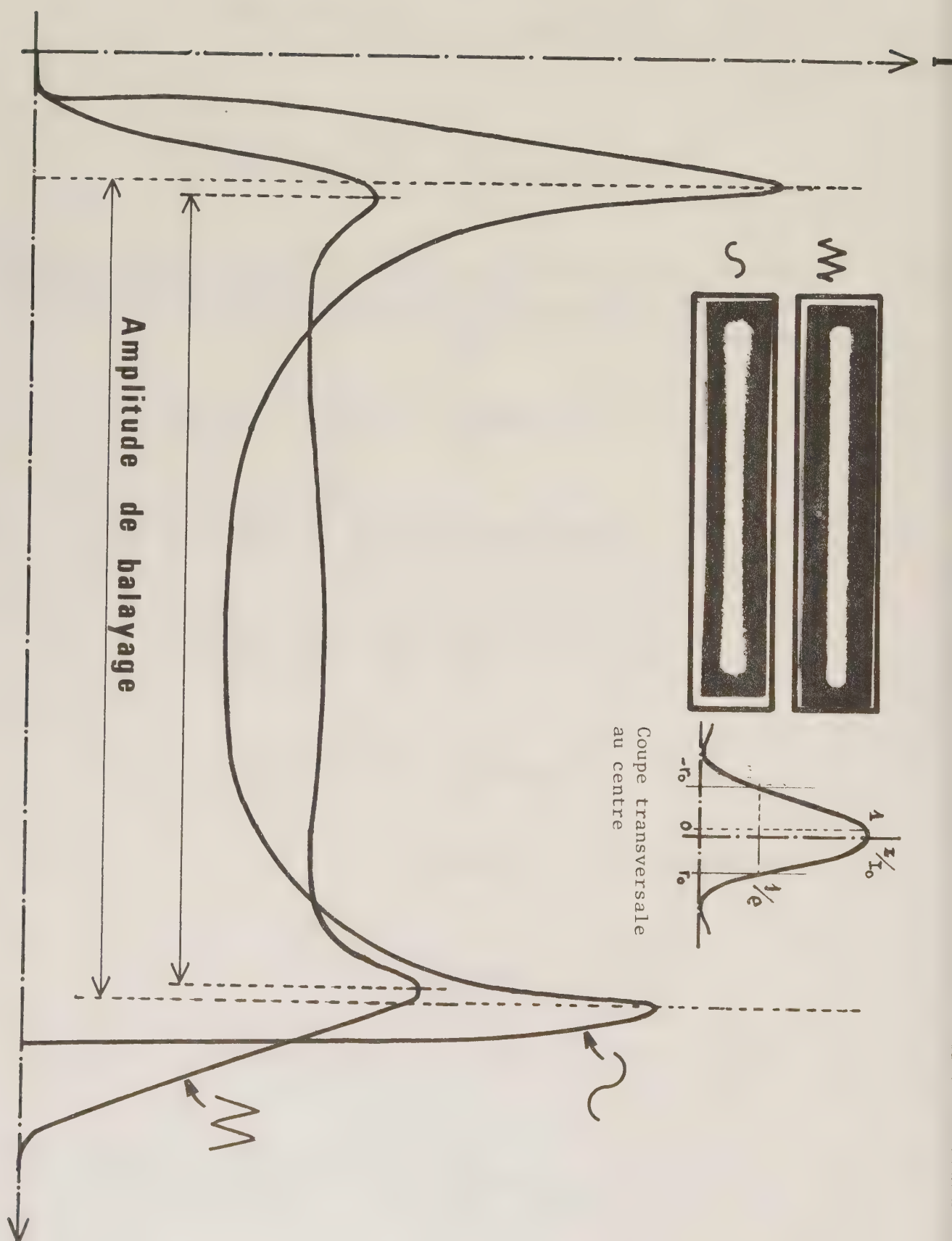


Figure 44

Celle ci est donc indépendante de x ; comme on pouvait s'y attendre, l'éclairement obtenu est donc uniforme sur la largeur de la nappe. Si l'on calcule la densité d'énergie, tout se passe comme si en moyenne, en tout point, on avait une nappe d'intensité.

$$I = \frac{E_T}{s \Delta t} = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{r_0^2}\right) \cdot \frac{r_0 \sqrt{\pi}}{a} = \frac{P_0}{\sqrt{\pi} r_0 a} \exp\left(-\frac{y^2}{r_0^2}\right)$$

et de largeur $2r_0$

les résultats obtenus ont été représentés sur la figure 44.

L'utilisation d'un signal triangulaire (balayage à vitesse constante) correspond bien à l'étude effectuée ; les deux maximums de bord traduisent l'altération de la réponse du dispositif de balayage dans les changements extrêmes (spectre à haute fréquence que le galvanomètre ne peut suivre). A des fréquences supérieures, le prisme vibrant ne suit plus le signal triangulaire, et répond pratiquement sur le premier harmonique. On ne distingue plus un signal triangulaire du signal sinusoïdal de même fréquence. Ceci limite considérablement le dispositif et nous ne pouvons travailler en plage uniforme à des fréquences supérieures à $N = 500$ Hz.

I - 2 - 3. Réalisation de nappes fixes grâce à une optique sphéro-cylindrique (7) (27)

Les nappes précédemment calculées ne se présentent comme telles que pour des temps de pose relativement longs devant la période ; c'est pourquoi, si l'on désire travailler avec des temps de pose courts, il est indispensable d'augmenter la fréquence ; l'utilisation d'un appareil photographique avec obturateur à rideaux pose également un problème vers les temps de pose courts. En effet, si l'on envisage le montage de la figure 45, pour des temps de pose inférieurs à 1/125ème de seconde, l'obturation est réalisée par une fente se déplaçant devant le film. Il est clair que dans ces conditions, seule une fraction de l'image sera enregistrée. Si les déplacements du rideau et du faisceau

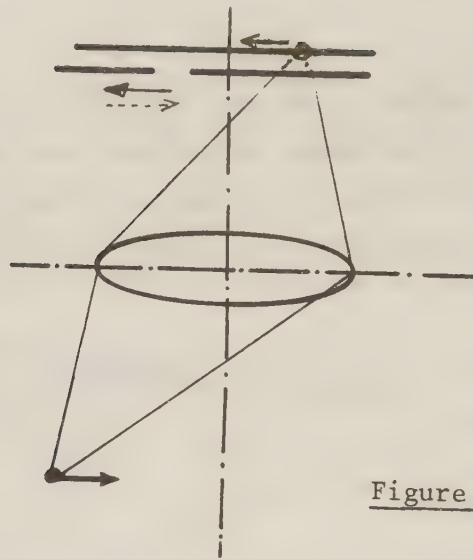


Figure 45

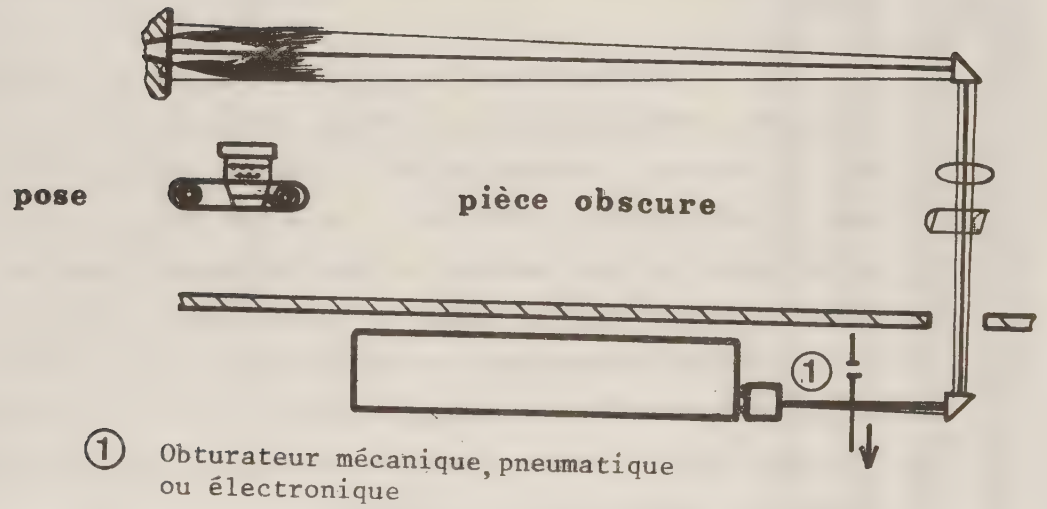


Figure 46

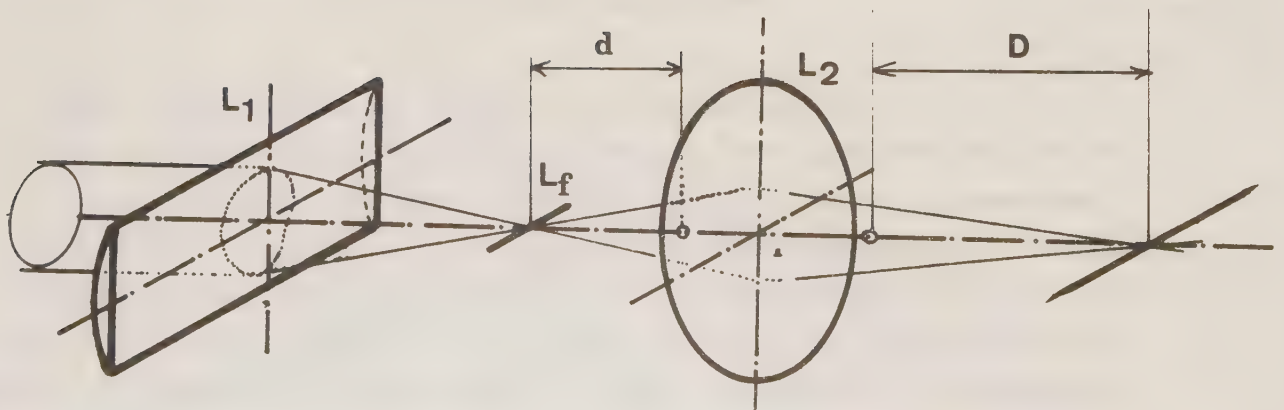


Figure 47

sont perpendiculaires, l'image obtenue sera enregistrée en "diagonale" sur le film. Pour des prises de vues rapides, suivant les hasards du balayage et du déclenchement, aucun enregistrement n'est possible. Le seul remède dans ce cas consiste dans la manipulation suivante schématisée figure 46.

Or la sensibilité du film utilisé (800, 1600 et 3200 ASA) interdit l'emploi en lumière atténuée ; par contre, la manipulation étant impossible dans le noir rigoureux, il est indispensable d'envisager une autre éventualité, à savoir des nappes fines obtenues à partir d'optiques sphérocyindriques. Le schéma de principe est représenté sur la figure 47.

Une lentille plan-cylindrique donne du faisceau quasi parallèle d'entrée, une image linéaire L_f dans son plan focal ; une lentille L_2 , corrigée des aberrations et de grande ouverture vis à vis du faisceau, donne une image de L_f dans la zone d'étude.

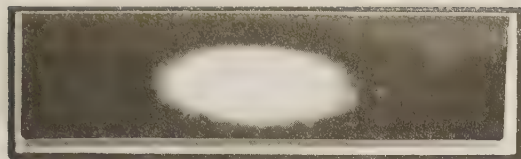
En première approximation, on peut dire que la lentille L_2 réalise une homothétie dans le rapport $D/d = \gamma$ (γ^2 pour des éléments de surface).

Si l'on admet que la structure du faisceau incident est une gaussienne, $I = I_0 \exp -(\frac{r^2}{r_0^2})$

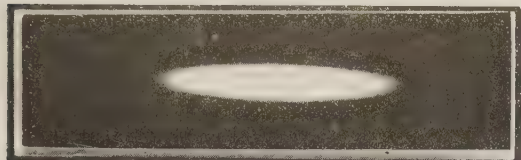
dans le plan focal de L_1 on aura la transformée de Fourier à deux dimensions de la gaussienne incidente ; la fonction de gauss étant conservée par la transformée de Fourier, la structure énergétique de la nappe sera donc de la forme

$$I = I_0 \exp -(\frac{x^2}{r_0^2 x}) \exp (-\frac{y^2}{r_0^2 y})$$

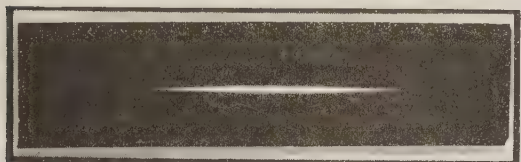
Si P_0 est la puissance incidente, on peut écrire la conservation de celle-ci dans l'image finale, à savoir :



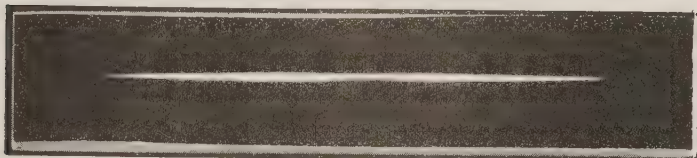
Défocalisation totale



Défocalisation faible

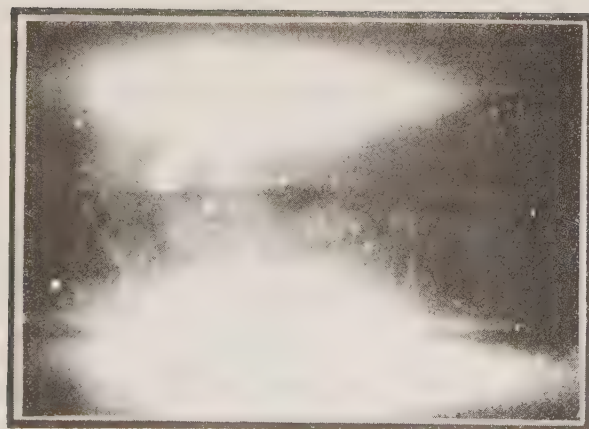


Focalisation optimale



Influence d'un balayage de faible amplitude

Figure 48



Amplitude importante
ou balayage sinusoïdal



Amplitude faible
ou balayage en dents de
scie

Figure 49

$$P_0 = \int_S I \, dS = I_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{r_{ox}^2}\right) dx \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{r_{oy}^2}\right) dy$$

soit

$$P_0 = I_0 \, r_{ox} \, r_{oy} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-u^2) du \right]^2 = \pi \, r_{ox} \, r_{oy} \, I_0$$

$$I_0 = \frac{P_0}{\pi \, r_{ox} \, r_{oy}}$$

Lorsque $r_{ox} = r_{oy}$, on retrouve la structure sphérique. Les lignes d'égale intensité sont données par $dI = 0$ ou $dI/I = 0$

soit

$$\frac{dI}{I} = -d \left(\frac{x^2}{r_{ox}^2} + \frac{y^2}{r_{oy}^2} \right) = 0$$

$$\frac{x^2}{r_{ox}^2} + \frac{y^2}{r_{oy}^2} = K$$

les courbes d'égale intensité sont donc des ellipses, et la nappe ainsi constituée ressemble à une ellipse allongée, dont les paramètres r_{ox} et r_{oy} sont en fait ajustables de plusieurs manières :

. Variation de la distance focale de L_2 et donc de γ .

Mais un grandissement γ trop important augmente l'épaisseur de la nappe, on préfère jouer sur le deuxième paramètre.

. Variation du diamètre du faisceau incident, grâce au premier télescope.

. Variation de la distance focale de L_1 ; la focalisation étant d'autant plus importante que $f1$ est courte. Toutefois, $f1$ ne doit pas être trop courte, de manière que le faisceau de sortie soit à divergence faible et puisse être considéré comme parallèle dans la zone d'étude.

Chaque configuration nécessite en réalité un compromis entre les divers paramètres. La figure 48 montre les résultats obtenus.

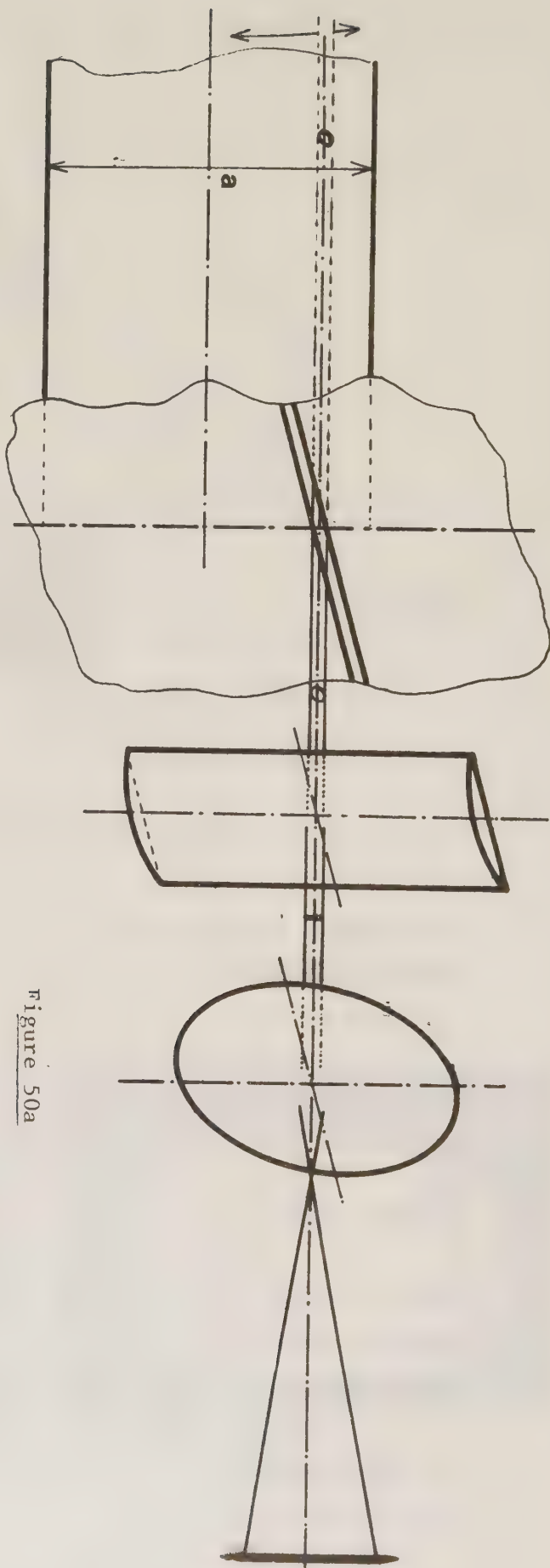


Figure 50a

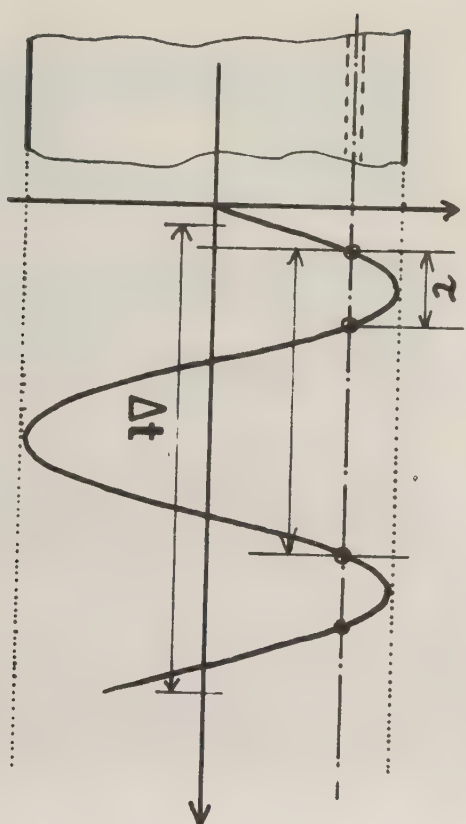


Figure 50b

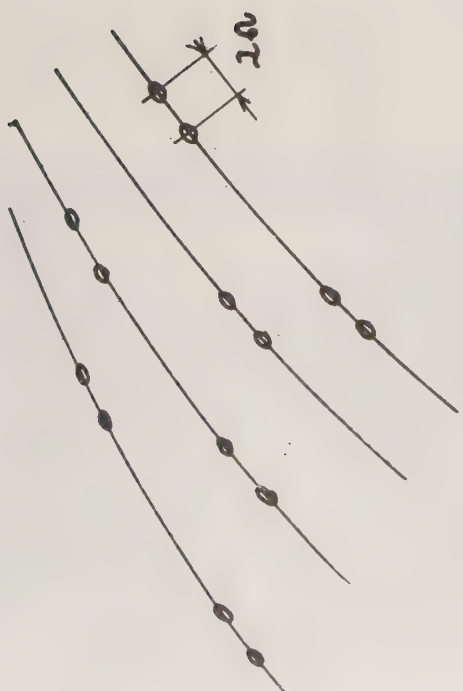


Figure 50c

Là encore, un balayage de faible amplitude effectue un lissage de la nappe, mais est soumis aux critiques formulées au début du paragraphe. De plus, dans le balayage on ne peut plus considérer les effets de bord comme négligeables ; ils conduisent pour des amplitudes élevées à une forte surexposition des bords (figure 49) ce qui peut être le cas échéant préjudiciable.

I - 2 - 4. Réalisation d'un Modulateur Créneau ("Chopper")
dans le domaine des fréquences faibles

La combinaison des nappes minces obtenues par un ensemble sphérique-sphéro-cylindrique et du balayage offre une possibilité intéressante et peu onéreuse de stroboscopie pour la mesure et l'observation continue de champs de vitesses faibles. Le schéma de principe est donné figure 50a.

Pour une position moyenne du faisceau, d , par rapport à la fente on aura deux éclats par période, séparés d'un temps τ variable réglable par d (figure 50b).

Il suffit alors d'afficher un temps d'exposition égal à $\Delta t \approx T$ pour avoir le champs des vitesses, grâce à une configuration (la plus probable) du type représenté figure 50c.

La méthode énoncée ici est connue et utilisée de longue date sous diverses formes, la plus couramment utilisée met en oeuvre deux impulsions décalées d'un laser de puissance et s'applique plus particulièrement à la mesure des vitesses (28), (29), (30), (31), (32), (33), (34), (52). L'ensemble présenté ici offre, outre la simplicité et la souplesse de réglage en continu, la possibilité d'une observation directe ; l'ajustage à l'oeil de la fréquence en fait un véritable stroboscope capable de ralentir certains phénomènes quasi stationnaires en écoulement, permettant la mise en évidence de phénomènes de fréquences faibles.

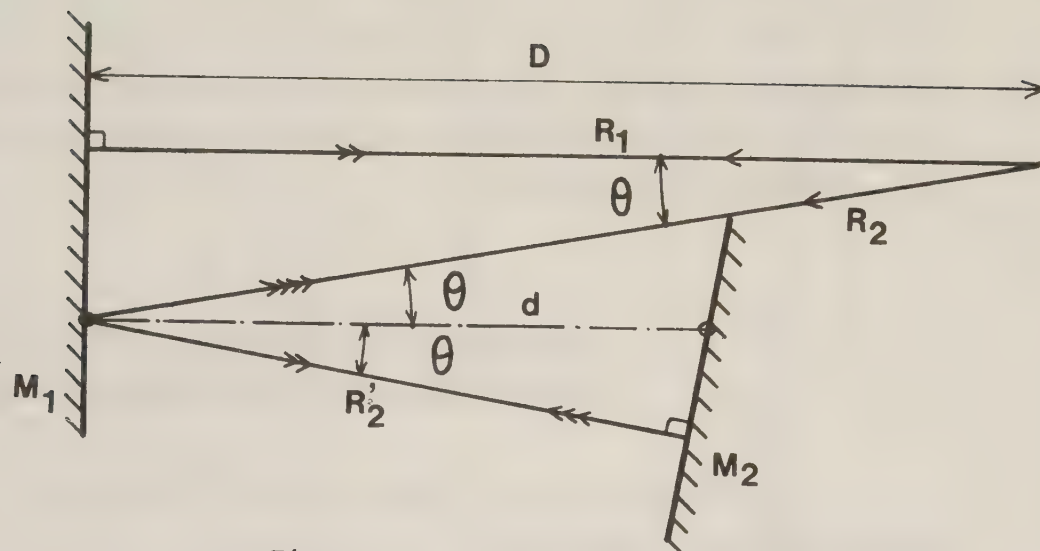


Figure 51

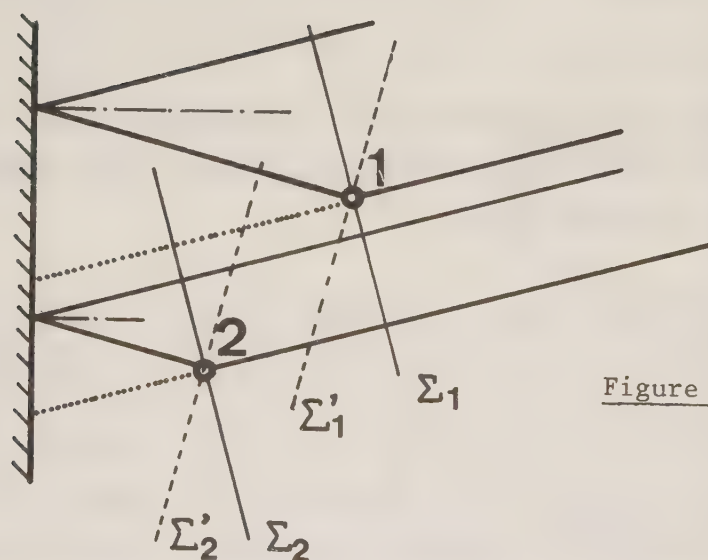


Figure 52

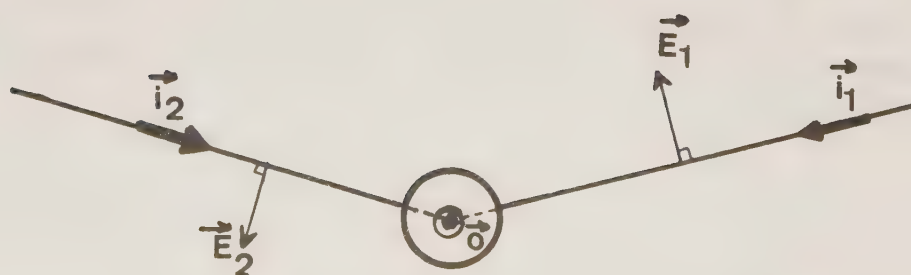


Figure 53

I - 3. AUGMENTATION DE L'INTENSITE DIFFUSEE

L'intensité diffusée est en général très faible et tout montage capable d'amplifier celle ci est le bienvenu. L'idéal serait évidemment la réalisation d'une cavité résonnante du type confocal dont la ligne de focalisation serait l'un des foyers. La mise au point d'un tel système serait à la fois onéreuse et délicate, enlevant ainsi toute souplesse au montage. Nous avons opté pour un dispositif plus simple, et dont les résultats sont tout aussi spectaculaires. La zone de focalisation étant en fait très longue (pratiquement, le faisceau peut être considéré comme parallèle sur une zone de l'ordre du mètre) la nappe peut ainsi subir un certain nombre de réflexions sans altération grave de son épaisseur qui limiterait la résolution transversale. Le montage proposé est alors le suivant (figure 51).

Le miroir plan M_1 renvoie la nappe de sorte que l'un des bords (R_1) revienne sur lui même ; à faible distance, un miroir M_2 renvoie le rayon extrême réfléchi R_2 dans la direction incidente ; par ailleurs, le bord du miroir M_1 est tangent à R_2 .

La distance entre M_1 et M_2 doit être :

- . Suffisamment grande pour récolter une fraction importante du faisceau primaire réfléchi
- . Suffisamment faible pour ne pas altérer l'épaisseur de la nappe.

En première approximation, on peut admettre que les particules sont éclairées 4 fois par le faisceau ; si l'on néglige l'atténuation de ce dernier dans la traversée du milieu, la baisse d'intensité (densité locale d'énergie) n'est due qu'à son élargissement au niveau de la zone d'étude et à la perte provoquée par le miroir M_2 .

Pour un faisceau quasi parallèle (θ petit) on aura :

$$P \approx 2 P_0 \left(1 + \frac{2\theta \cdot d}{\theta(D+d)} \right) \approx 2 P_0 \left(1 + \frac{2d}{D+d} \right)$$

I - 4 - 1. Généralités sur les conditions d'exposition

Quel que soit le mode d'enregistrement (photographique ou cinématographique), la mesure de la lumination correcte du film pose un problème sérieux par la nature de l'objet à saisir ; en effet celui-ci présente deux caractéristiques néfastes :

. il ne remplit que rarement le champ de visée, à cause de la forme allongée du jet ou de l'écoulement ; il apparaît donc entre le sujet et le fond un contraste égal à l'unité, catastrophique pour certains types de mesure d'exposition.

. le sujet lui même peut présenter un contraste interne fort, faussant à son tour les mesures effectuées.

Ainsi, nous nous trouvons fort loin de la définition du sujet standard moyen (sujet de référence gris neutre de 18 à 20 % de réflexion diffuse), pour lequel les posemètres ont été étalonnés, et une correction s'avère donc nécessaire en fonction du type de cellule utilisé.

La petitesse de l'objet lumineux et son contraste violent interdisent toute mesure à l'aide d'une cellule manuelle en lumière diffuse, qui intègre la lumière sur une surface qui n'est pas identique à celle du film envisagé, réalisant de plus une pondération inconnue. Dans le cas d'une cellule "spot", la mesure n'a de sens que si elle est effectuée dans les conditions précises de la prise de vue, surtout en macrophotographie. Les seuls posemètres utilisables sont donc ceux qui sont incorporés aux boîtiers, après réétalonnage en fonction du sujet choisi.

Il est évident que dans notre cas, le posemètre idéal devrait mesurer l'énergie reçue en tout point de l'image, l'opérateur effectuant une lumination moyennée correcte en fonction des détails à faire ressortir. Un tel posemètre n'existe pas, toutes les cellules, même du type spot, effectuant une intégration dans un angle solide donné ; notons que cette constatation interdit de surcroît l'utilisation des boîtiers en "automatisme" complet imposant donc un fonctionnement manuel, ou un automatisme fortement corrigé.

Compte tenu de la nature des sujets, il est clair que la priorité sera donnée à la vitesse ; en effet, il s'agit de photographier ou de filmer des plans lumineux à évolution rapide ; la profondeur de champ ne pose donc aucun problème (sauf dans le cas d'une inclinaison de l'appareil, qui

demeure toujours faible), ce qui permet de travailler à la vitesse la plus élevée possible en fonction de la lamination obtenue (ouverture maximale et vitesse correspondante imposée par le sujet, ou, lorsque c'est possible, vitesse maximale autorisée par le boîtier et diaphragme correspondant).

Bien sûr, cette sélection de la vitesse doit tenir compte des phénomènes variables dus au balayage, préalablement signalés. Les configurations possibles étant très nombreuses, nous ne signalerons que les cas spécifiques (voir ombroscopie en temps très courts). Notons toutefois qu'en enregistrement cinématographique, les vitesses d'enregistrement étant relativement lentes (24 images par seconde), les effets du balayage sont inexistantes.

Enfin, signalons qu'en technique vidéo le problème ne se pose pas, la lamination correcte et les effets désirés étant observables en temps réel sur un moniteur.

I - 4 - 2. Influence de la mesure d'exposition par intégration pondérée dans notre cas

La plupart des boîtiers photographiques ou cinématographiques possèdent actuellement une mesure de lamination des films par intégration pondérée.

L'intégration est due au fait que la cellule "voit" une grande partie de l'image et non un point, malgré ses faibles dimensions ; la pondération est due au fait que les diverses parties de l'image ne sont pas vues par la cellule de la même manière. Ainsi la réponse impulsionnelle de l'ensemble est-elle une fonction de point, $R(M)$. (M appartenant à l'espace objet).

La fonction de pondération est déterminée par le constructeur suivant des critères statistiques d'utilisateurs moyens (paysages, éclairages urbains, éclairage studio...) ; elle dépend du type de boîtier utilisé, de la position de la cellule et de l'objectif utilisé. Nous disposons de deux boîtiers Minolta XD7 et XG2 pour nos prises de vue et d'une caméra Beaulieu. C'est plus particulièrement pour ce type d'appareil que nous étudierons le problème.

a) *Mesure d'exposition par intégration pondérée proprement dite*

Appelons S_C la surface du champ vue par la cellule. En l'absence de pondération, la puissance reçue par la cellule s'écrit :

$$P = \int_{S_C} I(M) d S_C$$

Elle correspond à la puissance réelle émise par l'image; lorsqu'une fonction de pondération intervient, la puissance mesurée s'écrit :

$$P_m = \int_{S_C} g(M) I(M) d S_C$$

$g(M) \in [0, 1]$ et $g(M) = 1$ dans la partie centrale du champ de la cellule (zone sujet) et décroît vers les bords. On en déduit la densité moyenne de puissance, ou plus exactement l'intensité moyenne pondérée.

$$\frac{P_m}{S_C} = I_m = \frac{1}{S_C} \int_{S_C} I(M) g(M) d S_C$$

Sachant que la densité surfacique d'énergie nécessaire pour impressionner le film est une caractéristique de l'émulsion, et donc une constante e_s , la cellule établit la correspondance entre la densité de puissance mesurée, l'ouverture du diaphragme et le temps de pose τ , relation simple de la forme

$$e_s \frac{P_m}{S_C} \cdot \left(\frac{S}{S_0}\right) \cdot \tau_s = \text{Constante}$$

(J/m²)

$\frac{S}{S_0}$ = fonction ouverture

S = surface du diaphragme à pleine ouverture

S_0 = surface réelle du diaphragme

La connaissance de la sensibilité du film et l'affichage du diaphragme fixent e_s et (S/S_0) . La cellule mesure P_m et calcule τ . Pour une valeur moyenne donnée de P_m , plusieurs couples $[\tau, (S/S_0)]$ semblent possibles et déterminent les indices de lumination, $(I L)$ ou $(EV, \text{exposure value})$. La cellule effectue donc le produit :

$$\left(\frac{S}{S_0}\right) P_m \tau = \tau \frac{S}{S_0} \int_{S_C} I(M) g(M) dS_C = S_C e_s = \text{constante}$$

b) Conséquences dans le cas d'objets lumineux peu étendus sur fond noir

Lorsque la surface S' de l'objet envisagé est plus faible que celle du champ S_C , l'indication de la cellule est erronée. En effet, la puissance mesurée par celle-ci s'écrit :

$$P_m = \int_{S_C} I(M) g(M) dS_C = \int_{S_C - S'} 0 g(M) dS_C + \int_{S'} I(M) g(M) dS'$$

le temps de pose réel serait donc

$$\tau_v = S' \cdot e_s \cdot \left(\frac{S_0}{S}\right) \frac{1}{\int_{S'} I(M) g(M) dS'}$$

le temps de pose calculé par la cellule est alors

$$\tau_c = S_C \cdot e_s \cdot \left(\frac{S_0}{S}\right) \frac{1}{\int_{S'} I(M) g(M) dS'}$$

Soit

$$\boxed{\frac{\tau_v}{\tau_c} = \frac{S'}{S_C}}$$

c) Influence de la fonction de pondération pour des éclairagements uniformes

Supposons un objet uniformément éclairé sur $S' < S_C$; notons que, en réalité, doit être considéré comme uniforme tout

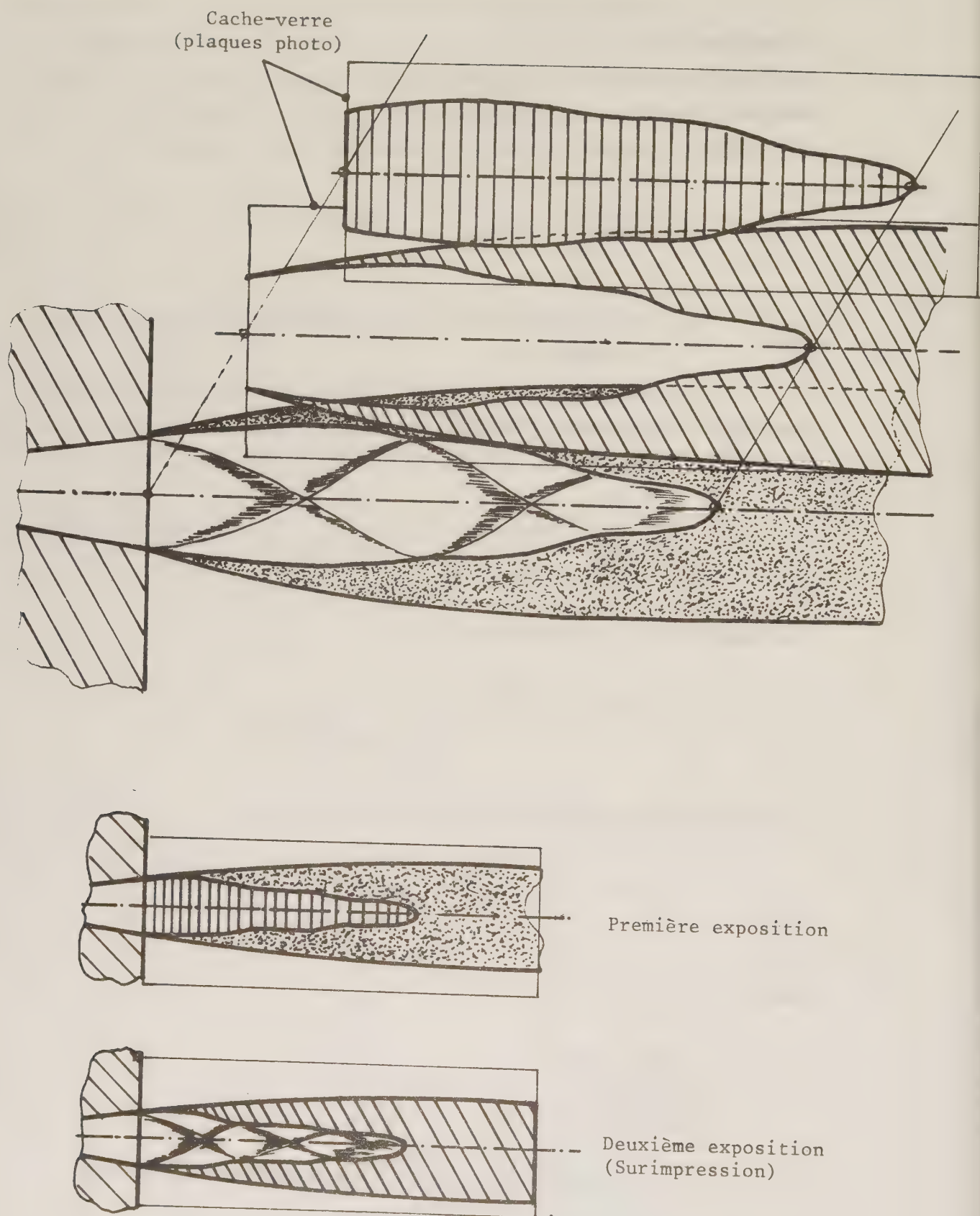


Figure 56

éclairage dont les variations locales ne font pas sortir de la zone de linéarité du film. L'intégration de la mesure centre l'exposition sur la lumination moyenne, et les variations sont alors correctement rendues.

Ainsi la puissance réelle reçue dans ces conditions ne correspond pas à la pondération statistique, et une correction supplémentaire s'impose. Le temps moyen de pose s'écrit alors (avec $g(M) = 1$).

$$\tau_v = S' \cdot e_s \cdot \frac{S_0}{S} \frac{1}{\int_{S'} I(M) dS'} \neq S' \cdot e_s \cdot \frac{S_0}{S} \frac{1}{\langle I(M) \rangle_{S'}}$$

et

$$\tau_c = S_c \cdot e_s \cdot \frac{S_0}{S} \frac{1}{\int_{S'} I(M) g(M) dS'} \neq S_c \cdot e_s \cdot \frac{S_0}{S} \frac{1}{\langle I(M) \rangle} \frac{1}{\int_{S'} g(M) dS'}$$

D'où

$$\frac{\tau_v}{\tau_c} = \frac{I}{S_c} \int_{S'} g(M) dS'$$

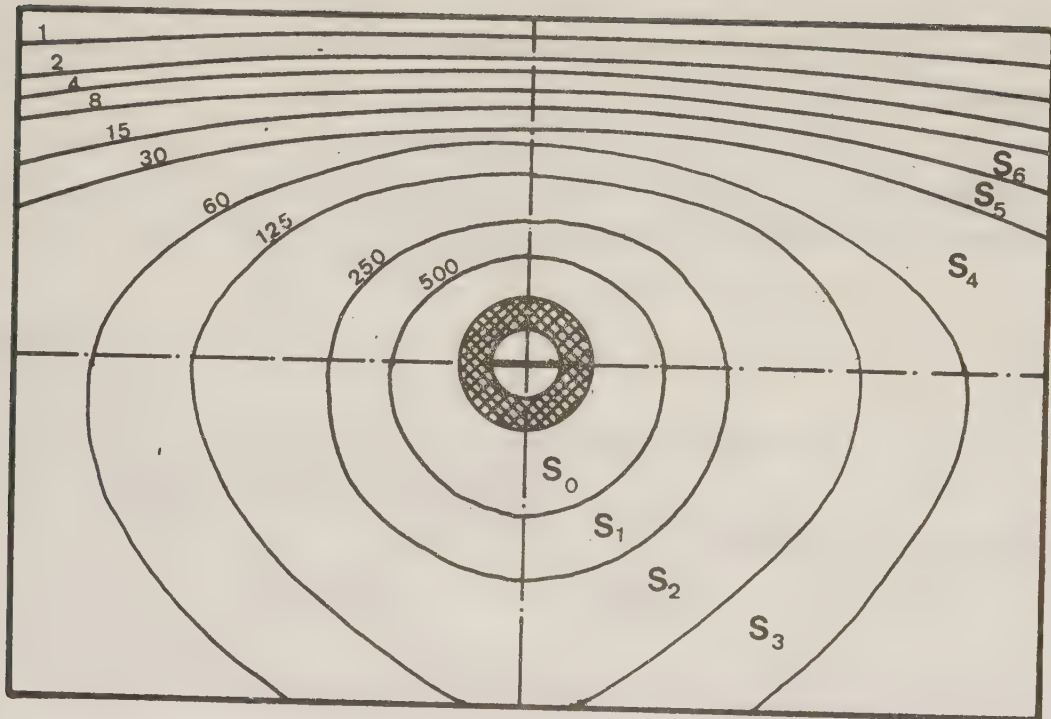
Cette relation nous fournit les coefficients de correction, compte tenu de la connaissance des surfaces S' , S_c et de la fonction $g(M)$.

d) Cas de zones internes plus sombres à l'intérieur de l'objet lumineux

C'est le cas des jets libres dont la zone centrale est très peu lumineuse (figure 56).

Dans ce cas, il est indispensable de mesurer séparément la luminosité des deux régions en occultant la partie complémentaire par un cache. Deux cas peuvent se produire :

XD 7



XG 2

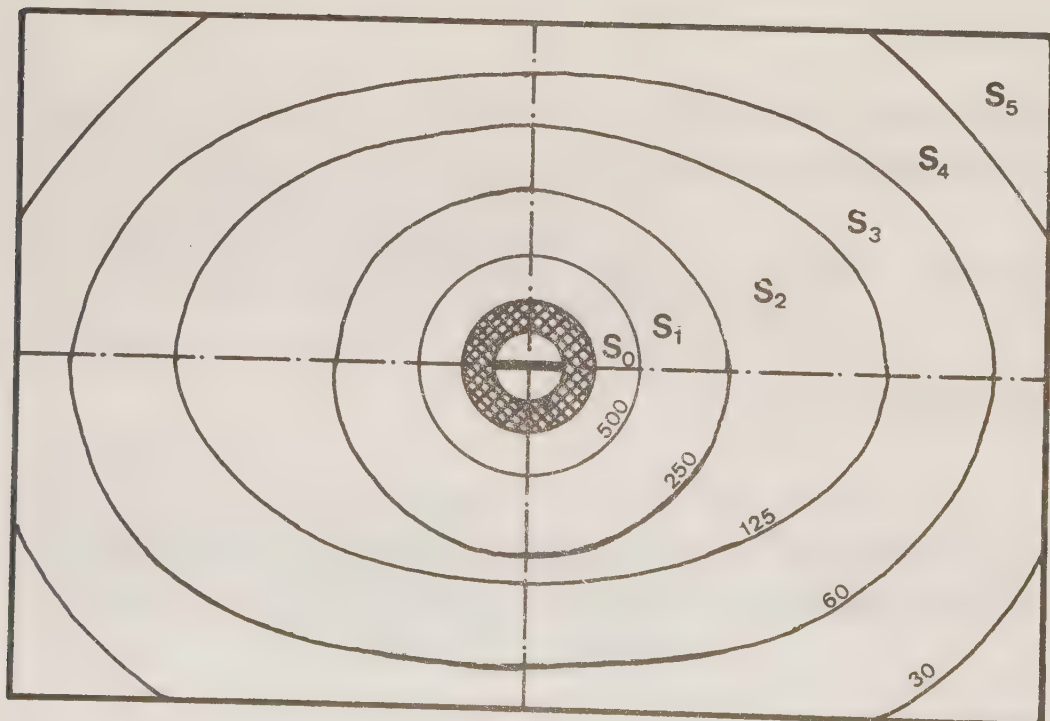


Figure 57

. La lumination donnée par la zone lumineuse intense n'est supérieure que de trois IL (ou EV) au plus à celle de la zone centrale (toutes corrections de mesure effectuées) : le cliché peut être tenté et donne une forte saturation des parties brillantes.

. L'écart de lumination donné par les zones est trop important ; il faut procéder à deux prises de vue successives de manière que chacune des parties soit correctement exposée. Simple dans son principe, cette technique de surimpression n'est applicable qu'à des structures stationnaires reproductibles (pour le deuxième cliché) avec une assez bonne précision.

e) Evaluation des fonctions de pondération dans les cas envisagés

- Boitiers XD7 et XG2 : les structures de pondération sont données dans la figure 57. L'affichage de la mesure étant discontinu, la pondération est elle-même discontinue. Le champ S_c de la cellule couvre la totalité du champ de visée ($S_v = 24 \times 36 \text{ mm}^2$). Les courbes (données techniques) découpent la surface du viseur en 11 zones ($S_0, S_1, S_2, \dots, S_{10}$) ; pour une même ouverture de diaphragme, on passe d'une zone à l'autre en multipliant par deux le temps de pose (réponse impulsionnelle) ce qui traduit une perte de transmission dans le même rapport pour la zone considérée.

Ainsi

$$\begin{aligned} g(M) &= g_0 = 1 \text{ dans } S_0 \\ &= g_1 = 1/2 \text{ dans } S_1 \\ &= g_2 = 1/4 \text{ dans } S_2 \\ &= g_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ dans } S_n \dots \end{aligned}$$

L'évaluation du temps de pose correct se fait alors de façon simple, en écrivant (pour une ouverture donnée)

$$\tau_v = \frac{\tau_c}{864} \left[S'_0 + \frac{S'_1}{2} + \frac{S'_2}{2^2} + \dots + \frac{S'_n}{2^n} \right]$$

$S'_0, S'_1 \dots S'_n$ étant les surfaces correspondant aux zones envisagées occupées par l'objet lumineux (pour un sujet uniformément éclairé) exprimées en mm^2 , mesurées au niveau du film sur verre dépoli (papier calque).

- Caméra Beaulieu : Aucune pondération n'est prévue dans ce cas là, la mesure étant intégrée sur la surface du champ. La correction donne ici simplement le rapport des surfaces (champ objet).

I - 4 - 3. Emulsions utilisées

Ce sont des émulsions commerciales ordinaires

. Noir et Blanc ILFORD HP5, 400 ASA (nominal) poussée en contraste élevé à 800, 1600, 3200 et au delà en révélateur pur

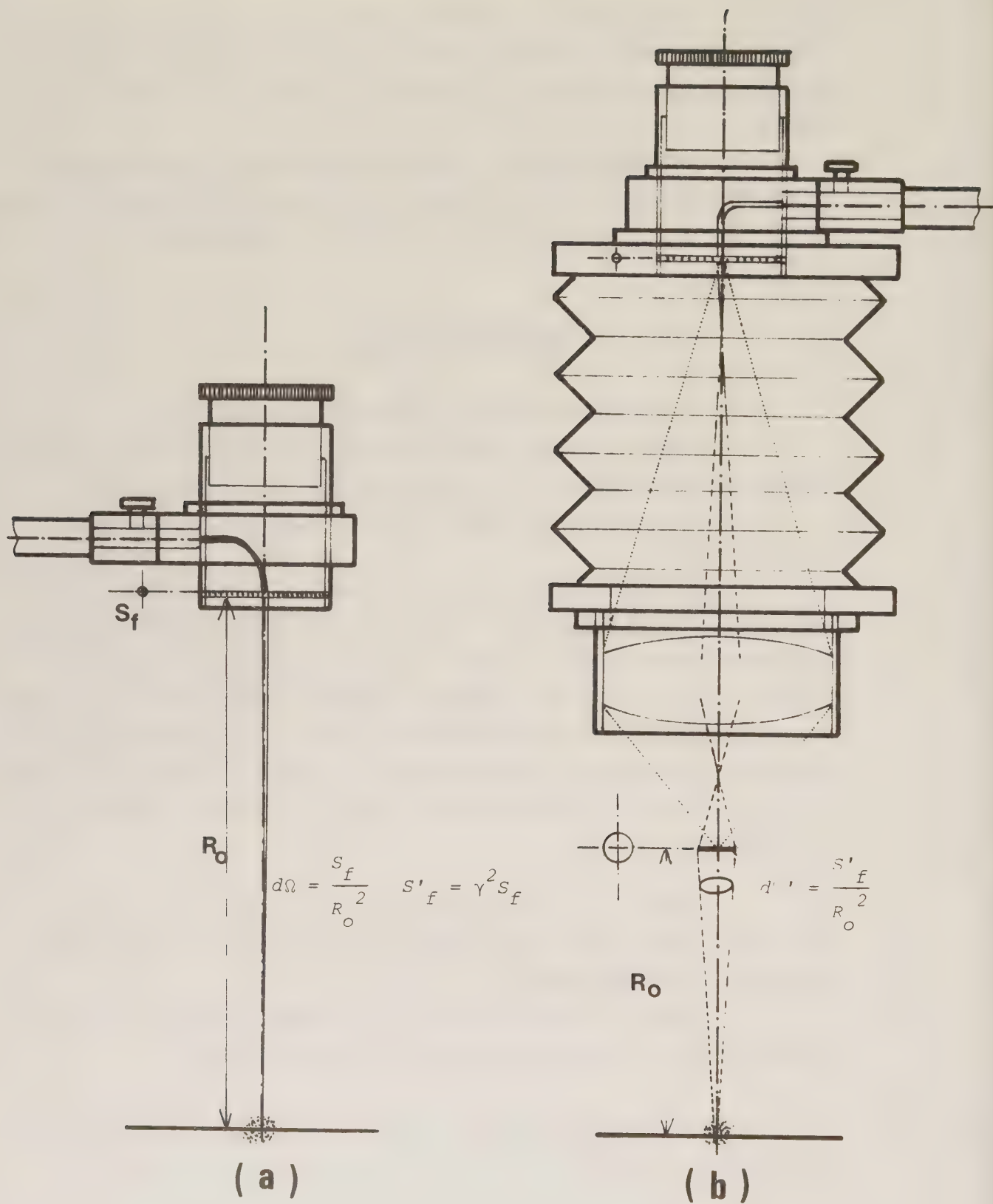
. Couleur : EKTACHROME 400 ASA (diapositives) poussée jusqu'à 3200 ASA.

Les traitements poussés assurent un gain de vitesse non négligeable, mais également l'apparition d'un grain important et donc une perte de résolution, surtout dans les conditions d'exposition limites (basses et hautes vitesses, par effet Schwarzschild entraînant une erreur de balance colorimétrique et une perte de sensibilité). On aura soin dans tous les cas de calculer au mieux les indices de lumina-tion de manière à travailler dans une zone de tolérance élevée de l'émulsion.

Notons que cette solution semble meilleure que l'emploi de films à haute sensibilité nominale, mais à grain plus gros (type Recording 2475 KODAK 1000 ASA).

Dans le cadre d'utilisations cinématographiques les films commerciaux les plus sensibles sont les KODAK 160 ASA.

Ils nous ont permis la réalisation de prises de vue à 8 et 18 images par seconde.



$$\frac{dP'}{dP} = N E_o^2 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_o^2} \quad \frac{S'f}{Sf}$$

Figure 58

I - 4 - 4. Réalisation d'une fibre optique d'ouverture variable

Nous disposons d'un oculaire micrométrique à fibre de diamètre $50\mu\text{m}$. Dans la plupart des cas, l'énergie recueillie par la fibre est insuffisante, et se situe au dessous du seuil de détection ; le montage de la figure 58a est inutilisable.

Dans le cas de la figure b un objectif conjugué l'entrée de la fibre avec le point M à la distance R_0 désirée ; le réglage de h et h' et le choix d'un objectif de focale déterminée permettent d'ajuster γ avec précision, assurant ainsi une fibre dont le diamètre d'entrée est $\phi' = \gamma \phi = 50\gamma (\mu\text{m})$. L'objectif travaillant ici dans les meilleures conditions, on ne tient pas compte des aberrations.

F : Filtre spatial
L : lame de verre
D : Diaphragme réglable
V : Voltmètre

A : Analyseur
 C_1, C_2 : Cellules
 L_1, L_2 : Objectifs

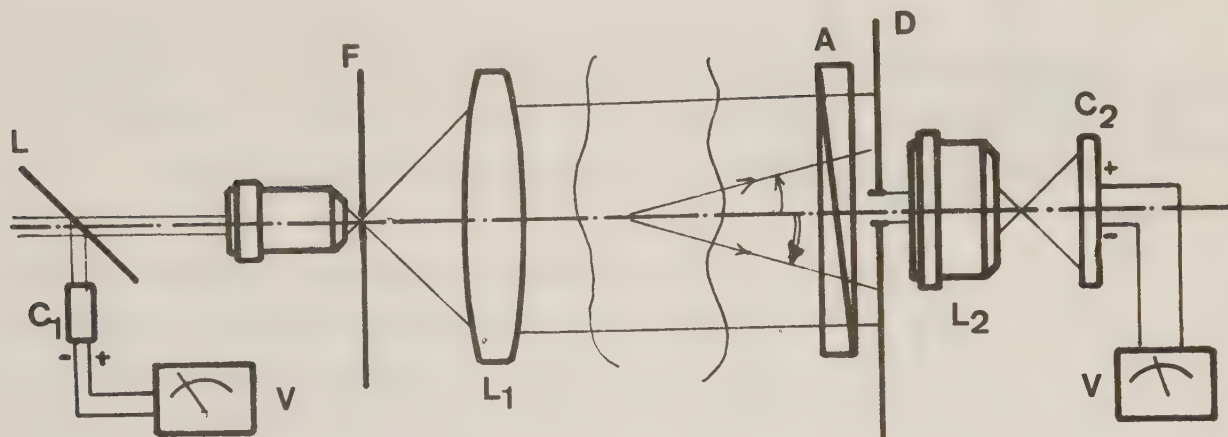


Figure 59

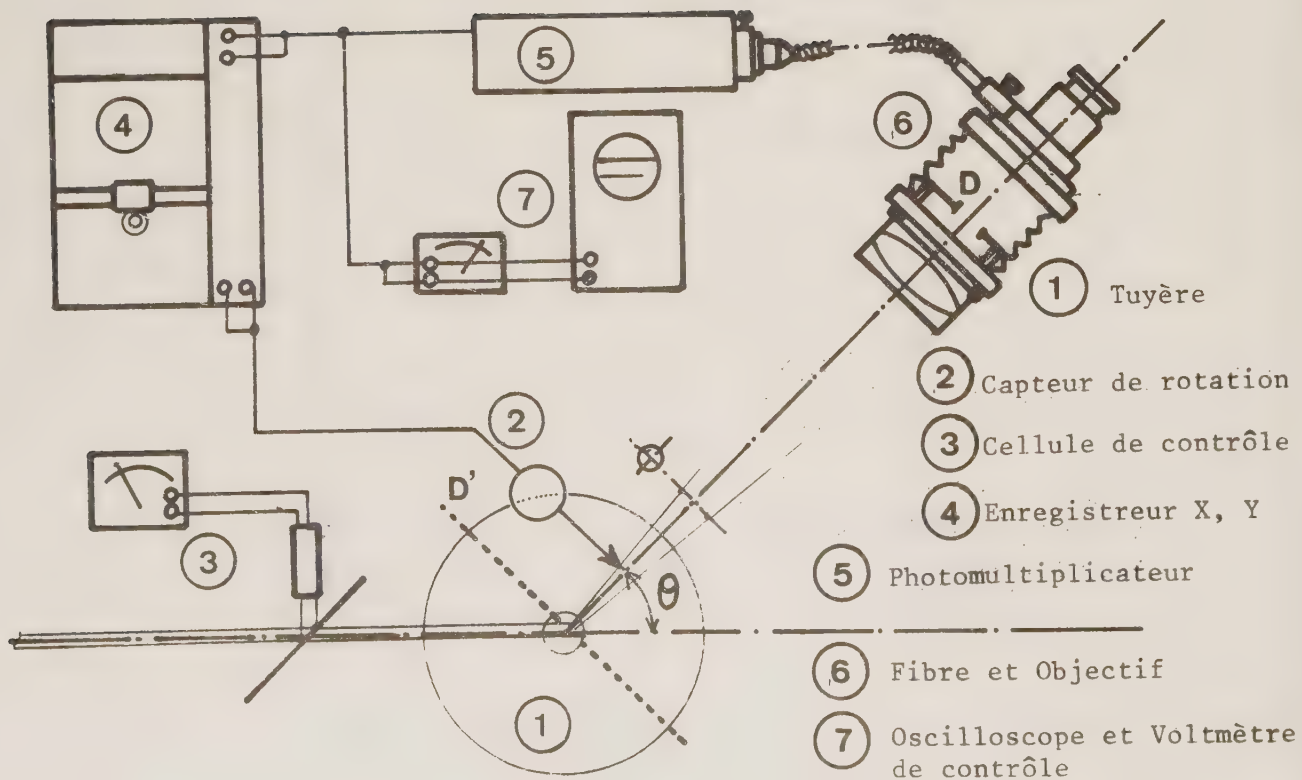


Figure 60

CHAPITRE II

CONDITIONS EXPERIMENTALES ET SYSTEMES ETUDIES

Nous venons de voir les moyens d'étude dont nous disposions, ainsi que les précautions à prendre. Nous allons préciser à présent les conditions expérimentales d'étude, ainsi que les systèmes étudiés, avant de passer aux résultats expérimentaux proprement dits.

II - 1. LES HYPOTHESES DE DIFFUSION SIMPLE

Nous avons montré dans la partie théorique qu'une onde plane polarisée rectilignement traversant un milieu diffusant aléatoire était atténuée dans le rapport $\exp(-\gamma)$, γ étant très inférieur à l'unité dans le cadre de l'approximation de diffusion simple (ou même au premier ordre); on admet pour cette dernière une valeur limite $\gamma \leq 0,1$. Nous avons effectué deux types de mesure d'atténuation, en faisceau direct et en faisceau élargi. Le dispositif est schématisé sur la figure 59. La lentille L_2 est située suffisamment loin pour que l'angle solide Ω soit très faible, c'est-à-dire qu'elle ne recueille que la lumière transmise et non la lumière diffusée vers l'avant. De plus un diaphragme D fait varier son ouverture, de sorte que la lumière perdue par diffusion soit maximale. Enfin, en faisceau direct, les lentilles L_1 et L_2 sont supprimées ; l'analyseur A est remplacé par un prisme de Nicoll (quartz) capable de supporter la puissance du faisceau sans dommage. La cellule C_1 contrôle la stabilité de la lumière incidente.

Dans un premier temps, on mesure l'intensité $I_1 = I_0 \cos^2 \alpha_1$ en l'absence du jet ; le polariseur est placé à 45° , de sorte que la sensibilité $dI/d\alpha = I_0 \sin 2\alpha$ soit maximale. Un deuxième essai, effectué en présence du jet provoque une atténuation du faisceau de la quantité $\exp(-\gamma)$; on recrée la même atténuation à l'aide de l'analyseur

$$I_2 = I_0 \exp(-\gamma) \cos^2 \alpha_1 = I_0 \cos^2 \alpha_2$$

On a ainsi :

$$\gamma = 2 \operatorname{Log} \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2}$$

Soit, pour $\alpha_1 = 45^\circ$

$$\gamma = 2 \operatorname{Log} \left(\frac{\sqrt{2}}{2 \cos \alpha_2} \right)$$

Remarquons que $\gamma = 0,1$ correspond à $\alpha_2 = 47,73^\circ$.

Dans ces conditions, le dispositif travaille à la sensibilité optimale, tout en évitant la saturation de la cellule ($\approx 130\text{mV}$, figure 62).

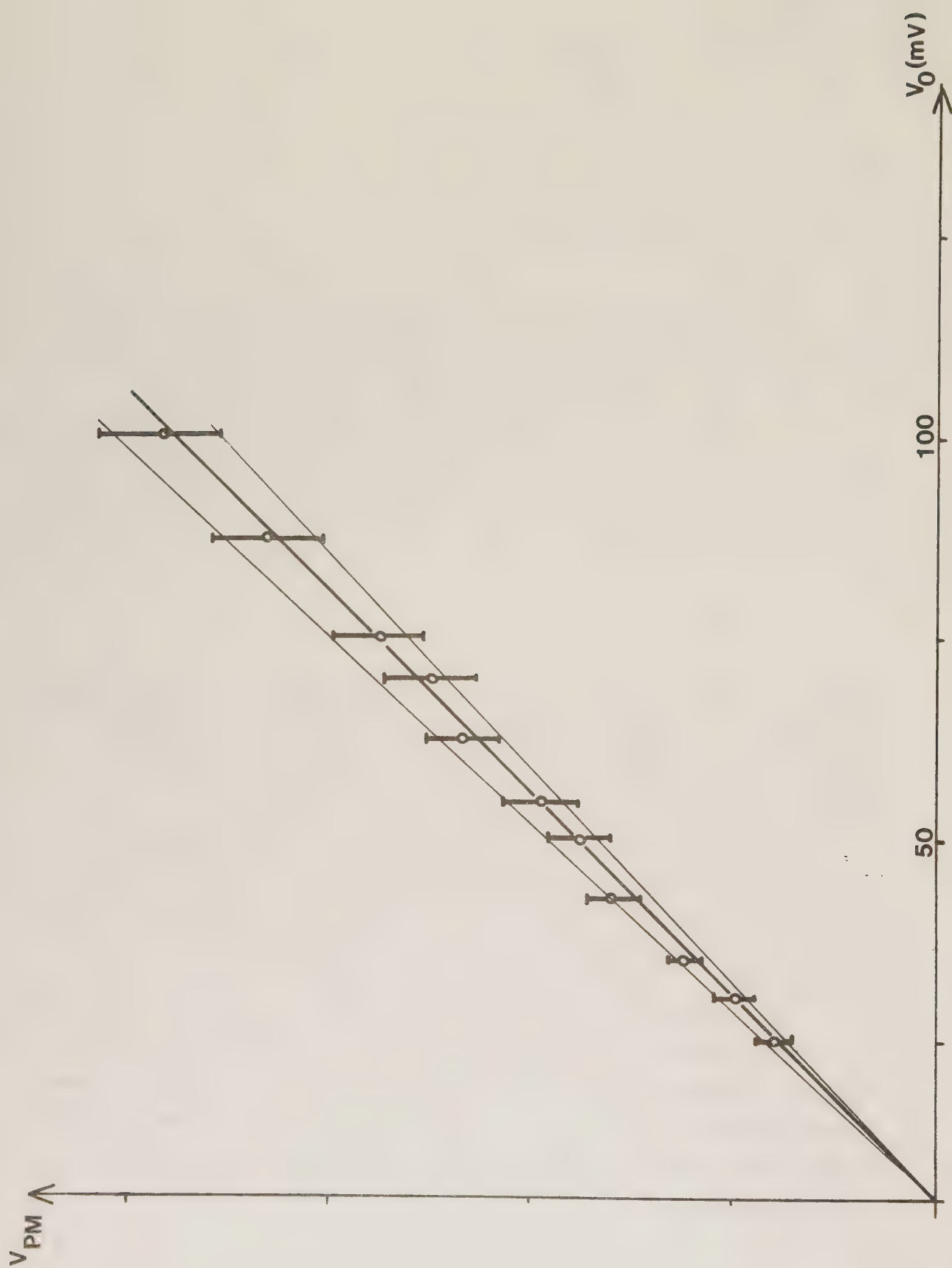
L'ensemble réagit à une rotation de l'analyseur inférieure à $0,2^\circ$, soit $\gamma \leq 7 \times 10^{-3}$. Or, au cours des essais effectués, aucune variation d'intensité n'est décelable, vérifiant parfaitement les hypothèses de diffusion simple d'une part, et de l'autre, montrant la limite mesurable de γ dans notre cas, soit

$$\gamma_{\max} = 7 \cdot 10^{-3}$$

Remarque : Notons que l'ensemble cellule-multimètre est beaucoup plus sensible que la valeur indiquée ci-dessus. (Sensibilité nettement inférieure au millième). Ceci pourrait nous conduire à une mesure effective de γ , mais celle-ci n'aurait guère de sens.

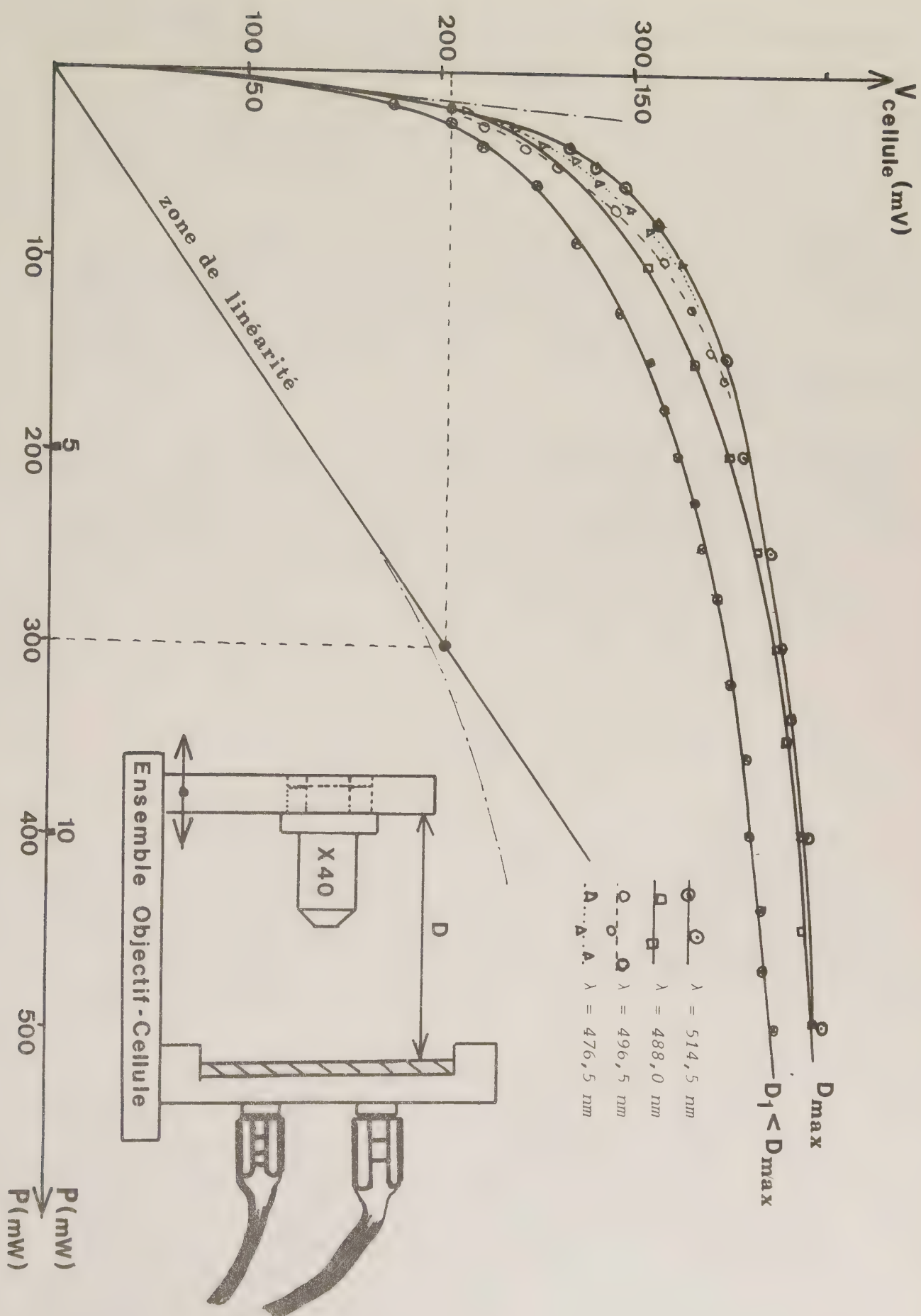
En effet, la difficulté majeure dans notre système réside dans la stabilisation de la pression génératrice au cours d'un essai, même de durée relativement courte. Or, la lumière diffusée est extrêmement sensible aux variations de vitesse ou de pression, ce qui procurerait des variations de γ non négligeables.

Par ailleurs, la mesure est effectuée ici dans les conditions les plus défavorables, de manière à obtenir une limite supérieure de γ . (Mauvais assèchement, fumées et vapeurs d'huile). A la limite, un essai aérodynamique fait dans ces conditions n'aurait plus de sens ; ainsi, nous pouvons estimer γ comme largement inférieur à $1^\circ/\circ$, mais nous nous contenterons de la valeur de $7^\circ/\circ$ précédemment estimée.



V_{PM} : photomultiplicateur
 V_O : cellule photoélectrique

Figure 61



Etalonnage de la cellule par rapport à la puissance laser

II - 2. INDICATRICE DE DIFFUSION ; EVALUATION GROSSIERE DE LA CONCENTRATION VOLUMIQUE ET DIFFUSION INDEPENDANTE.

L'indicatrice de diffusion est tracée grâce au montage de la figure 60.

L'ensemble (F, L) est l'oculaire à fibre de diamètre variable préalablement décrit (§ I - 4 - 4. Deuxième partie). L'objet analysé est étendu et il est nécessaire de limiter le volume diffusant. Pour ce faire, on place un diaphragme D dans le plan de l'image, correspondant à un diaphragme D' virtuel dans l'objet (inaccessible puisque dans l'écoulement).

Soit F' la face d'entrée de la fibre virtuelle, de diamètre ϕ' , de surface $s' = \gamma^2 s$, où γ est le grandissement linéaire de l'objectif vis à vis de F ; on appelle R_o la distance entre F' et l'élément M étudié. L'angle solide $\Delta\Omega$ sous lequel M voit la fibre est donc :

$$\Delta\Omega = \frac{s'}{R_o^2}$$

II - 2 - 1. Test de linéarité

La fibre est couplée à une chaîne de mesure composée d'un photomultiplicateur, puis d'un enregistreur potentiométrique X, Y de grande sensibilité, contrôlé par un oscilloscope en parallèle et un voltmètre digital. L'écoulement diffusant, instable, est remplacé par un objet diffusant constant (altuglass dépoli) donnant une intensité comparable à celle que l'on veut mesurer.

La tension V_{PM} issue du photomultiplicateur est tracée par l'enregistreur X, Y en fonction de V_o aux bornes d'une photopile intercalée sur le faisceau transmis ; la photopile envisagée a été étalonnée, dans le domaine des puissances où elle travaille, par rapport à un système de mesure de puissance linéaire (Mesureur de puissance) (figure 61). Les courbes d'étalonnage sont données par la figure 62. Ceci nous permet d'affirmer que la chaîne de mesure utilisée est linéaire, et ne nécessite pas de corrections dans la zone d'utilisation.

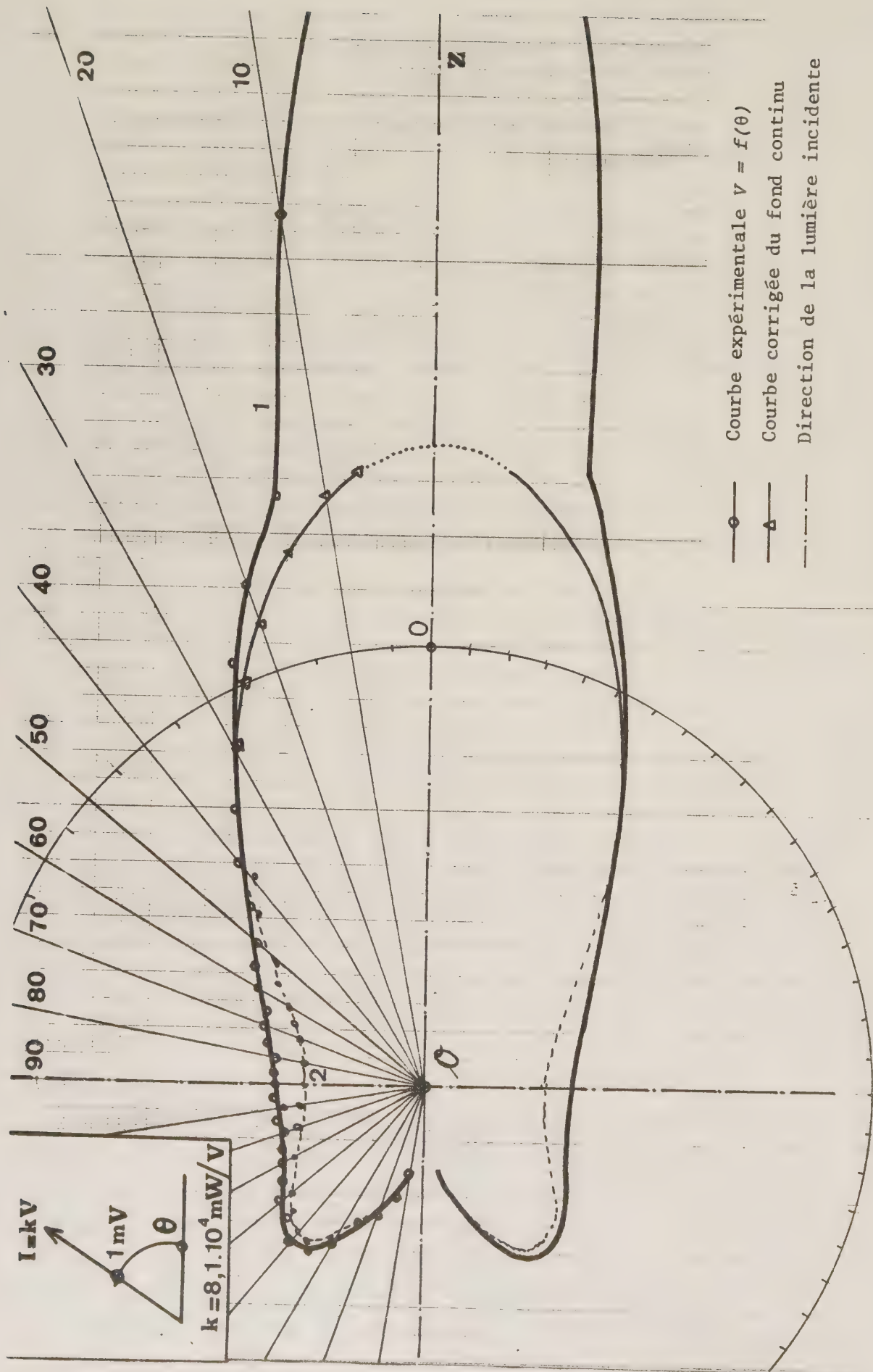


Figure 63 : Indicatrice de diffusion

1) $I_{\perp} = f(\theta)$ —

2) $I_{\parallel} = f(\theta)$ - - -

II - 2 - 2. Mesures effectuées

Là encore nous ne saurions nous consacrer à l'étude de la granulométrie du nuage diffusant à l'aide des méthodes classiques (41 à 67) dans ce domaine. De telles mesures nécessitent une parfaite connaissance de la nature des particules diffusantes, et font appel à tous les raffinements de l'appareillage usuel en anémométrie Doppler (36) (37) (64) Dans notre cas, la concentration de particules est en fait trop instable pour que des mesures précises puissent être envisagées (turbulences fortes, vibrations, dispersions... etc.)

L'intérêt des mesures effectuées réside dans la recherche d'un ordre de grandeur, montrant la possibilité d'utilisation de traceurs naturels, fréquemment rencontrés dans les écoulements supersoniques, pour visualiser certains phénomènes. Il est certain qu'il est ici impossible d'obtenir les lobes classiques de l'indicatrice de diffusion, mais plutôt un lissage de celle-ci, pour les deux composantes du champ, dû aux imperfections du montage d'une part, et à la dispersion de taille de l'autre.

Les résultats sont représentés figure 63 ; leur comparaison avec des figures classiques de l'indicatrice de diffusion pour des indices voisins de 1,33 ($n \in [1,2 ; 1,4]$) (68) laisse présager de la valeur du paramètre

$$q = \frac{2\pi a}{\lambda} = 2\alpha (m-1)$$

(a = rayon des particules, α = polarisabilité, m = indice de réfraction) dans le domaine $q \in [5, 15]$, ce qui donne des particules dont le diamètre est centré sur la valeur $1 \mu m$ ($q = 12$).

En réalité, la zone de mesure envisagée est ici une zone turbulente de bord, où l'addition des intensités ne peut être mise en doute ; mais par contre, il faut noter que la turbulence influe sur le niveau de diffusion, perturbant fortement les mesures ; les résultats annoncés ici ne peuvent donc être qu'une limite supérieure.

Nous pouvons affirmer qu'en un point, la tension V de l'ensemble est proportionnelle à la puissance reçue par la fibre.

$$V = K P = \int_S I_S dS \neq K I_S s'$$

La surface s' de la fibre étant en réalité très petite (50 μ m de diamètre) et sachant que :

$$I_S = N I_0 \frac{\sigma_D}{R_0^2}$$

nous pouvons écrire :

$$V = K N I_0 \frac{\sigma_D}{R_0^2} s' = K N I_0 \frac{|\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2}{R_0^2} s'$$

En toute rigueur, nous devons écrire :

$$V = K I_0 \cdot \frac{\langle N |\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2 \rangle}{R_0^2} \cdot s'$$

Le nombre N étant soumis à des fluctuations faibles, nous pouvons dire que :

$$V = K \frac{I_0 N}{R_0^2} s' \langle |\underline{f}(\underline{o}, \underline{i})|^2 \rangle = K \frac{I_0 N}{R_0^2} s' \langle \sigma_D \rangle$$

Il est impossible de tirer de cette seule mesure une valeur de la concentration ou de la taille des particules, V dépendant en fait du produit des deux.

Toutefois, il est possible de comparer les valeurs trouvées ici aux "mesures" d'absorption ; en effet, nous pouvons écrire

$$\langle \sigma_t \rangle = \langle \int_{R_3} \sigma_D d\Omega \rangle = \int_{R_3} \langle \sigma_D \rangle d\Omega$$

(en négligeant l'absorption)

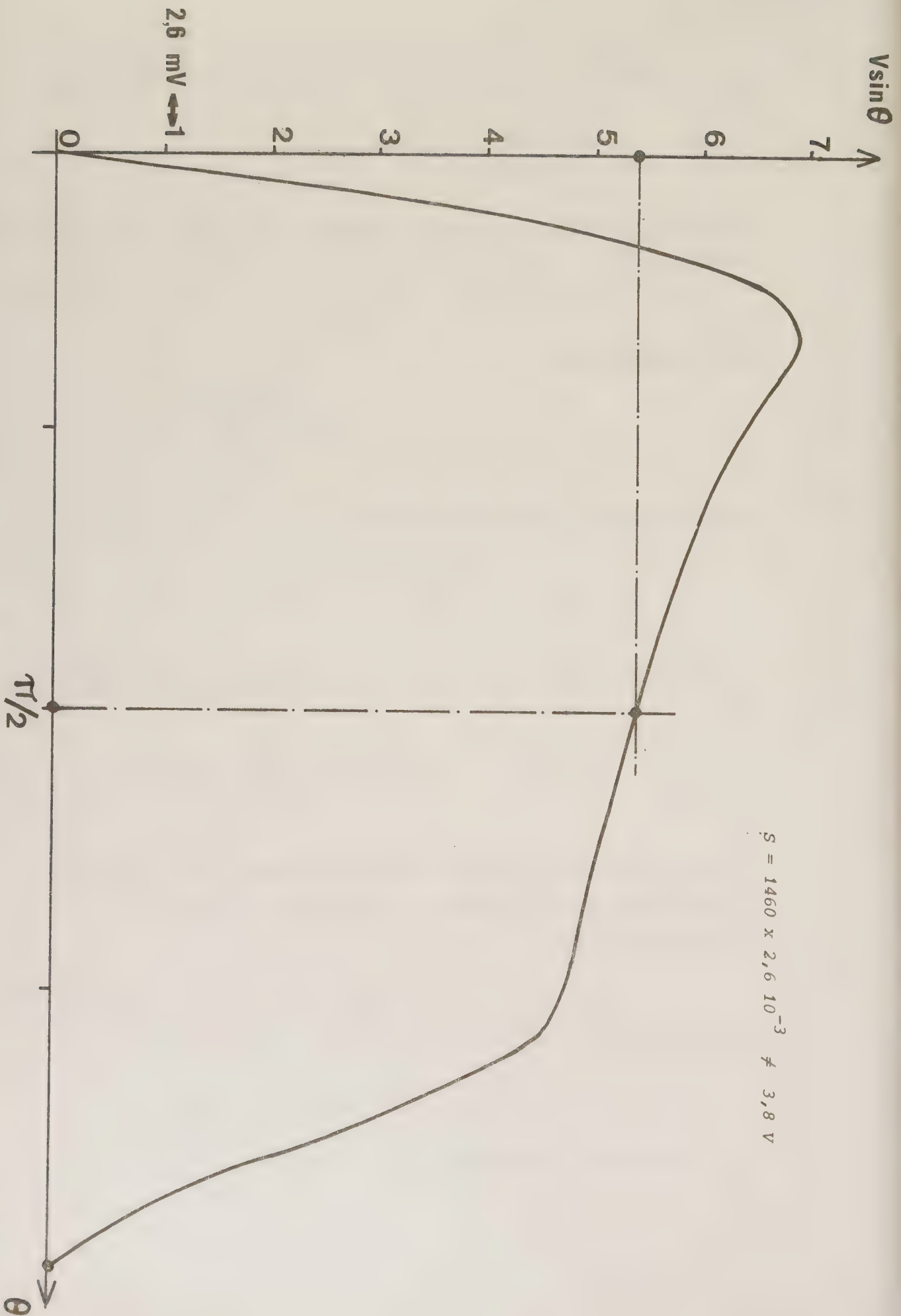


Figure 64

L'ensemble étant de révolution, autour de l'axe constitué par le pinceau laser, on peut écrire que $\sigma_D(\theta)$ ne dépend pas de ϕ , soit :

$$\langle \sigma_t \rangle = 2\pi \int_0^\pi \langle \sigma_D \rangle \sin \theta \, d\theta = \frac{R_0^2}{K I_0 N s'} 2\pi \int_0^\pi V \sin \theta \, d\theta$$

si l'on développe $N = \rho l s$ (l, s = dimensions du volume diffusant conjugué)

$$\langle \sigma_t \rangle = \frac{2\pi R_0^2}{K I_0 \rho l s s'} \int_0^\pi V \sin \theta \, d\theta = \frac{2\pi R_0^2}{K \rho P_0 l s'} \int_0^\pi V \sin \theta \, d\theta$$

P_0 étant la puissance totale transportée par le faisceau sur une plage uniforme ($P_0 = I_0 s$).

La figure 64 donne la courbe $(\sigma_D \sin \theta) = f(\theta)$ pour $\theta \in [0, \pi]$ ainsi que la surface comprise entre la courbe et l'axe θ , calculée par la méthode des trapèzes :

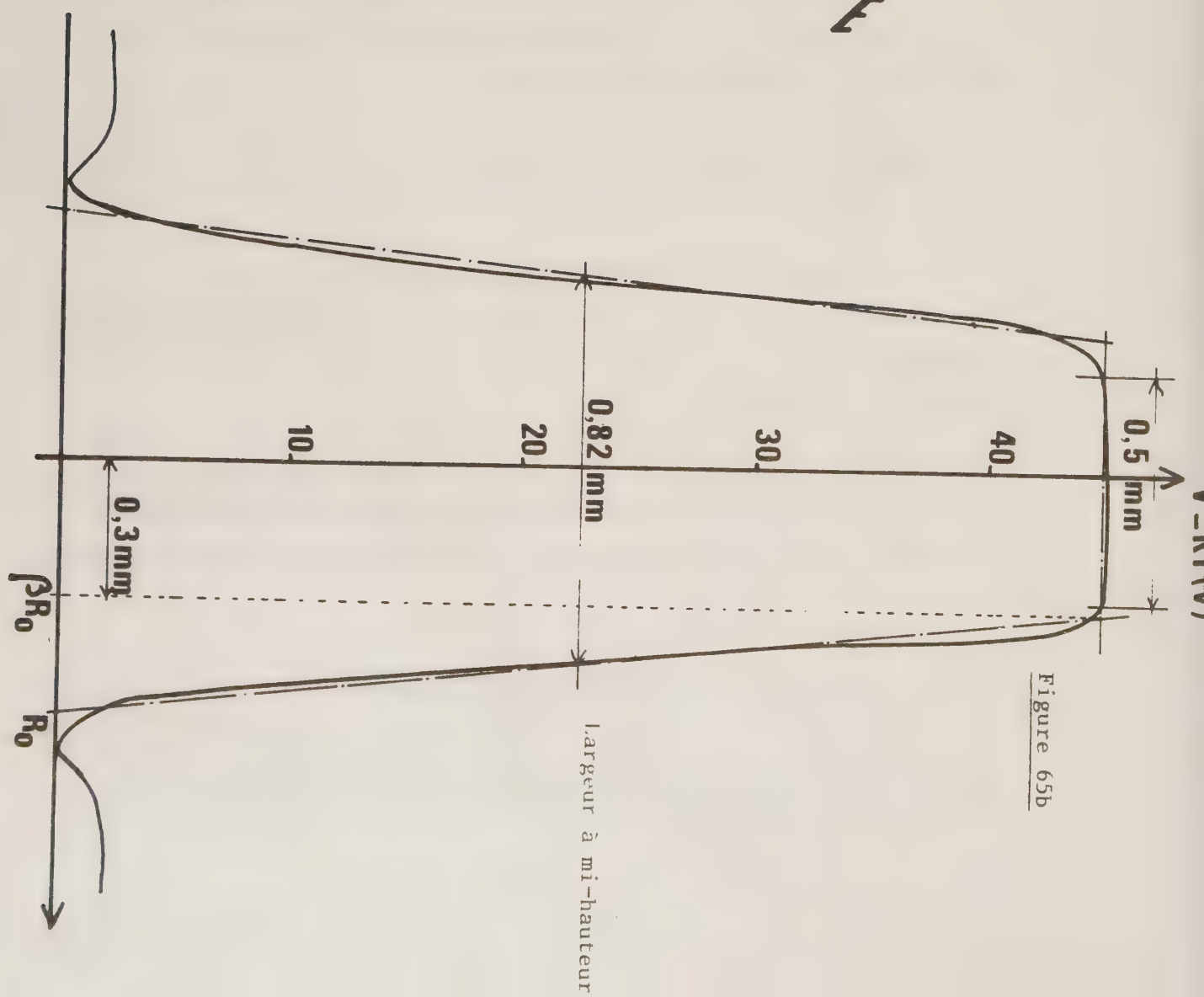
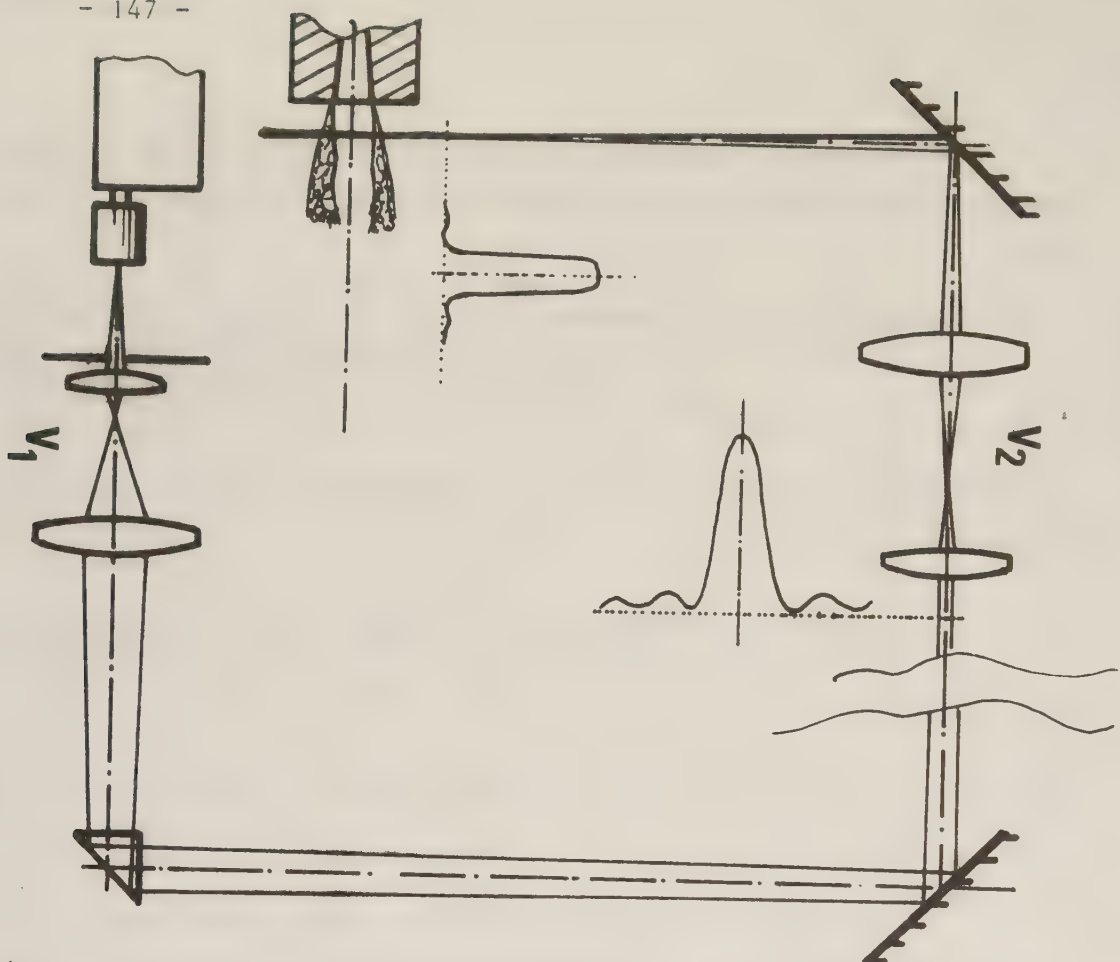
$$S = \int_a^b f(x) \, dx = h \left[\frac{f(a)}{2} + f(a+h) + \dots + f(a+(n-1)h) + \frac{f(b)}{2} \right]$$

Nous avons vu dans la première partie que $\gamma = \rho \sigma_t L$. Là encore, les calculs ont été effectués pour un ensemble de sphères identiques, et l'on est amené à prendre des valeurs moyennes tenant compte des dispersions de taille et des fluctuations, soit $\gamma = \rho \langle \sigma_t \rangle L$ en négligeant les fluctuations de ρ au cours de la mesure. Il est, ici aussi, impossible d'atteindre séparément ρ ou γ_t c'est-à-dire la taille; nous nous contenterons donc de vérifier que nos mesures sont compatibles compte tenu des approximations effectuées.

II - 2 - 3. Evaluation de la valeur de K

Dans ce type de mesure, nous avons été amenés à réaliser un pinceau lumineux d'éclairement sensiblement uniforme, afin de pouvoir

Figure 65a



appliquer les relations préalablement citées. Pour ce faire, nous avons opéré une focalisation à grande distance, à l'aide d'une double transformation de Fourier (figure 65a). Le premier "Véhicule" V_1 donne une image à 7m environ ; en première approximation, on peut dire qu'il donne à l'infini la transformée de Fourier de la fonction d'entrée (Gaussienne modulée par une fonction de Bessel). Le deuxième "Véhicule" réalise une seconde transformation de Fourier et régénère la fonction trou initiale. Les résultats analysés à l'aide du système photométrique à fibre, sont donnés dans la figure 65b.

La structure de la figure obtenue peut être approchée avec une excellente approximation par une fonction trapézoïdale. Si l'on appelle I_0 l'intensité uniforme dans le disque central de rayon βR , R étant le rayon complet de la tache, cette intensité décroît suivant la fonction.

$$I = I_0 \frac{(r - R)}{(\beta - 1) R}$$

et la puissance totale s'écrit :

$$P = \pi (\beta R)^2 I_0 + \frac{I_0}{(\beta - 1) R} \int_{\beta R}^R (r - R) 2\pi r dr$$

soit

$$P = \pi \frac{I_0 R^2}{3} (1 + \beta + \beta^2)$$

la puissance mesurée donne $P = 165 \text{ mW}$ pour $R = 0,55 \text{ mm}$,
 $\beta = 0,545$, $I_0 = 2,83 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2$, $V_0 = 45 \text{ V}$ et une fibre de diamètre $\emptyset = 50 \text{ } \mu\text{m}$. La puissance reçue par la fibre est dans ce cas :
 $P_0 = I_0 S = (\pi d^2/4) I_0$ soit $p = 5,56 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ et $K = (45/5,56) \cdot 10^4$
 $= 8,1 \cdot 10^4 \text{ V/W}$.

II - 2 - 4. Estimation de la concentration et de la taille

Comme nous venons de le dire, en toute rigueur, il est impossible de tirer des renseignements précis de ce type de mesure.

Notons par ailleurs que tel n'est pas notre but ; il s'agit plutôt de vérifier si nous sommes bien dans les conditions requises pour notre théorie et les visualisations recherchées. Il n'est pas question de "granulométrie" d'aérosols ou d'étude de dispersion de taille (42) (47) mais plutôt de recherche d'un ordre de grandeur.

Afin de tirer quelque information des courbes et valeurs précédentes, il est indispensable de connaître une valeur approchée de la taille des particules. La valeur communément admise pour des fumées de tabac (utilisées dans nos expériences) ou des gouttelettes d'eau ou d'huile est de l'ordre de (0,5 μm à 1 μm) pour le rayon. Quoiqu'il en soit nous pouvons déduire des valeurs de γ et σ_s une évaluation de la concentration des particules.

Pour des diamètres de l'ordre du micromètre, $\sigma_t = 7.10^{-12} m^2$ (jusqu'à 2 μm). Sachant que dans les mesures d'absorption, $\gamma = 1\%$,
 $\gamma = \rho \sigma_t L$ avec $L = 2.10^{-2} m$
 $\rho \approx 8.10^{10}$ particules par m^3 .

Si C_v est la concentration volumique

$$C_v = \rho \frac{4}{3} \pi a^3 = 3,4.10^{-7}$$

le calcul de $\int_0^\pi V \sin \theta d\theta$ donne une valeur de 3,8 Volts

Nous pouvons déduire :

$$\rho = \frac{2\pi R_o^2}{K P_o l s'} \cdot \frac{1}{\langle \sigma_t \rangle} \int_0^\pi V \sin \theta d\theta$$

Avec $P_o = 165 mW$, $l = 20 mm$, nous avons un grandissement de 10 au niveau de la fibre, soit $s' \approx 2.10^{-7}$ et $R_o = 2mm$

D'où $\rho \approx 2,5.10^{11}$ ce qui est un ordre de grandeur comparable au précédent.

Remarque : Dans les deux cas, nous nous sommes placés dans des conditions particulièrement défavorables. En effet, nous avons analysé des phénomènes situés dans des zones violemment turbulentes, en queue de jet, très loin

des conditions habituelles de travail. Si nous remarquons que dans les conditions normales, les mesures ne sont pas réalisables en photométrie directe, nous pouvons donc sans risques affirmer que les concentrations observées sont considérablement plus faibles; or, les limites admises pour les concentrations volumiques, pour que l'on puisse appliquer l'additivité statistique des intensités, sont de l'ordre de $C_V = 10^{-9}$. Compte tenu des intensités lumineuses mises en jeu, ceci correspondrait à un flux lumineux visible à l'oeil nu, dont la sensibilité est de l'ordre de $1,6 \cdot 10^{-16}$ W en flux énergétique. Or, dans les conditions habituelles, la structure interne du jet apparaît à peine décelable, même par addition de fumées, alors que la zone de mélange semble fournir des concentrations inhabituelles. Cette discontinuité franche ne peut pas s'expliquer par un simple profil de vitesses. Nous vérifions a posteriori nos hypothèses de travail.

II - 2 - 5. Variation de la lumière diffusée en fonction de λ

Nous avons vu dans la théorie de Mie que la variation $I(\lambda)$ est en réalité une fonction complexe qui est fortement influencée par la taille des particules (48) (57) (59) (63). Toutefois, aux dimensions très faibles, les variations $I(\lambda)$ sont de la forme $I = A/\lambda^4$ (diffusion de type Rayleigh, ou Rayleigh-Gans, ou Debye). Pour atteindre cette loi, seules les molécules ont une taille suffisamment faible (sauf écart très faible entre les indices des milieux, ce qui n'est pas notre cas). Mais on tend en fait asymptotiquement vers cette loi, et les variations $I(\lambda)$ peuvent demeurer en quelque sorte un test précis, surtout si l'on connaît la nature des diffuseurs. Dans notre cas, les mesures effectuées ne sauraient être considérées comme telles; toutefois, elles fournissent les valeurs

$$\frac{I_{\lambda 1}}{I_{\lambda 2}} = \left(\frac{5145}{4888}\right)^\alpha \quad \text{où } \alpha = 6,5$$

Il est certain que nous ne sommes pas en présence de diffusion du type Rayleigh, mais la valeur trouvée pour α est suffisamment proche de 4 pour nous laisser penser à des particules de taille de l'ordre de λ .

II - 3. QUELQUES DETAILS TECHNOLOGIQUES SUR LES SYSTEMES ETUDIES.
ORDRES DE GRANDEUR PREVISIBLES SUR LES PHENOMENES DE
DIFFUSION. DISCUSSION.

II - 3 - 1. Ecoulements supersoniques

Ils sont en fait de deux sortes différentes : le premier type a trait à des écoulements internes, en vue de l'amélioration des performances d'éjecteurs supersoniques ; le deuxième type est constitué de jets libres à la pression atmosphérique.

La première catégorie énoncée concerne des écoulements dans des systèmes particuliers mal connus, et qui font l'objet de recherches de la part des aérodynamiciens. Les systèmes envisagés sont des combinaisons de cylindres et de cones tronqués de faible diamètre, dont l'intérieur, même transparent est inaccessible aux méthodes classiques de visualisations en raison de l'épaisseur des dioptres rencontrés, ou, à cause des nombres de Reynolds et des vitesses très élevés. L'étude de ces écoulements extrêmement complexes nécessite une visualisation des structures de choc internes ; le problème est à l'heure actuelle entièrement résolu, et une partie des résultats fait l'objet des références (14) (38) (39).

La deuxième catégorie concerne au contraire des écoulements relativement bien connus, la méthode mise au point pour un système très particulier méritait en effet d'être testée sur un écoulement pouvant servir de référence, afin que nous puissions déborder le cadre initialement prévu et en démontrer ainsi la généralité ; il nous fallait donc un ensemble qui soit contrôlable à l'aide d'une technique rodée de longue date et qui ne souffre d'aucune critique de la part des aérodynamiciens.

Toutefois, nos modestes moyens ne nous permettaient pas d'aborder une modification radicale de notre installation en vue de réaliser une soufflerie, équipée de hublots de qualité strioscopique bordant une veine uniforme, et, raisonnablement, il faut avouer que le "jeu n'en valait pas la chandelle." Nous avons alors préféré nous orienter

— — — — — ligne fluide

↖ ↗ faisceau de détente

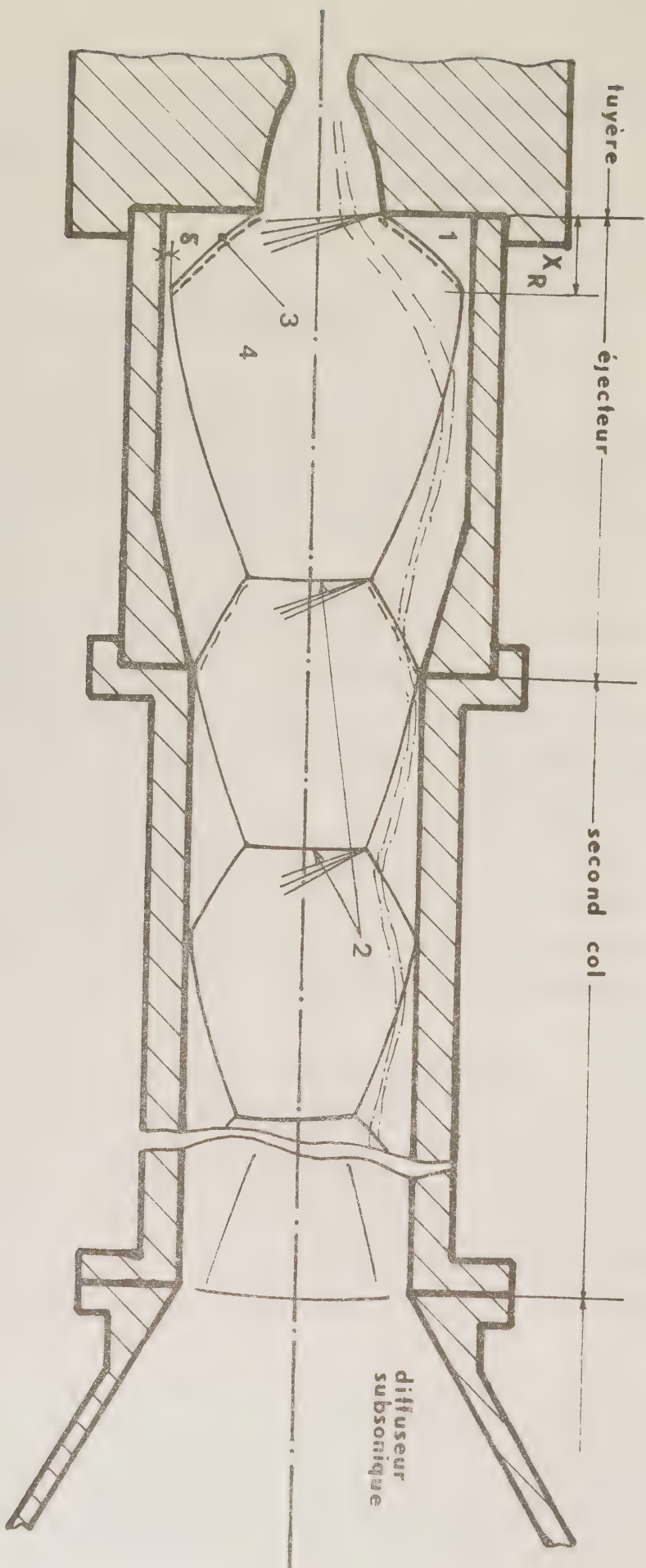


Figure 66 : Mécanisme de recompression du jet (schéma de principe)

- 1 - Zone de culot
- 2 - Disque de Mach
- 3 - Ligne de jet
- 4 - Chocs courbes
- 5 - Onde choc de séparation des régimes supersoniques et subsoniques

X_R = distance de recollement - δ : couche limite

vers l'obtention de jets libres à la pression atmosphérique assez bien connus mais présentant malgré tout un intérêt non négligeable sur le plan de l'étude ; en effet, leur structure tridimensionnelle rend difficile l'exploitation des visualisations classiques obtenues (ombroscopie, strioscopie...), mais celles ci demeurent malgré tout incontestables ; enfin, l'absence de hublots de haute qualité et la facilité relative de réalisation de tels jets aisément adaptables à notre soufflerie nous sont apparus comme déterminants dans notre choix. C'est cet ordre chronologique que nous avons respecté dans notre présentation.

a) Description de l'écoulement interne étudié

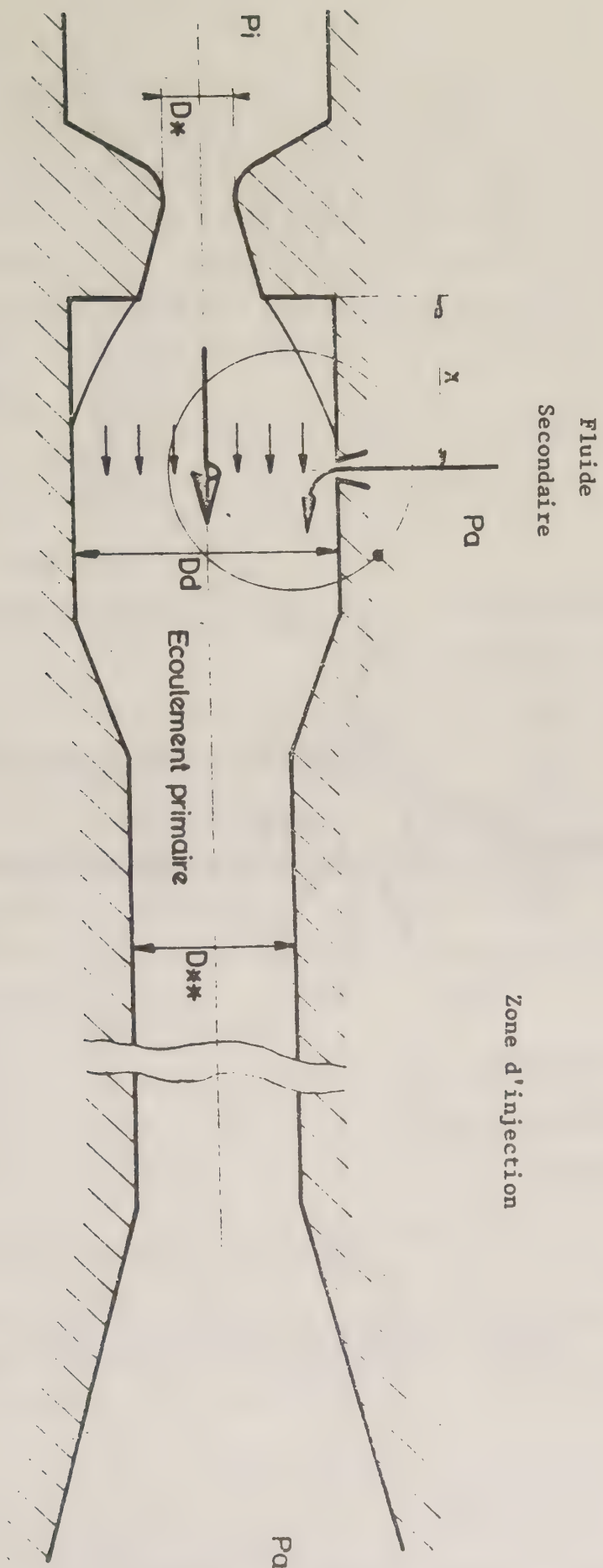
a1 - Constitution d'un éjecteur supersonique

Un éjecteur à second col utilisé en aval d'une tuyère comprend un diffuseur primaire supersonique, un second col cylindrique long et un diffuseur supersonique cône. La recompression de l'écoulement s'effectue par un système d'ondes de choc schématisé sur la figure 66.

Le jet supersonique détendu en sortie de tuyère vient recoller à la paroi du diffuseur par l'intermédiaire de la couche limite d'épaisseur δ . La distance x_R du plan de sortie de tuyère au point de recollement est appelée distance de recollement ; l'écoulement est recomprimé par un ensemble de chocs courbes qui se raccordent sur un disque de Mach (surface sur laquelle le nombre de Mach $M = 1$), puis est à nouveau détendu et recomprimé plusieurs fois par un processus analogue avant de devenir subsonique à travers un choc intense à l'extrémité du second col .

Une faible injection de fluide, réalisée perpendiculairement à la paroi du diffuseur primaire, et juste à l'aval de la zone de recollement du jet libre, constitue un moyen efficace et simple pour améliorer ou rendre possible l'amorçage du régime supersonique.

Figure 67 : Dispositif avec injection pariétale



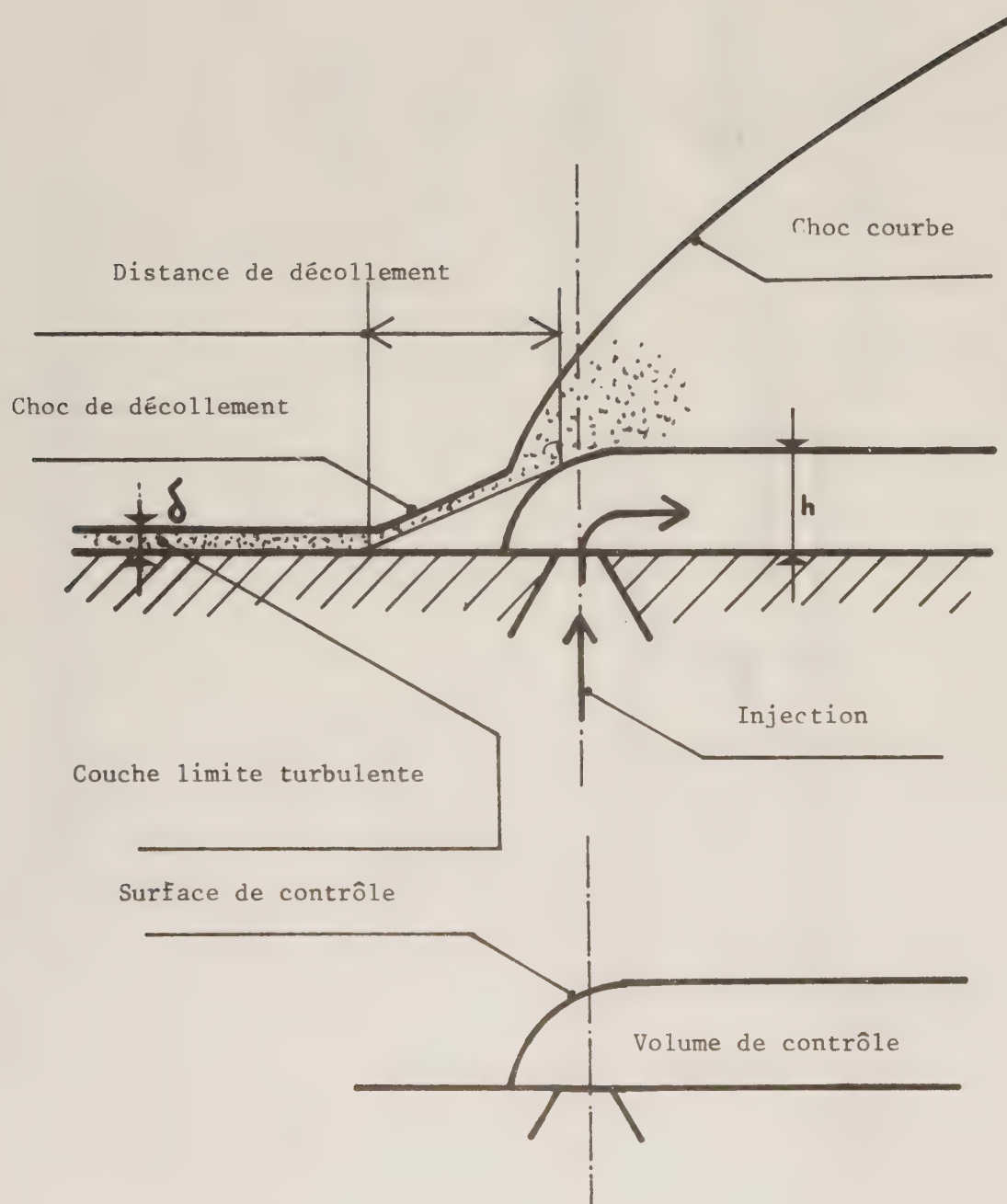


Figure 68 : Modèle simplifié de la référence (18)

Le mécanisme de fonctionnement est schématisé sur la figure 67.

L'action du jet transversal s'apparente à celle d'un obstacle matériel de hauteur h , placé à l'intérieur de l'écoulement principal [(13) (14) (15) (16) (17) (18)] et les meilleurs résultats sont obtenus lorsque le diamètre d_j de l'injecteur est suffisamment grand pour que le rapport h/δ soit bien supérieur à l'unité, mais cependant limité pour que le débit secondaire reste faible.

Ces remarques ont conduit E.E. ZUKOSKI et F.W. SPAID à proposer le modèle analytique simplifié représenté sur la figure 68 dans le cas d'un écoulement amont plan (18).

a2 - Choix d'un modèle simplifié

Etant donné la complexité du problème, il est indispensable de le scinder en deux parties distinctes. Tout d'abord, l'étude d'un écoulement tel qu'il peut être rencontré en sortie de tuyère d'un éjecteur à second col optimisé, situé au voisinage des limites de fonctionnement, c'est-à-dire présentant un rapport d'expansion du jet A_d/A_* élevé (figure 71). Nous avons en conséquence limité le système à la partie cylindrique du diffuseur primaire directement influencée par le jet secondaire.

La plupart des essais sont réalisés à l'aide du modèle expérimental de la figure 69 constitué d'une tuyère coquetier, de diamètre au col $D_* = 10 \text{ mm}$, et présentant un nombre de Mach d'extrémité $M_e = 3$. Un éjecteur cylindrique transparent en altuglass de diamètre intérieur $D_d = 50 \text{ mm}$ et de longueur L_d telle que $L_d/D_d = 2,6$, est placé à la sortie de cette tuyère. L'injection est réalisée par un orifice cylindrique de diamètre $d_j = 3 \text{ mm}$, percé à travers la paroi du diffuseur. L'axe de l'orifice est perpendiculaire à la direction moyenne de l'écoulement, et sa distance au plan de sortie de tuyère est $x_j = 15 \text{ mm}$.

Pour les deux écoulements, le fluide est de l'air à la température ambiante, et la pression génératrice de l'écoulement primaire P_i est réglable, la pression de sortie du modèle étant égale à la pression

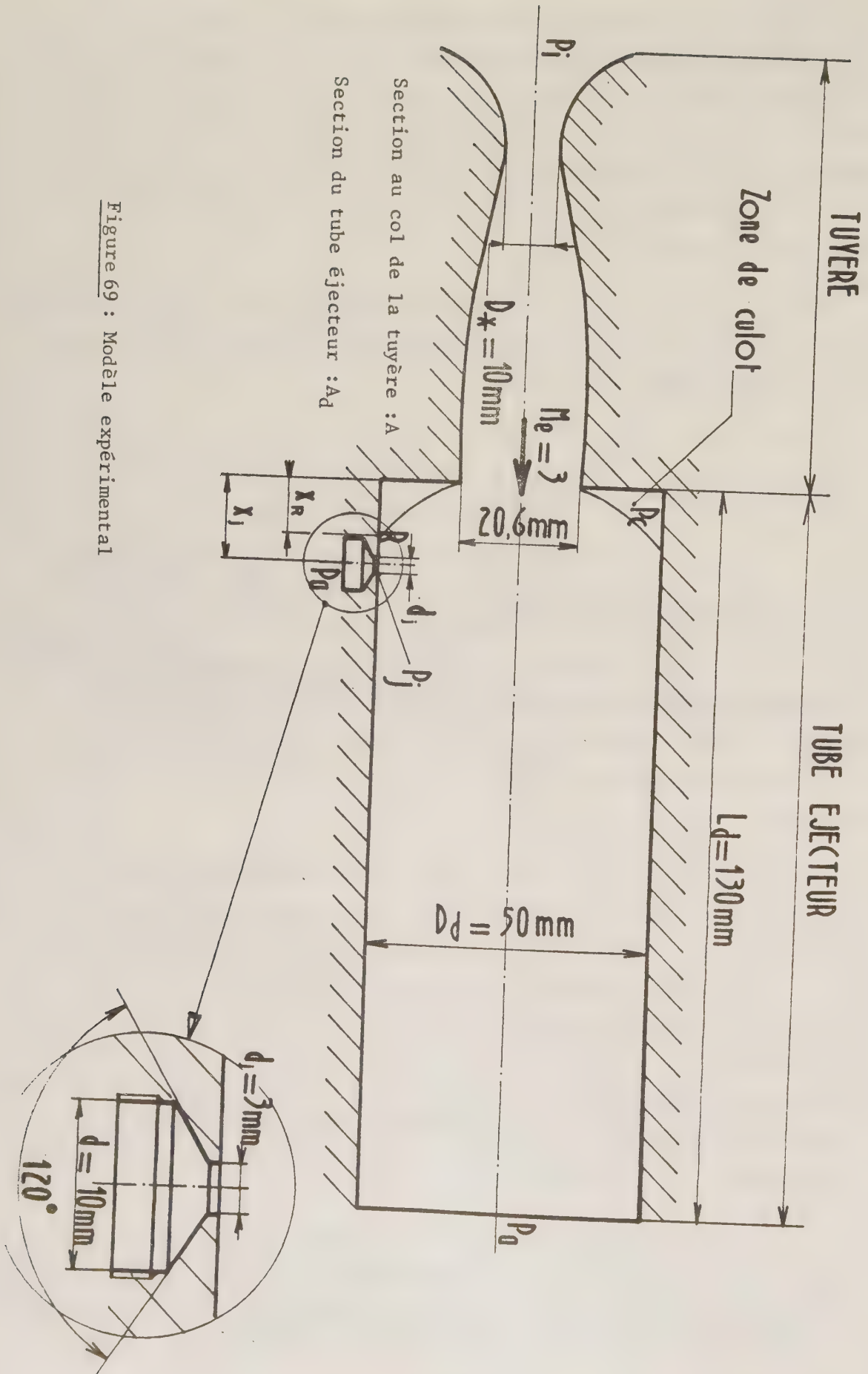


Figure 69 : Modèle expérimental

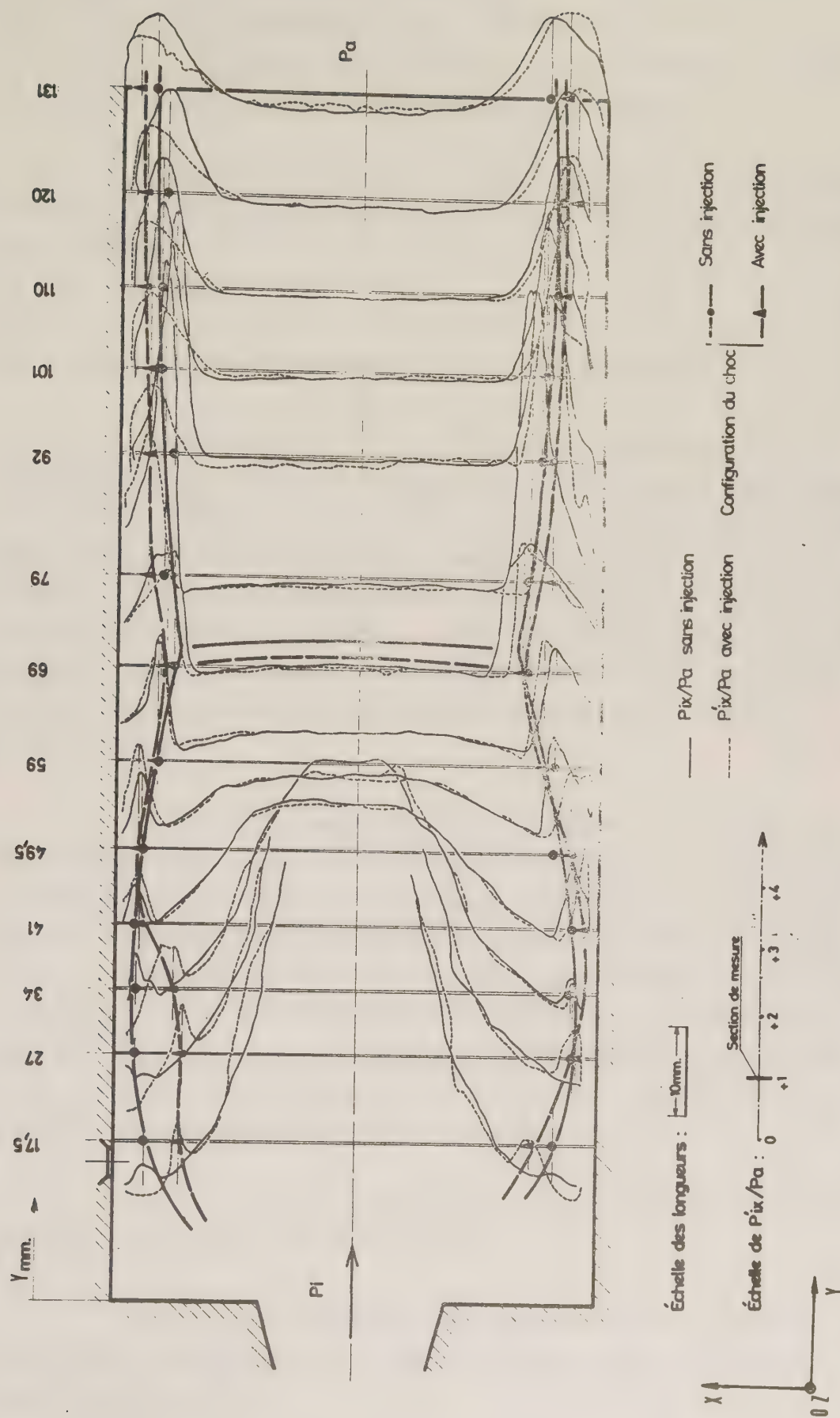


Figure 70 : Pressions d'arrêt P'_{ix}/P_a dans un plan diamétral contenant l'injecteur
A $P_i/P_a = 31,8$

atmosphérique P_a . La pression génératrice de l'écoulement secondaire est la pression atmosphérique P_a ; P_j est la pression statique à l'intérieur du diffuseur primaire au niveau de l'éjecteur. Le rapport P_a/P_j est caractéristique de l'écoulement secondaire.

Notons toutefois que la forme cylindrique du diffuseur primaire n'est pas restrictive, et que plusieurs types de configurations peuvent être testées.

a3 - Exploration de l'écoulement par sondage de pression

Nous présentons ici les résultats obtenus par les aérodynamiciens à l'aide de sondages de pression dans un plan diamétral de la veine. Etablis à grand peine à cause des innombrables problèmes rencontrés (interaction de sonde avec le jet, les couches limites, les parois ; vibrations intenses des sondes dans les parties à forte vitesse et turbulence rupture de sonde... etc); ces sondages manquent encore de précision, une visualisation des positions des chocs et des formes de corps équivalentes en injection étant fortement souhaitable et complémentaire.

La figure 70 représente, pour différentes sections, une exploration des pressions d'arrêt P_{ix} en projection sur une direction parallèle à l'axe moyen de l'écoulement. La position du choc, dans une section déterminée, est obtenue par projection du sommet de la courbe P_{ix}/P_a sur la section de mesure. La trace du choc dans le plan de mesure est obtenue en reliant les différentes projections. Le sondage de pression fait par contre apparaître le choc réfléchi qui est issu du point de rencontre du disque de Mach et du choc incident. Le choc réfléchi s'étale jusqu'en sortie du tube éjecteur.

On note qu'en présence d'une injection secondaire, le choc réfléchi se rapproche des parois du tube.

La figure 71 représente une exploration des pressions statiques P obtenue avec des conditions d'expériences identiques à celles de la figure 70.

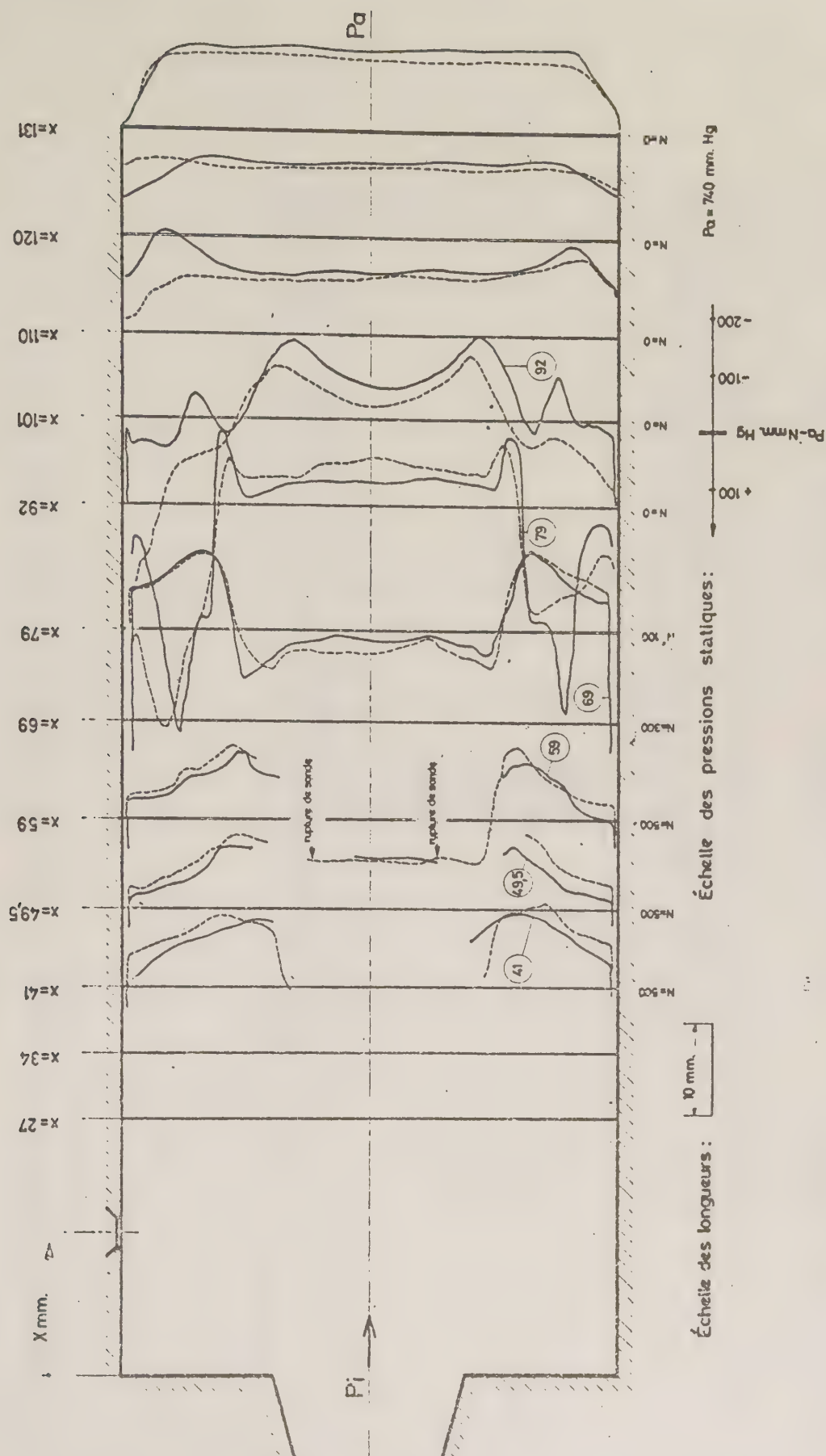
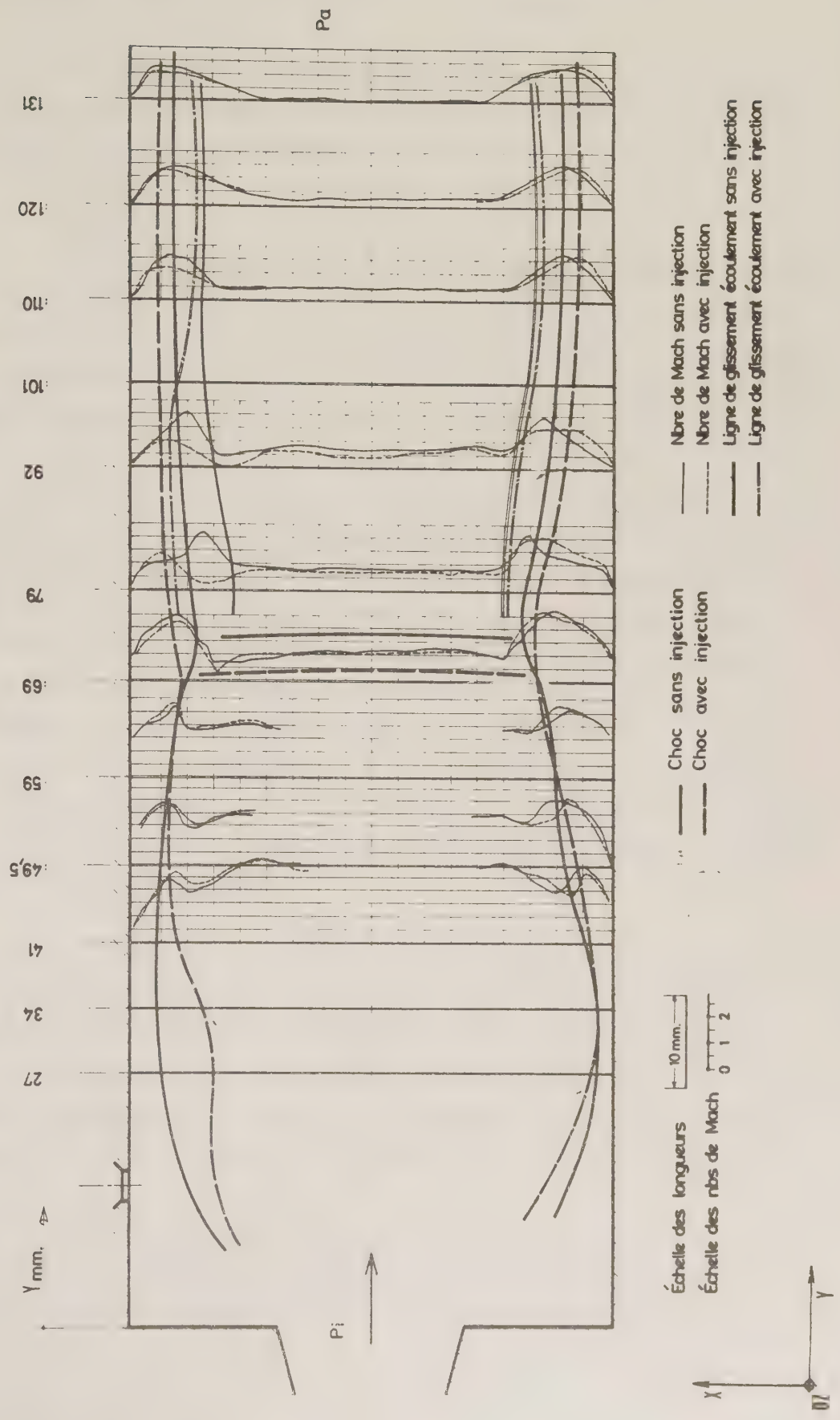


Figure 71 : Pressions statiques P_a dans un plan diamétral contenant l'injecteur

A $P_i/P_a = 31,8$

Figure 72 : Description comparée de l'écoulement dans un plan diamétral contenant l'injecteur A $P_i/P_a = 31,8$



Pour des raisons pratiques d'expérimentation, les sondages n'ont pu être réalisés à l'amont de la section $x = 41 \text{ mm}$, et plus particulièrement dans la zone centrale de l'écoulement.

Les relevés de pression P_{ix}/P_a et P_i/P_a conduisent à une connaissance plus approfondie de l'écoulement et notamment permettent une détermination des nombres de Mach dans les sections de mesure (figure 72).

La figure 72 permet une description comparée des écoulements avec et sans injection. Un examen d'ensemble montre qu'une injection secondaire à faible débit ne modifie pas fondamentalement l'écoulement, sauf au voisinage direct de l'injection. Il est donc possible d'émettre certaines observations communes à l'écoulement avec et sans injection.

- A l'amont du disque de Mach, et pour une zone définie entre les sections $x = 41 \text{ mm}$ et $x = 69 \text{ mm}$, on constate que dans une section déterminée, l'écoulement supersonique est ralenti à proximité de la paroi par le choc incident, puis s'accélère et atteint une vitesse sensiblement uniforme dans le noyau central. Par ailleurs, l'examen du nombre de Mach, dans les différentes sections considérées, montre que l'écoulement est progressivement ralenti en se rapprochant du disque de Mach. Pour la section correspondant à $x = 69 \text{ mm}$ qui se trouve située juste à l'aval du disque, on constate que l'écoulement est brusquement ralenti dans le noyau central, son nombre de Mach n'étant que très faiblement supérieur à l'unité.

- A l'aval du disque de Mach, l'écoulement est fortement modifié : il est constitué au voisinage des parois du tube éjecteur, d'un écoulement supersonique avec présence interne du choc réfléchi. Au centre, l'écoulement est subsonique. La limite entre ces deux écoulements correspond à la ligne de glissement. Ces deux écoulements sont ralentis progressivement en se rapprochant de la sortie du tube.

La comparaison des écoulements avec et sans injection (figure 72) met en évidence l'intervention propre de l'injection sur la structure interne du choc. On note, en présence de l'injection



secondaire, un accroissement de la section du disque de Mach et le recul de celui-ci, le choc réfléchi subissant simultanément un rapprochement de la paroi du tube éjecteur.

Consécutivement, l'injection provoque un étalement du noyau subsonique, particulièrement sensible dans la zone aval proche du disque de Mach.

En ce qui concerne l'intervention de l'injection sur la répartition des nombres de Mach locaux, on constate qu'elle apparaît plus directement dans la zone aval de l'écoulement où l'on note une réduction quasi générale de la valeur du nombre de Mach.

a4 - Conclusions et remarques

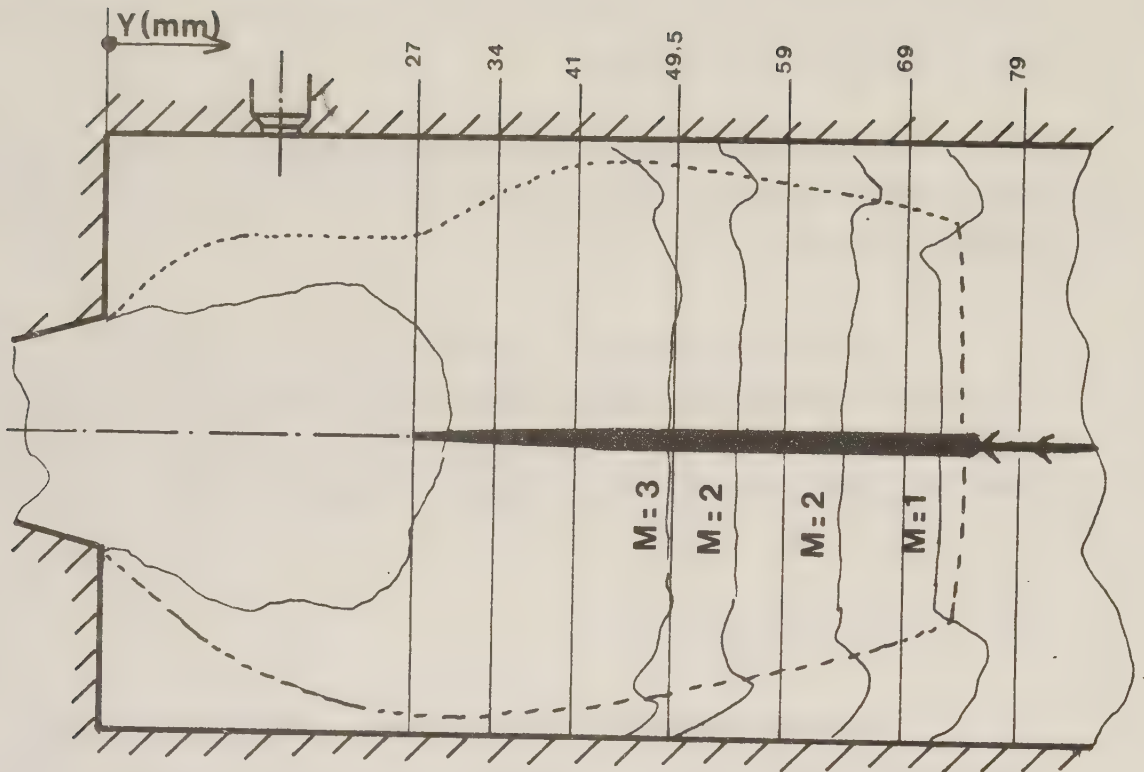
Les courbes de la figure 72 nous permettent toutefois d'effectuer deux calculs élémentaires approchés. En effet, à partir des tables d'écoulements isentropiques, on peut tirer les rapports (ρ/ρ_i) et (T/T_i) en fonction du nombre de Mach local (ρ_i, T_i : conditions génératrices ; ρ, T : conditions locales).

M	$\frac{\rho}{\rho_i}$	$\frac{T}{T_i}$	$T_{°K}$
3	0,07623	0,3571	- 172°
2	0,23005	0,5556	- 116°
1,4	0,43742	0,71839	- 70°
1,2	0,53114	0,77640	- 53°,27
1,16	0,55112	0,78795	- 50°
1	0,63394	0,83333	- 37°

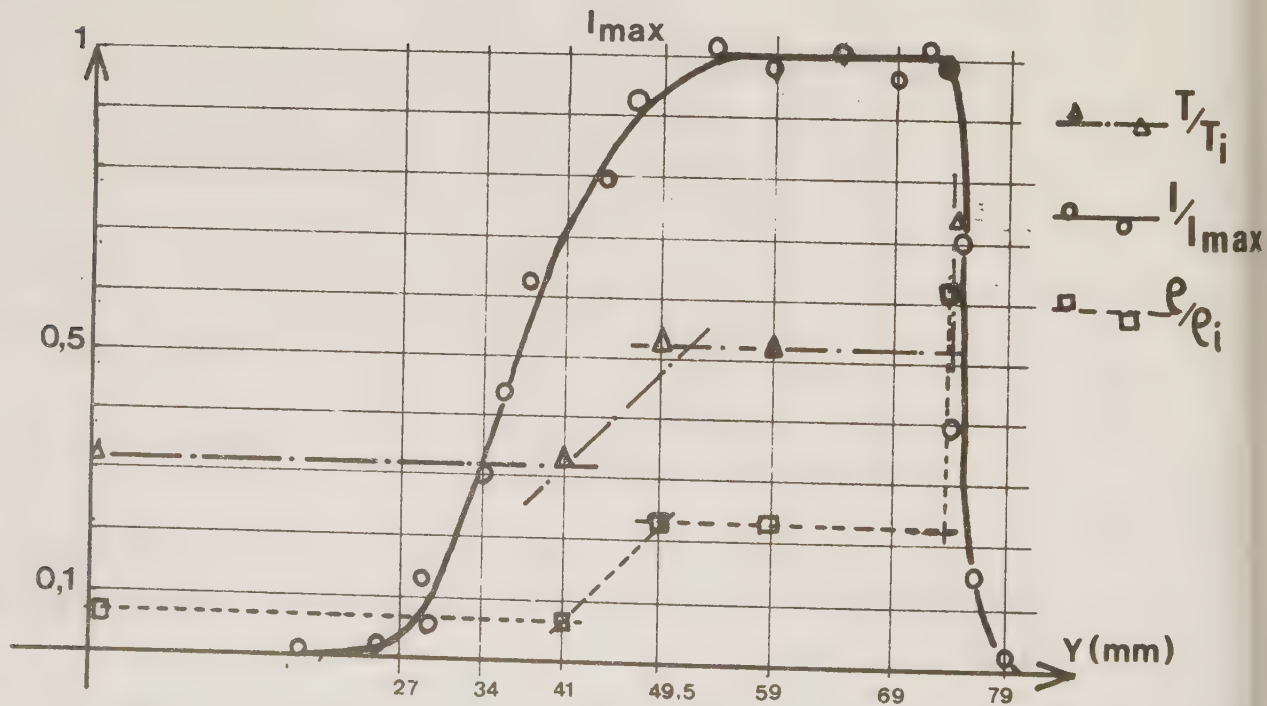
$$T_i = 283 \text{ °K}$$

Ceci nous permet d'affirmer que, quel que soit le degré d'assèchement de l'air, des traces de vapeur d'eau seront condensées dans un tel système.

Par ailleurs, dans le noyau central à $M = 3$ depuis le plan de sortie de tuyère, la masse volumique doit évoluer dans un rapport 0,07623 pour $M = 3$ à 0,63394 à $M = 1$ au niveau du disque de Mach,



Courbes tirées de la figure 72



Courbes expérimentales (T/T_i) , (ρ/ρ_i) et $(I/I_{\max})$ en fonction de la position pour $P_i = 30$ bars

Figure 73

soit un rapport $\rho_{M=3} = \rho_{M=1} \cdot 0,12$ ou $\rho_{M=3} = \frac{\rho_{M=1}}{8,3}$

Théoriquement, si la répartition de particules est homogène, on doit trouver ce même rapport en lumière diffuse. Les résultats obtenus (figure 73) montrent qu'il n'en est rien.

Par ailleurs, ils montrent qu'un niveau de diffusion dix fois plus faible est aisément décelable par le détecteur ; Or, même en photographie longuement posée, la zone centrale demeure sombre, mettant en évidence l'absence de diffusion dans cette zone.

Remarque 1 : Evaluation de la concentration limite décelable à l'oeil.

L'oeil humain est sensible à un flux de l'ordre de 1 lumen dans le domaine de longueurs d'onde utilisées ($\lambda = 5145 \text{ \AA}$). Ce flux correspond à un flux énergétique de l'ordre de $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ W}$; il équivaut à la puissance lumineuse émise par la source, et l'on peut écrire entre l' "intensité photométrique", "l'intensité lumineuse de l'onde" (flux du vecteur de Poynting) et le "flux énergétique" les relations:

$$\begin{array}{lcl} P(t) & = \int_S I_S dS & = \int_{\Omega} I_{ph} d\Omega \\ \text{Flux énergétique} & \text{Intensité diffusée} & \text{Intensité photométrique} \end{array}$$

avec

$$I_S = I_0 \frac{|\underline{f}(\underline{O}, \underline{i})|^2}{R_0^2} = I_0 \frac{\sigma_d}{R_0^2} \quad \text{pour une particule}$$

à savoir

$$P(t) = I_0 \int \frac{\sigma_d dS}{R_0^2} = I_0 \int \sigma_d d\Omega = I_0 \sigma_t$$

Pour une concentration volumique ρ et un volume diffusant V , on peut écrire :

$$P_s(t) = I_0 \sigma_t \rho V = P_\ell(t)$$

Connaissant la valeur limite $P_{\ell}(t)$ visible, on peut en déduire la valeur de ρ , si l'on connaît V , σ_t et I_0 . Donc, pour un faisceau focalisé sur une section de 1mm^2 de puissance totale 400 mW :

$$I_0 = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 4 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2$$

Si l'on ramène V à 1mm^3 , on obtient alors, pour des gouttes de $0,2\mu\text{m}$ de diamètre $\sigma_t = 1,26 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$

$$\begin{aligned} \text{et } \rho &= \frac{P_{\ell}(t)}{I_0 \sigma_t} \\ &= \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^5 \times 1,26 \cdot 10^{-13}} = \frac{0,4}{1,26} = 3,2 \cdot 10^4 \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

Nous tombons très en dessous de la limite de validité de l'addition statistique des valeurs de σ_t .

Remarque 2 : Compte tenu des mesures effectuées au préalable dans l'analyse des sections efficaces de diffusion, il est clair qu'une concentration dix fois plus faible est parfaitement décelable à l'oeil en théorie. Par contre, nous nous trouvons dans la zone où l'additivité des intensités n'est pas applicable, ce qui est un argument en faveur de nos hypothèses préalables, le jet en sortie de tuyère étant là aussi relativement ordonné.

Remarque 3 : La densité d'énergie mise en jeu montre donc que des traces de vapeur d'eau condensant dans le système et passant inaperçues aux mesures les plus fines (absence de choc de condensation classique) sont toutefois visibles dans les zones turbulentes ; ceci explique également l'existence de "chocs de condensation" invisibles en lumière d'intensité trop faible : une source normale étant considérablement moins intense qu'un pinceau laser focalisé, la concentration de gouttelettes nécessaire pour rendre celles ci visibles deviendrait trop importante et gênante pour les mesures aérodynamiques, constituant alors le "choc de condensation" bien connu des aérodynamiciens.



Ces observations lèvent en fait les critiques possibles liées à la présence d'un "choc de condensation" et peuvent en réalité servir de test à la présence d'un tel choc ; en effet, l'absence de diffusion intense en faisceau focalisé dans une tuyère constitue ici un excellent critère.

b - Jets libres

Comme nous l'avons mentionné au préalable, l'étude de tels jets, nous servira en réalité de banc d'essais, destiné à tester notre méthode sur des phénomènes mieux connus. Nous avons ainsi entrepris la réalisation de tuyères supersoniques dont les convergent et divergent sont constitués de deux cônes, raccordés par une surface torique. De telles tuyères ne sont pas idéales, mais les difficultés technologiques inhérentes à la réalisation de tuyères type coquetier (surfaces de formes complexes très difficiles à reproduire en petites dimensions avec des cotes précises et un excellent état de surface -état glacé-) étaient insurmontables compte tenu de notre parc de machines outils.

Par ailleurs, l'approximation de tuyères coniques est largement suffisante pour notre dessein.

Nous avons construit deux tuyères adaptées à $M_e = 1,8$ et $M_e = 2$; nous disposons également d'une tuyère coquetier, $M_e = 3$, étudiée et réalisée à partir d'un programme de calcul classique en aérodynamique. Nous nous sommes efforcés de conserver le même diamètre de sortie que la tuyère étalonnée à $M_e = 3$ à savoir $D_e = 20 \text{ mm}$ dans le plan de sortie. Ceci présente un double avantage :

- d'une part, d'avoir des clichés directement comparables en dimension, si une comparaison est nécessaire.
- surtout, une réduction du débit masse,

$$q_m = \frac{K(M) P_i S_e}{\sqrt{T_i}} \quad (\text{kg/s})$$

où $K(M)$ est une constante dépendant du nombre de Mach.

P_i , T_i sont les pression et température génératrices.

$$S_e = \text{section de sortie} = \frac{\pi D_e^2}{4} \quad (\text{m}^2)$$

Remarque 1: Une notation classique consiste à affecter d'un indice particulier (voir notations) les grandeurs x suivantes :

- x_i = conditions initiales (ou de réservoir, ou état générateur)
- x_e = conditions dans le plan de sortie
- x = conditions dans le plan d'étude
- x_* = conditions au col de la tuyère
- x_a = grandeurs atmosphériques.

Le fait de garder la section S_e constante implique des contraintes sévères pour les cotes à respecter au niveau du col et de l'état de surface qui doit être glacé.

L'étroitesse du col nous a imposé la fabrication d'outils spéciaux et des montages d'usinage délicats.

Sans reprendre en détail le calcul de chaque tuyère, nous donnons ici pour mémoire, le calcul de la tuyère $M_e = 2$. Les tables d'écoulement isentropique donnent pour $M_e = 2$.

$$\left(\frac{P}{P_i}\right) = 0,12780 ; \left(\frac{T}{T_i}\right) = 0,55556 ; \left(\frac{D_e}{D_*}\right)^2 = 1,63299 ; \frac{S_e}{S_*} = 1,6875$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_i}\right) = 0,23005 ; K(M) = K(2) = 2,395 \cdot 10^{-2}$$

Pour $P_e = P_a = 1$ bar, on en déduit :

$$P_i = 7,83 \text{ bars} \quad q_m(2) = 3,52 \cdot 10^{-1} \text{ kg/s (pour } T_i = 280^\circ\text{K)}$$

$$D_* = 15,396 \text{ mm}$$

Pour $M_e = 3$ on avait $P_i = 36,6 \text{ bars}$

$$\text{et } q_m(3) = 6,56 \cdot 10^{-1} \text{ kg/s (pour } T_i = 280^\circ\text{K)}$$

$$\text{soit un gain } \frac{q_m(2)}{q_m(3)} = 0,536.$$

Remarque 2: Dans les mêmes conditions de fonctionnement en régime adapté, le débit masse est divisé par 2 par rapport à $M = 3$; la durée d'essai possible est considérablement plus élevée, car

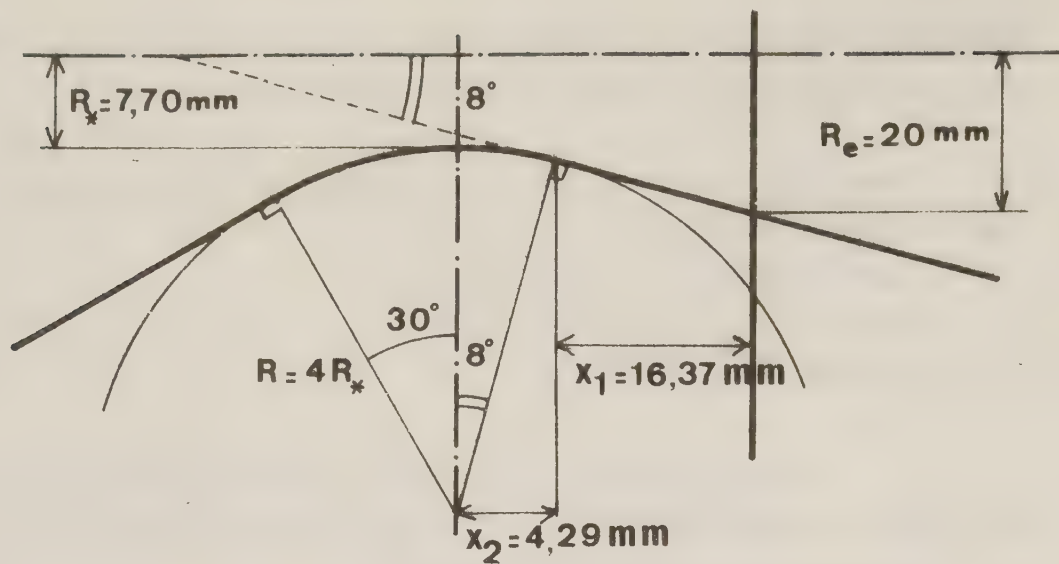


Figure 74

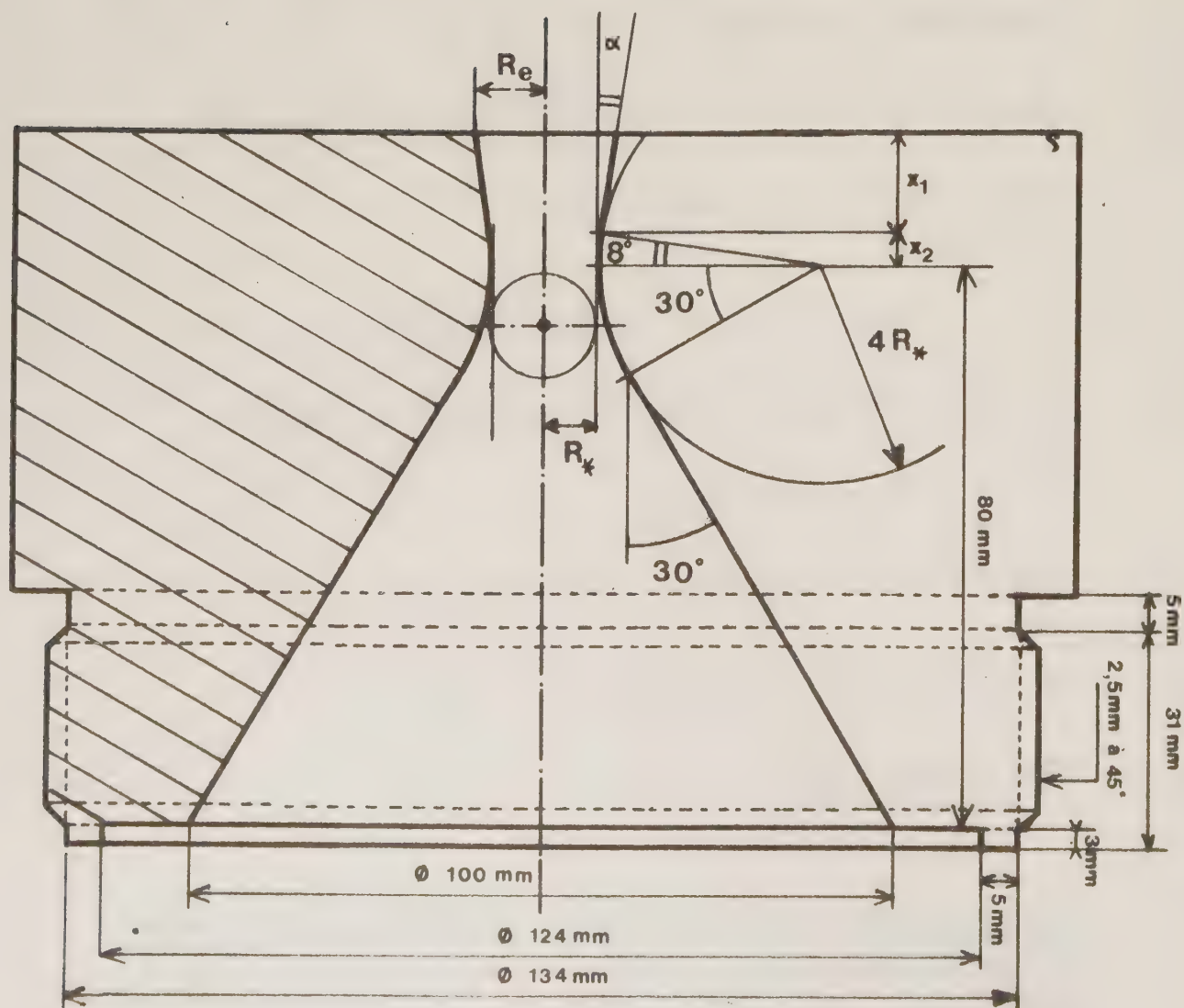


Figure 75

pour un nombre d'essais identiques, la consommation est deux fois plus faible lorsque $M_e = 2$ (par rapport à $M_e = 3$) ; mais en outre, la pression d'adaptation dans le premier cas n'étant que de 8 bars (contre 36,6 dans le second), la durée de vie de la réserve d'air (remplissage à 60 bars) est fortement augmentée.

Notons enfin que des lois semi-empiriques imposent, pour des conditions de bon fonctionnement, un angle α du divergent compris entre 7° et 15° et un rayon R du cercle de raccordement de l'ordre de 4 fois le rayon R_* au col de la tuyère, (R étant également la limite inférieure du rayon d'entrée du convergent) (figure 74).

Nous avons choisi $\alpha = 8^\circ$; $R_e = 10 \text{ mm}$; $R_* = 7,70 \text{ mm}$

Ceci impose $R = 30,8 \text{ mm}$ $x_1 = (R_e - R_*) \cotg 8^\circ = 16,366 \text{ mm}$

$$x_2 = R \sin 8^\circ = 4,286 \text{ mm}$$

Le schéma définitif de l'ensemble est donné dans la figure 75.

Remarque 3: La tuyère fonctionne entre $M_e = 1,6$ et $M_e = 2$ soit $T \in (-80^\circ\text{C}, -116^\circ\text{C})$. Il va de soi que les remarques en fin du précédent paragraphe demeurent vraies.

II - 3 - 2. Ecoulements subsoniques

Comme nous venons de le voir, la densité d'énergie mise en jeu dans une nappe fine focalisée en fait un instrument de choix dans l'étude des écoulements subsoniques. De plus, dans ce domaine l'adjonction d'un chopper faible fréquence pour des écoulements basse vitesse en fait un véritable instrument de mesure, par la visualisation simultanée des formes d'écoulement et du champ de vitesses.

Nous avons étudié quelques cas simples :

- Ecoulement autour d'un cylindre
- Ecoulements de convection
- Ecoulements en sortie d'un cylindre, formation de tourbillons

- Allées de tourbillons alternés
- Ecoulements en sortie de tuyère à très faible vitesse

Les traceurs utilisés pour ces essais sont des fumées de tabac ou d'encens (20) (21).

Nous ne nous étendrons pas davantage sur ce domaine, déjà longuement exploré ; seule la présentation de quelques résultats expérimentaux montrera la souplesse de fonctionnement et les performances de la méthode.

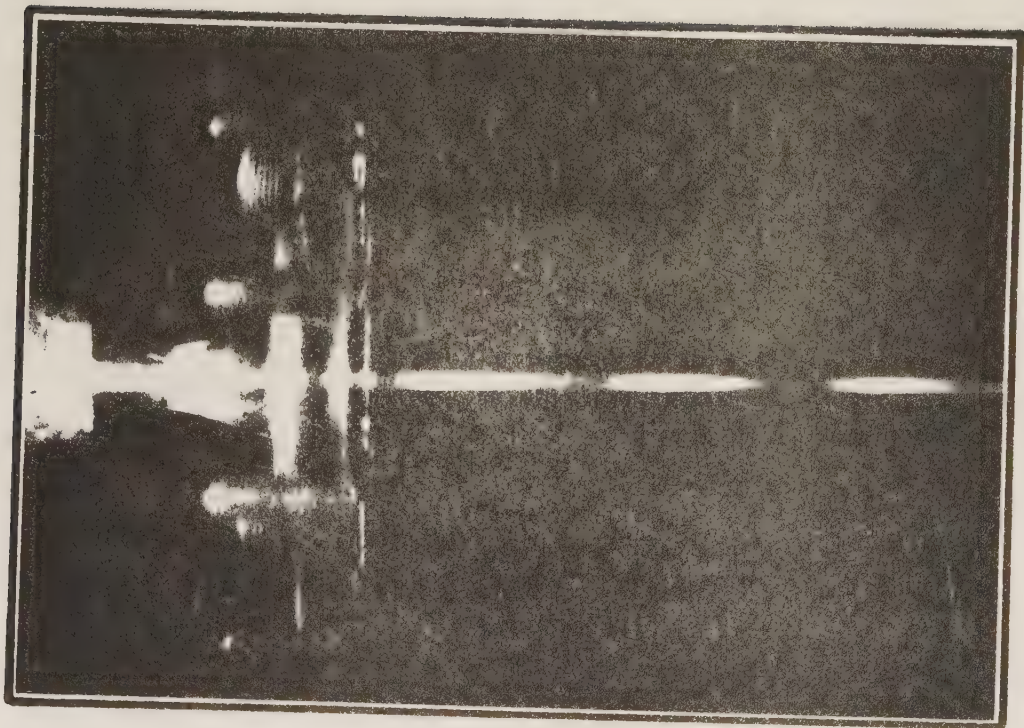


Figure 76

CHAPITRE III

PRESENTATION DES VISUALISATIONS OBTENUES PAR DIFFUSION

III - 1. CAS DES EJECTEURS CYLINDRIQUES.

III - 1 - 1. Le modèle simplifié.

a) Vue de l'ensemble Ejecteur tuyère.

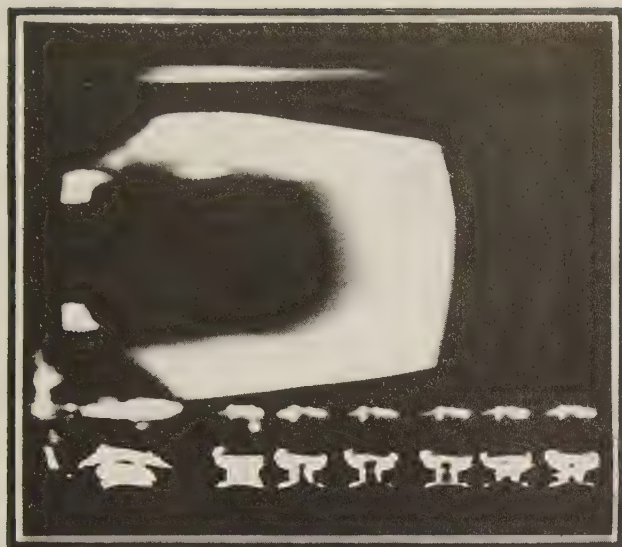
Ici, une tuyère conique, type $M_0 = 3$, est accouplée à un éjecteur cylindrique, de 50 mm de diamètre (Figure 2). L'ensemble a été réalisé en altuglass transparent de manière à vérifier l'absence d'un choc de condensation : diffusion intense en amont du col de la tuyère, témoin de la présence des diffuseurs au niveau des zones de réservoir (Figure 76).

b) Evolution de la structure de choc dans l'éjecteur.

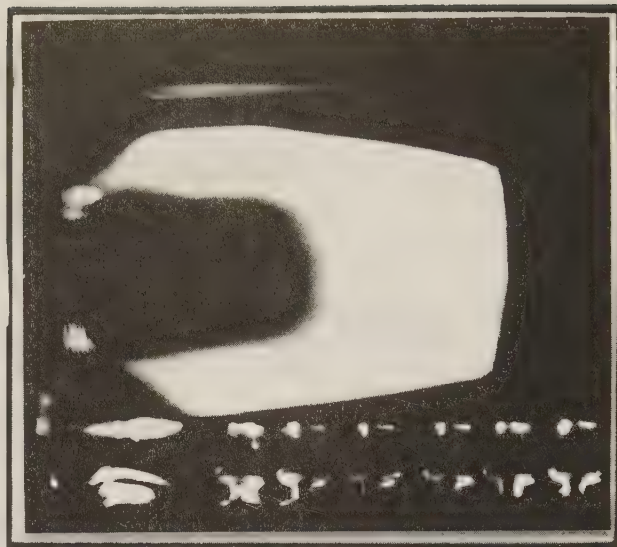
Les résultats sont présentés sur la figure 77. Notons que la technique de surimpression peut rendre dans ce cas de précieux services (Figure 77 d) et mettre l'évolution en-mémoire, ce qui est impossible à l'oeil. Par contre, l'oeil, plus sensible peut enregistrer les fluctuations du système, difficiles à mettre en évidence en photographie.

c) Phénomènes non stationnaires.

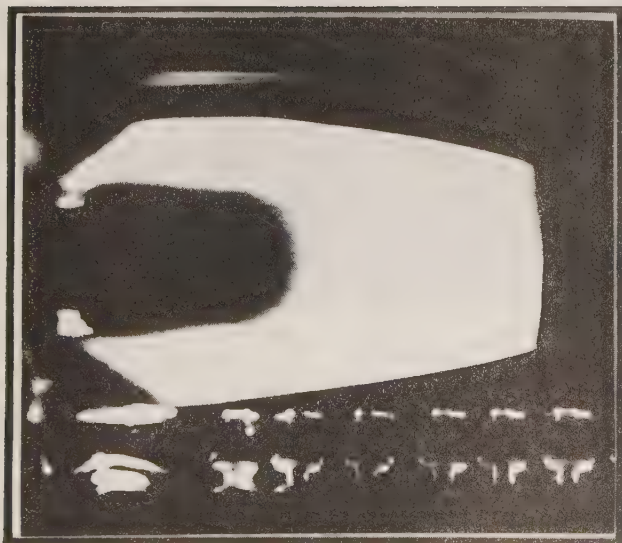
Des phénomènes instables violents sont toutefois enregistrables. C'est le cas des phases d'amorçage et de désamorçage du système de choc (Figures 78 a et 78 b).



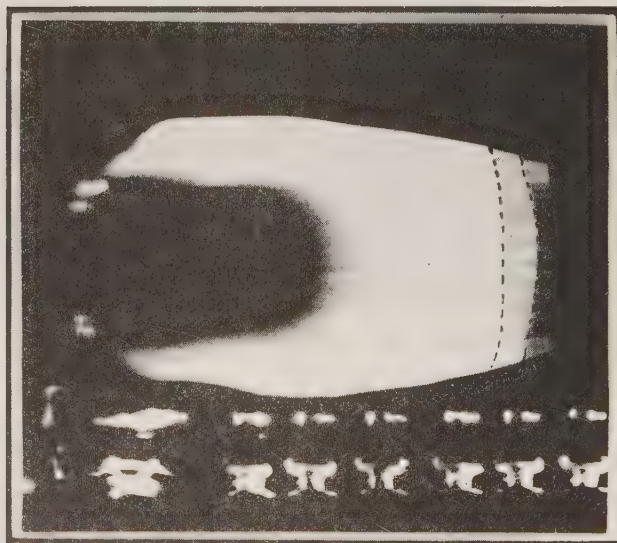
a) $P_i = 26$ bars



b) $P_i = 30$ bars

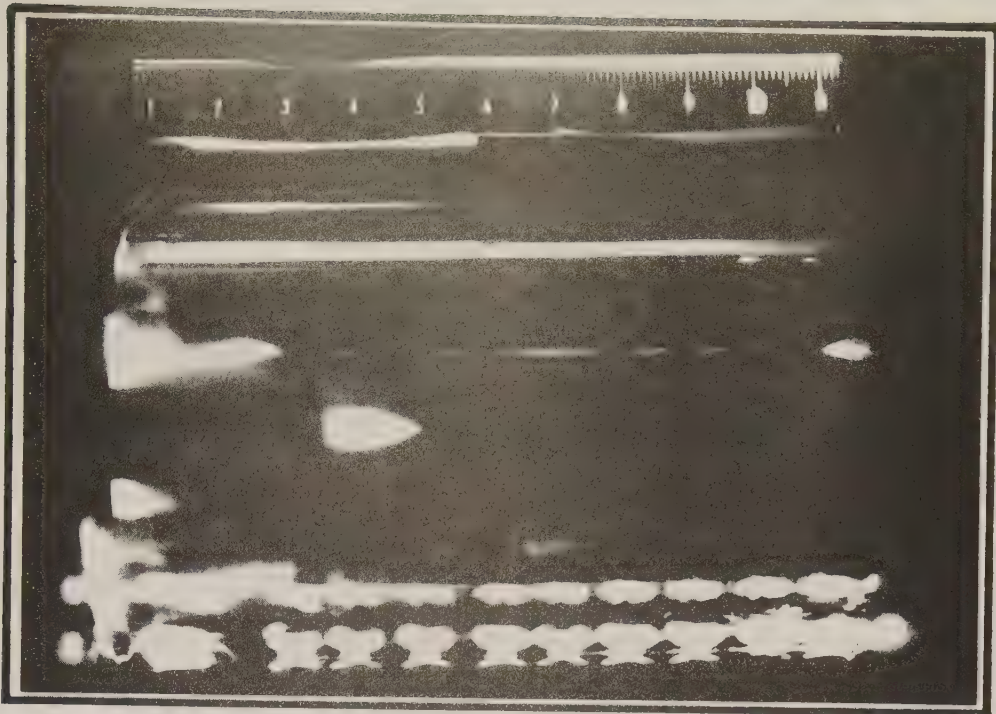


c) $P_i = 36$ bars

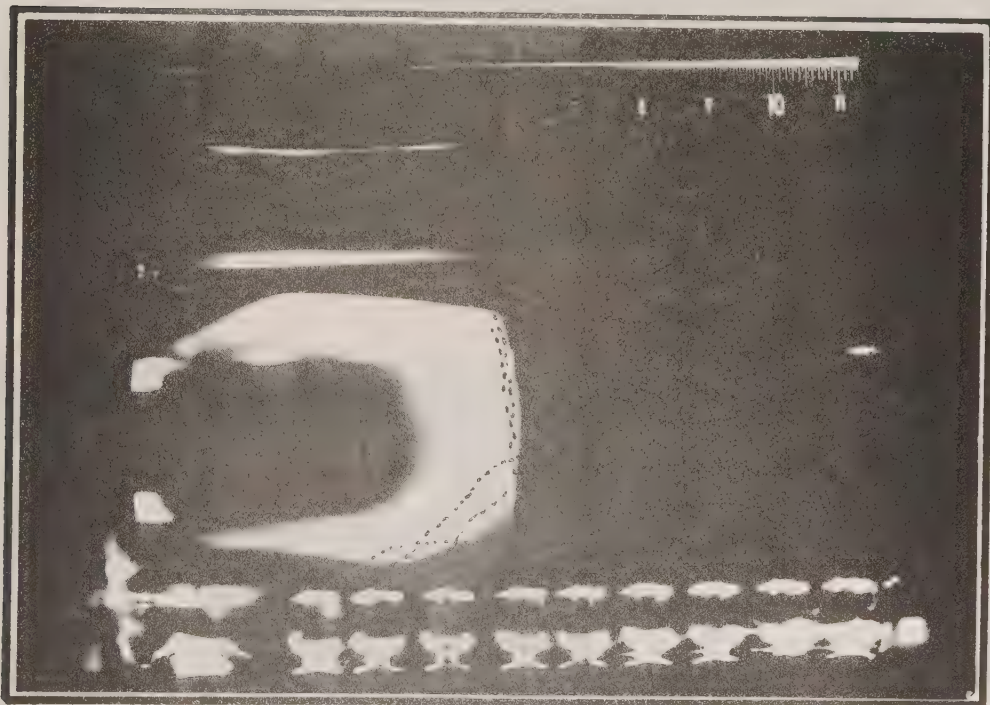


d) Surimpression des structures de choc avec injection pariétale pour $P_i = 26, 30, 36$ bars.

Figure 77



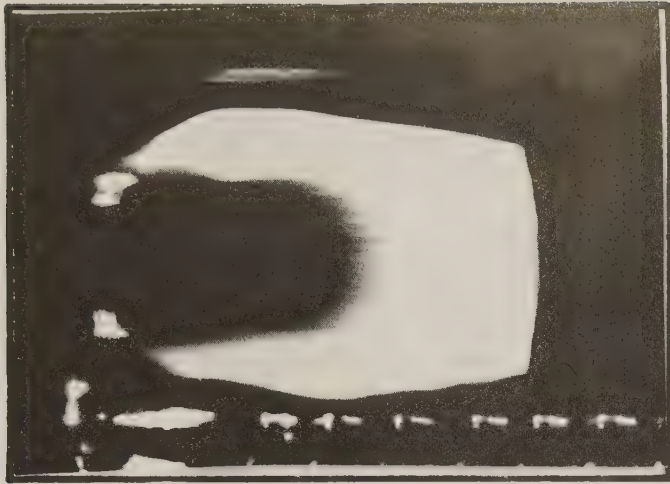
a) Amorçage



b) Désamorçage

Figure 73

a)



$P_i = 30$ bars
avec injection

b)



$P_i = 30$ bars
sans injection

c)

$P_i = 30$ bars
 $c = (a+b)$

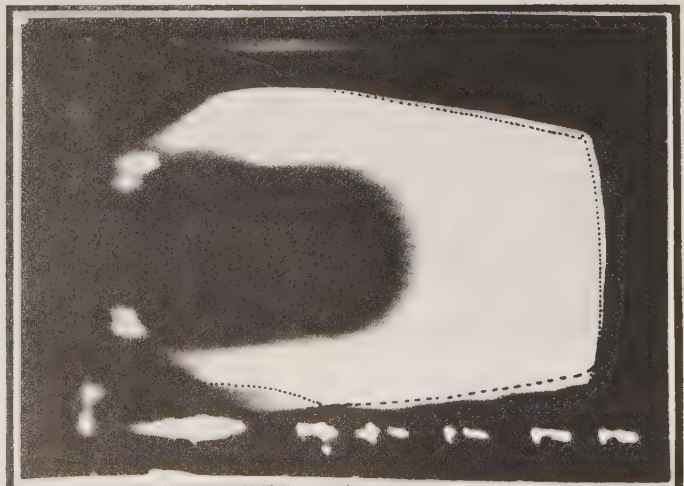
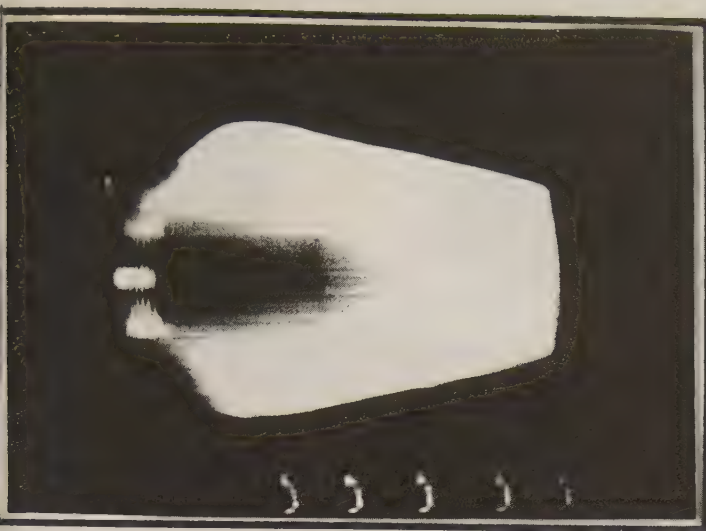


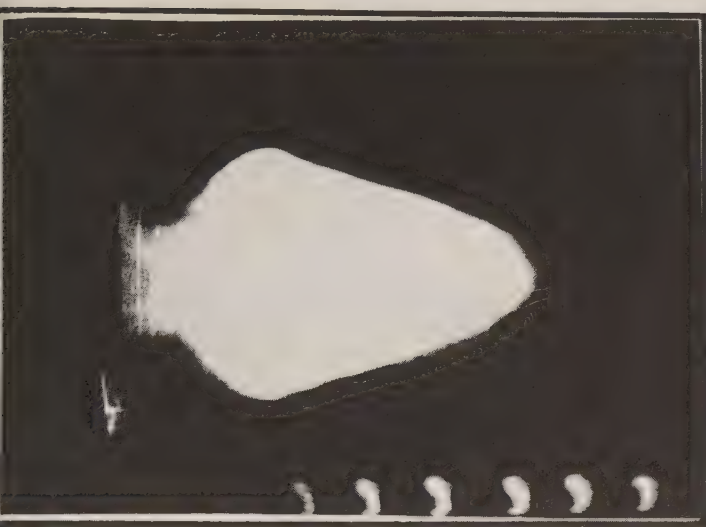
Figure 79



a) $e = 6 \text{ mm}$



b) $e = 10 \text{ mm}$



c) $e = 14 \text{ mm}$



d) $e = 18 \text{ mm}$

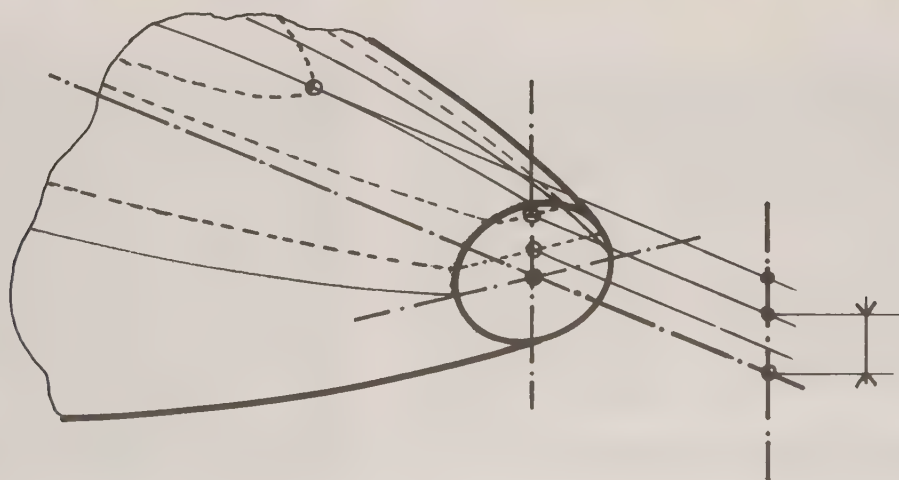
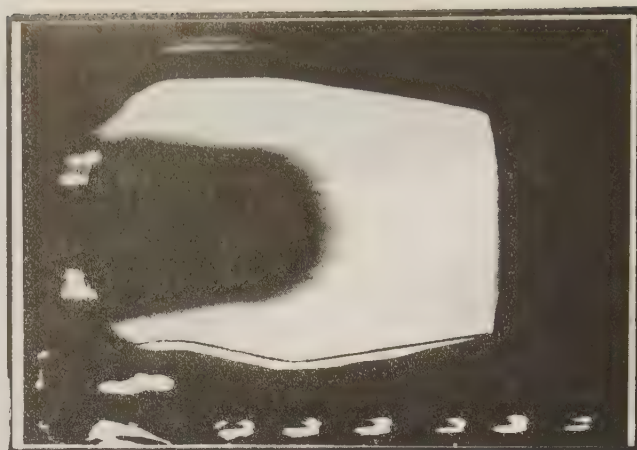


Figure 80 : Tomographies dans un éjecteur



a) $e = 0$



b) $e = 2 \text{ mm}$

Figure 81 : Tomographies : mise en évidence du corps équivalent

c) $e = 5 \text{ mm}$

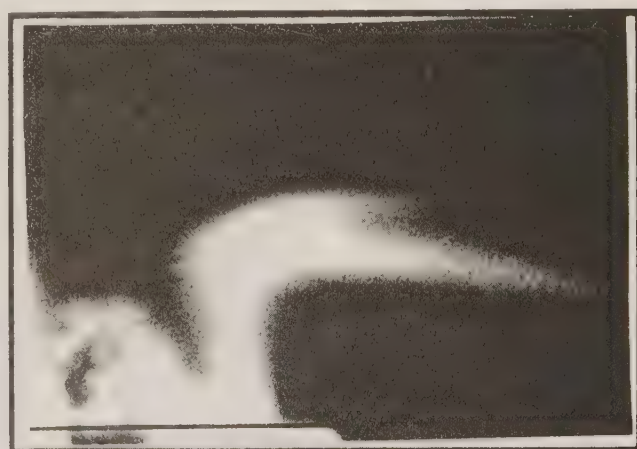
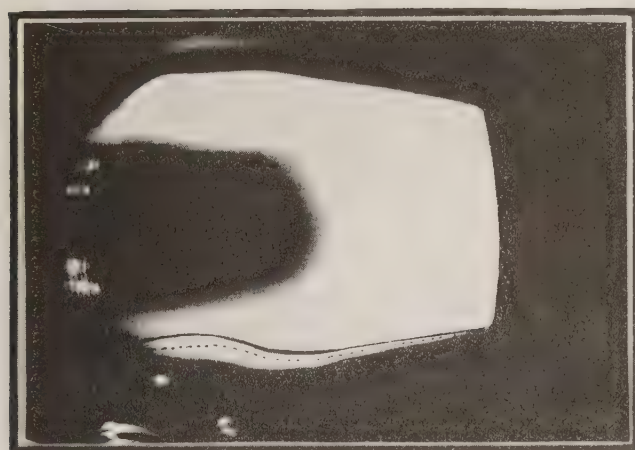


Figure 83a : Détail de l'injection

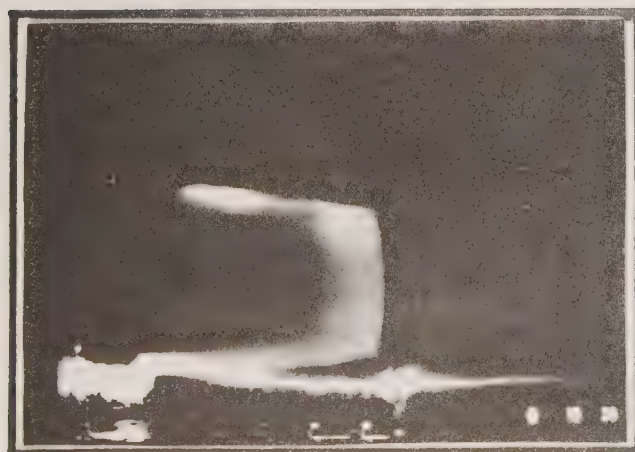


Figure 82 : Extinction partielle du jet principal



Figure 83b : Extinction totale du jet principal

d) Influence de l'injection pariétale.

d - 1. Déformation de la structure de choc.

Pour une pression donnée, les déformations de la structure de choc sont aisément observables dans le cadre de l'injection pariétale. Là encore, la technique de surimpression rend de sérieux services (Figures 79 et 81). Les résultats obtenus ici sont en bon accord avec les résultats aérodynamiques dont ils sont en fait le complément indispensable. Ils permettent notamment de tester de façon très rapide de nombreuses configurations favorisant ainsi l'établissement des courbes caractéristiques de fonctionnement.

d - 2. Tomographies. Formes du corps équivalent.

La figure 80 montre diverses tomographies effectuées pour un pas de 2 à 5 mm. De telles tomographies ne prennent leur pleine signification que dans le cadre de systèmes ne présentant aucune symétrie de révolution. C'est le cas de la visualisation du corps équivalent dans le cas d'une injection pariétale, dont un exemple est donné sur la figure 81.

e) Exploitation des propriétés de polarisation de la lumière.

Les caractéristiques de polarisation de l'onde diffusée ne sont pas identiques en fonction des tailles de particules si l'on éclaire le système de particules en lumière naturelle ou elliptique ; de plus, un changement de valeur de l'indice de réfraction modifie fortement les valeurs de $f(\theta, i)$. Ainsi, des diffuseurs de nature très différente peuvent-ils être séparés dans certaines conditions. Nous avons mis à profit ces propriétés pour séparer les jets principaux et secondaires dans le cadre des éjecteurs avec injection pariétale. Les résultats acquis sont représentés sur les figures 82 et 83.

Remarque : Bien que certains de ces résultats aient fait l'objet de communications antérieures (14), (38), (39), (87), (88), nous les présentons tout de même afin de mettre en évidence les améliorations considérables que nous avons apportées, tant dans la finesse des détails que dans la résolution transverse des images, les nappes obtenues présentant une puissance de l'ordre de 500 mW répartie sur quelques dixièmes de millimètres.

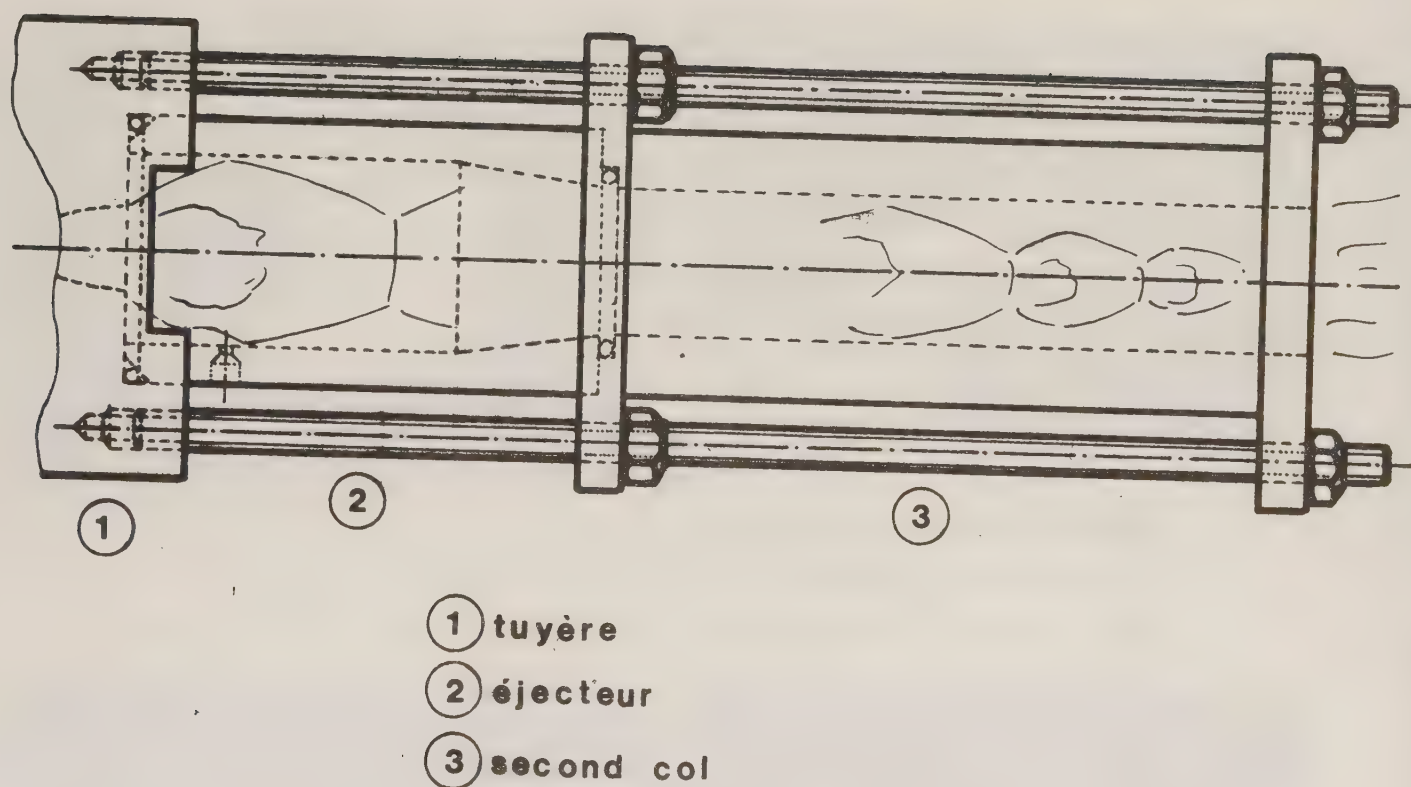


Schéma des ondes de choc visualisées dans un ensemble "éjecteur à second col" (la zone centrale est obscure)

Figure 84

(alors que dans nos premiers essais, nous travaillions avec 0,5 mW et une nappe de l'ordre du millimètre).

III - 1 - 2. Le système complet à second col avec injections de fumées.

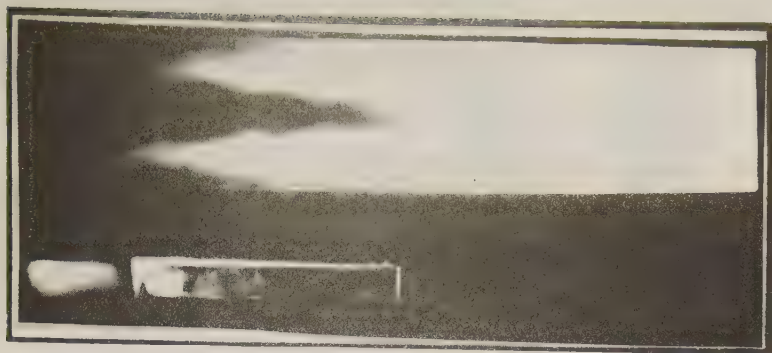
L'adjonction de fumées en amont (dans l'air stocké dans les cuves) nous a permis de visualiser la structure de choc complète de l'éjecteur muni de son second col ; toutefois le champ de prise de vue étant trop étendu, la photographie devient impossible, compte-tenu de la mauvaise qualité optique de l'éjecteur (altuglass présentant des microfissures diffusantes) ; les résultats obtenus sont schématisés figure 84.

III - 2. CAS DES JETS LIBRES.

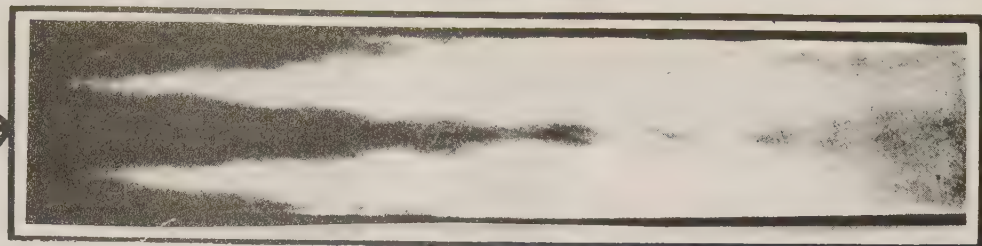
III - 2 - 1. Sans introduction de fumées. (Visualisation rapide des conditions d'adaptation d'une tuyère)

En l'absence d'introduction de fumées, seule la zone de mélange devient diffusante ; la partie centrale du jet correspondant au mécanisme de recompression de celui-ci est relativement ordonnée d'après les lois classiques de l'aérodynamique et demeure noire. Cette observation est a priori paradoxale (Cf Première partie § II - 3) : en effet, pour certaines configurations, (en particulier à l'arrière d'une onde de choc droite) l'écoulement devient subsonique et la masse volumique locale y est bien plus élevée que dans les zones de mélange. Or, c'est un contraste lumineux inverse que l'on observe. Rappelons qu'aucune condensation d'humidité due à l'atmosphère extérieure ne peut être envisagée ici, la température des régions à forte luminosité étant voisine de la température ambiante ; dans le cas d'un système tuyère - éjecteur le jet est isolé de l'atmosphère par le cylindre, et il ne saurait être question d'humidité extérieure.

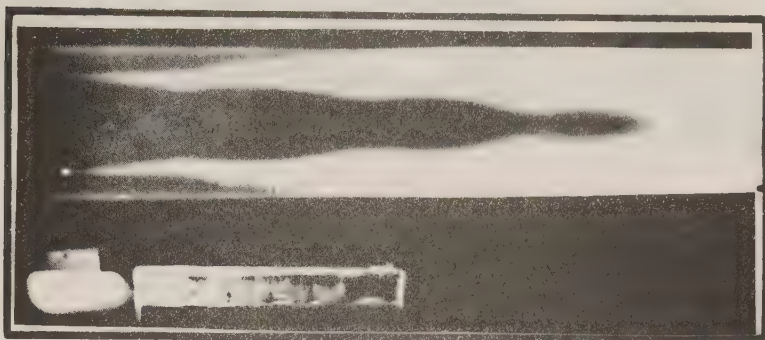
Les visualisations effectuées permettent de tester rapidement le régime d'adaptation d'une tuyère.



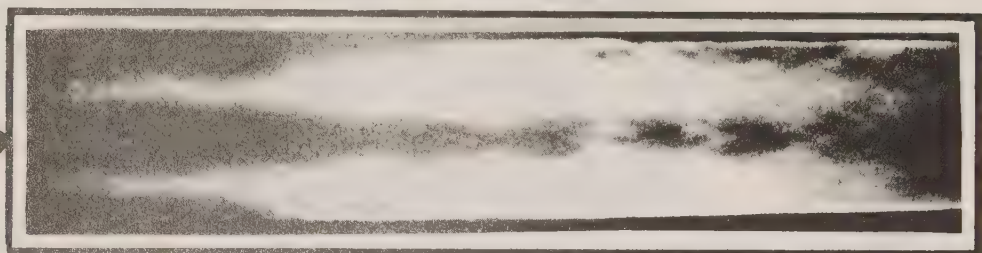
a) $P_i = 4$ bars



d) $P_i = 3$ bars



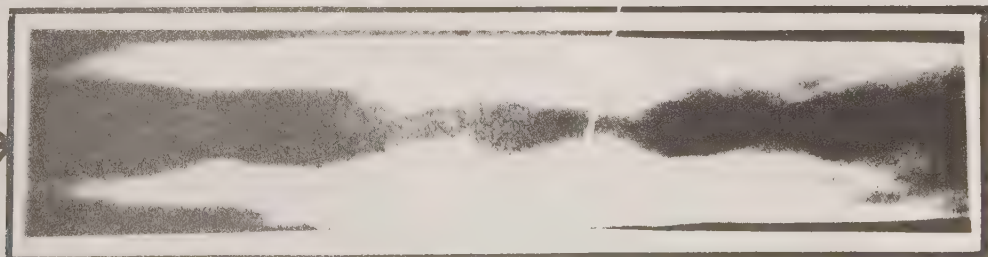
b) $P_i = 7,8$ bars



e) $P_i = 5,6$ bars



c) $P_i = 12$ bars



f) $P_i = 10$ bars

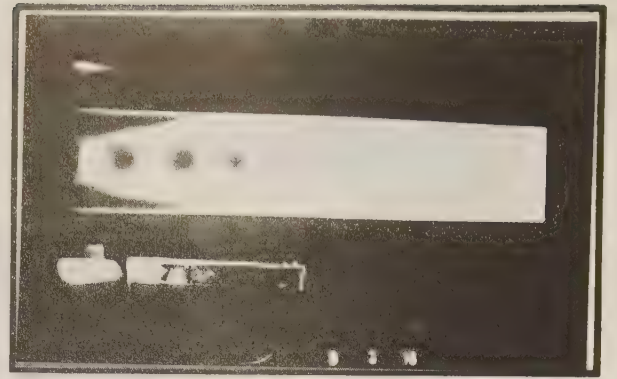
(a,b,c) $M_e = 2$

(d,e,f) $M_e = 1,8$

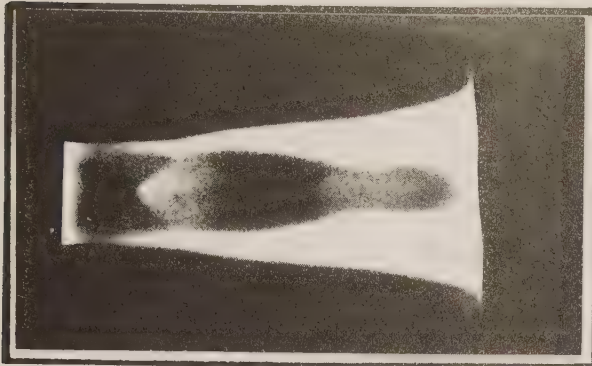
Figure 85 : Jets libres (sans introduction de fumées)



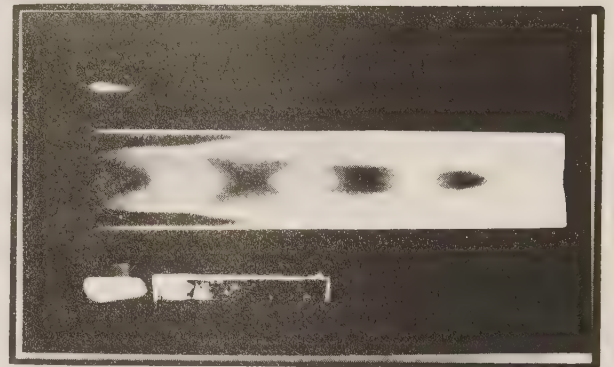
a) $P_i = 4 \text{ bars}$



c) $P_i = 4 \text{ bars}$

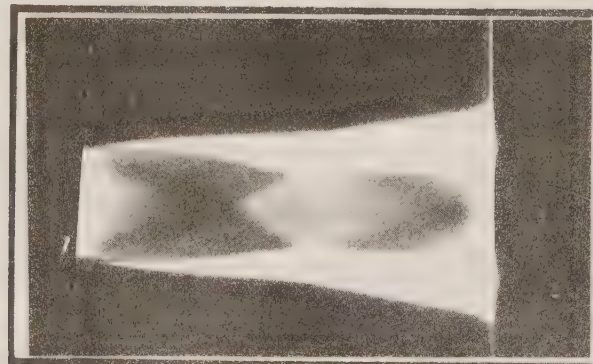


b) $P_i = 6 \text{ bars}$



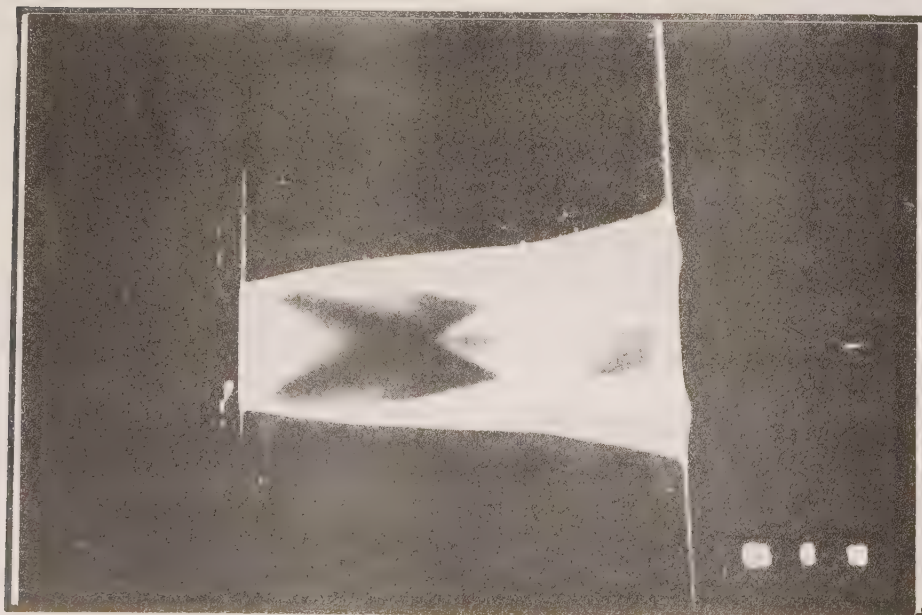
d) $P_i = 6 \text{ bars}$

(a,b,e,f) Eclairage
transversal



e) $P_i = 8 \text{ bars}$

(c,d) Eclairage
longitudinal



f) $P_i = 12 \text{ bars}$

Figure 79 : Injection de fumées dans le jet

Les figures 85 (a et b) montrent les résultats obtenus avec deux configurations $M_e = 2$ et $M_e = 1,8$, dont les pressions génératrices à l'adaptation (la pression de sortie étant la pression atmosphérique) sont respectivement : $P_i = 7,82$ bars et $P_i = 5,76$ bars.

III - 2 - 2. Introduction de fumées.

L'introduction de fumées en amont rompt les relations d'ordre qui peuvent s'établir dans le jet aux faibles concentrations. On se rapproche alors du domaine d'addition statistique des intensités diffusées par chaque particule ; la nouvelle configuration obtenue se rapproche donc de la représentation de répartition de masse volumique dans le jet. Toutefois, si ceci n'enlève rien à la visualisation obtenue, il faut se méfier sérieusement de l'approche de ρ . En effet, deux zones essentielles sont à distinguer :

- les zones à concentration trop faible, où les phénomènes d'interférence entre les ondes diffusées par les diverses particules ne donnent plus un continuum, mais un speckle ou une zone obscure.

- la traversée des ondes de choc, où le comportement des particules est différent de celui de l'écoulement . En particulier les zones de choc (où ρ peut augmenter violemment sur une épaisseur faible) devraient apparaître fortement lumineuses. Or, il n'en est rien. Si l'on peut penser que des gouttelettes se revaporisent à la traversée du choc, éliminant ainsi cet effet, ce ne peut être le cas de fumées. La seule explication possible est dans ce cas soit l'apparition d'une zone ordonnée, soit le fait que dans les ondes de choc des phénomènes annexes imposent aux particules des comportements différents où elles ne suivent plus l'écoulement. Ce phénomène est en réalité bien connu des expérimentateurs en anémométrie Doppler (25), (26), (36), (37), (64).

La figure 86 montre les résultats obtenus avec une tuyère $M_e = 2$, pour diverses valeurs de la pression génératrice.



Miroirs

Figure 87

Jet

Tuyère

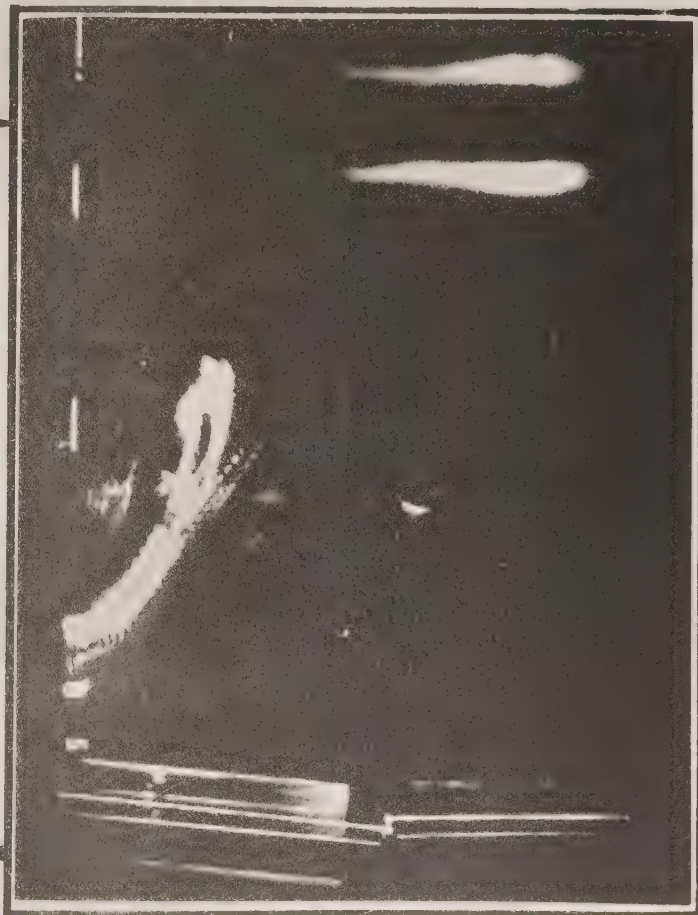
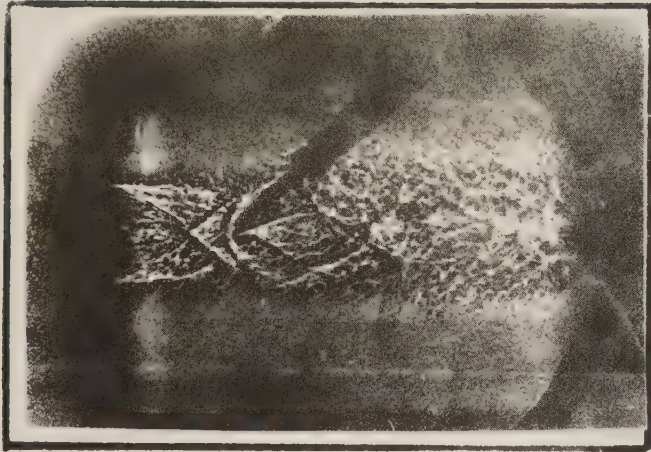
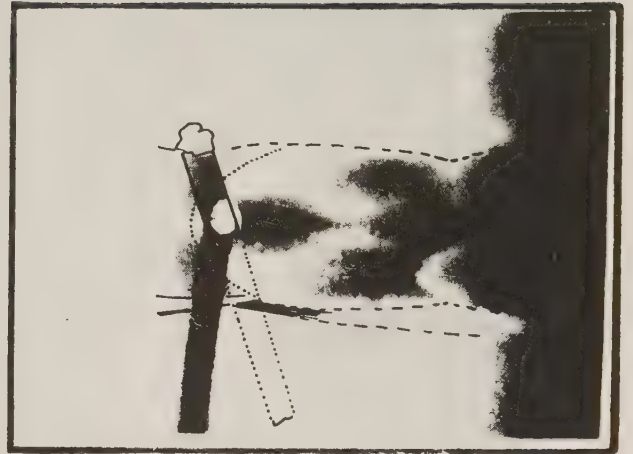


Figure 88

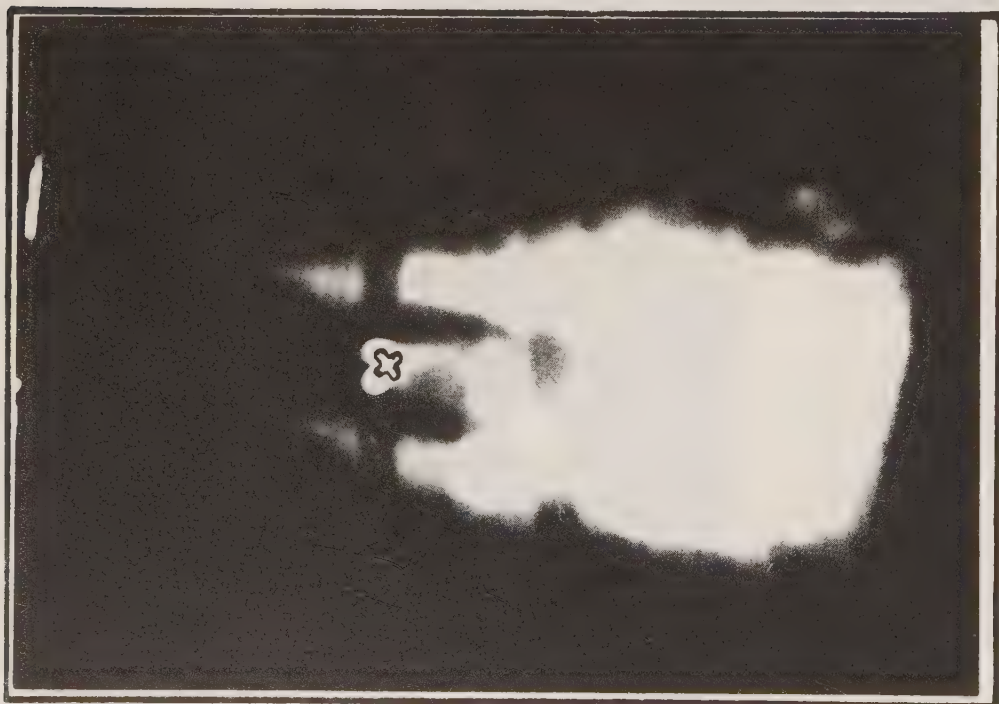
Miroirs



$T = 8 \mu s$ Ombroscopie
 $P_i = 5$ bars



Jet + fumées
 $P_i = 6$ bars



Jet sans fumées - Sillage turbulent

Figure 89 Obstacles dans le jet

La comparaison des résultats obtenus avec les résultats classiques de l'aérodynamique semble dégager un excellent accord.

Toutefois une comparaison expérimentale plus poussée est indispensable ; c'est ce qui sera effectué dans la quatrième partie.

III - 2 - 3. Influence de l'atmosphère extérieure.

L'observation est directe ; un bâtonnet d'encens émet des fumées en un point du champ extérieur à l'écoulement, mettant en évidence l'aspiration créée par le jet (Figure 87). L'aspect strié des fumées fait ressortir l'influence du balayage (effet de stroboscopie) ou du modulateur (Figure 88).

III - 2 - 4. Visualisations de sillage et d'onde de choc.

La présence d'un obstacle dans une zone supersonique crée une onde de choc détachée ou attachée, en avant de la maquette. Cette onde de choc, comme toute onde de choc représente une discontinuité de masse volumique, et donc, est observable en diffusion. Deux sortes de sillages sont à envisager :

- les sillages laminaires : ils se modifient en rien ou presque, les caractéristiques de ρ et d'ordre dans le jet, et seront pratiquement inobservables en diffusion.

- les sillages turbulents ; dans ce cas, le degré de désordre est comparable à celui des zones de mélange, et la diffusion devient très intense.

Les résultats obtenus dans les deux cas sont représentés dans les figures 89. (Cf. également les figures 6 et 7).

Remarque : Dans tous les cas, bien qu'aisément observables à l'oeil nu, il est très difficile de faire ressortir simultanément l'onde de choc attachée et le sillage, les contrastes lumineux étant très importants.



Figure 90 : Ecoulements lents autour d'un cylindre

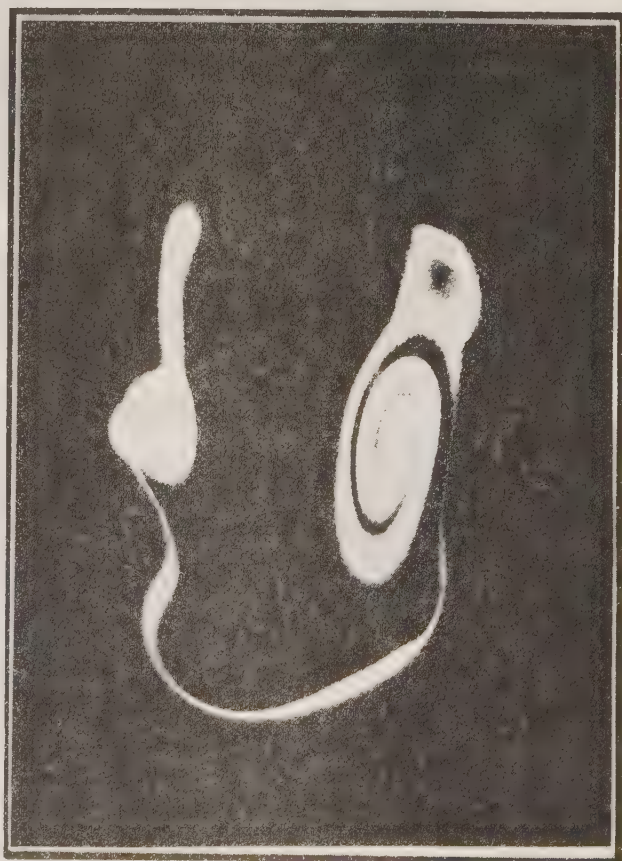


Figure 91 : Convections



Figure 92 : Convection



Figure 93



Figure 94



Figure 95

III - 3. CAS DE JETS SUBSONIQUES.

III - 3 - 1. Nappes lumineuses fixes (sans stroboscopie)

Toutes les visualisations classiques en subsonique sont bien sûr réalisables avec une très haute sensibilité. Nous ne donnons ici que quelques exemples types, les possibilités étant considérables.

a) Ecoulement autour d'un cylindre

Les résultats sont représentés figure 90

b) Mouvements de convection.

Figure 91 et Figure 92

c) Ecoulement très basse vitesse

Sortie de tuyère (Figure 93) et sortie d'un tube cylindrique (Figure 94) . .

III - 3 - 2. Influence de la stroboscopie due au modulateur ou au balayage.

Utilisable dans la mesure de vitesse, cet effet peut parfois se montrer gênant, en inversant le sens réel d'évolution de systèmes quasi périodiques, ou en mettant en évidence des phénomènes inexistants(développement du balayage lumineux en fonction du temps). (Figures 88 et 95).

CHAPITRE IV

ETALONNAGE PAR RAPPORT A UNE METHODE CLASSIQUE

Afin de mettre en évidence la validité de la méthode proposée, la confrontation de nos résultats à une analyse plus conventionnelle s'avèrait indispensable. Nous avons montré que ce souci nous avait conduits à envisager des jets libres, de manière à nous affranchir des hublots plans. Certes, le caractère tridimensionnel des jets envisagés semble dans ce domaine un handicap considérable. Toutefois, nous avons maintenu ce choix pour deux raisons essentielles.

* Le caractère tridimensionnel n'est que peu gênant pour la structure des ondes de choc, comme nous le montrerons.

* Il met finalement l'accent sur l'un des avantages de notre système.

Ce fait étant acquis, la plus simple des méthodes optiques demeure l'ombroscopie ; de surcroît, elle est particulièrement bien adaptée à la visualisation des variations rapides d'indice (ondes de choc) ; elle est effectuée généralement à l'aide de sources blanches, et spatialement incohérentes, du moins partiellement. En effet, les phénomènes de diffraction sont, dans ce cas, souvent considérés comme nuisibles.

On est ainsi amené à envisager des sources éclateurs, de manière à obtenir une impulsion brève et fortement lumineuse. Le réglage des impulsions est alors critique. Nous avons mis au point une technique utilisant un laser continu capable de fournir des temps de pose extrêmement courts, beaucoup plus souple d'emploi, dont les phénomènes de diffraction gênants peuvent, le cas échéant, être écartés. C'est pour présenter ce travail que nous sommes amenés à rappeler les résultats essentiels concernant l'ombroscopie.

IV - 1. RAPPELS DES RESULTATS THEORIQUES SUR LES METHODES OPTIQUES
EN AERODYNAMIQUE. (4), (5), (12), (70) à (84) .

Tout écoulement compressible est en fait un milieu de masse volumique variable, $\rho (M)$; la masse volumique est reliée aux conditions thermodynamiques de l'écoulement (Nombre de Mach, pression, température, ...) et par ailleurs à l'indice de réfraction n par la relation de Gladstone-Dale, $\frac{n-1}{\rho} = c^{ste}$, linéaire, tout au moins au premier ordre, (en dehors des régions de dispersion, absorption ou résonance du gaz envisagé).

En faisant traverser l'écoulement par une onde lumineuse, les méthodes optiques mettent à profit les variations d'indice pour visualiser certains phénomènes, et, si possible essayer de reconstituer la répartition $n (M)$ et donc $\rho (M)$ [(70), (71), ... (84)]. L'onde lumineuse est donc ici considérée comme un capteur ne perturbant pas l'écoulement ; en effet, les perturbations introduites par une onde lumineuse sont de deux ordres.

✕ Modification de la quantité de mouvement à cause de la pression de radiation.

✕ Modification de la température par absorption.

Compte-tenu de la taille des particules mises en jeu, et sachant qu'aucun phénomène d'absorption n'est observable, les perturbations apportées tombent au dessous de toute valeur mesurable. Il s'agit donc de déterminer les déformations subies par une surface d'onde à la traversée d'un milieu tridimensionnel. L'objet étant ici un objet de phase, donc invisible pour un récepteur quadratique, les techniques optiques ont pour but de transformer ces variations de phase en variations d'amplitude. En principe le problème se pose sous deux aspects :

- Connaissant une répartition $\rho (M)$, déterminer le comportement d'une onde à la traversée du milieu. Le principe de Huygens - Fresnel devient la plupart du temps inapplicable dans un milieu réellement tridimensionnel. Le retour aux équations fondamentales de Maxwell (aspect diffusion du problème) ne fournit guère de solution plus simple, et la seule solution est d'ordre expérimental.

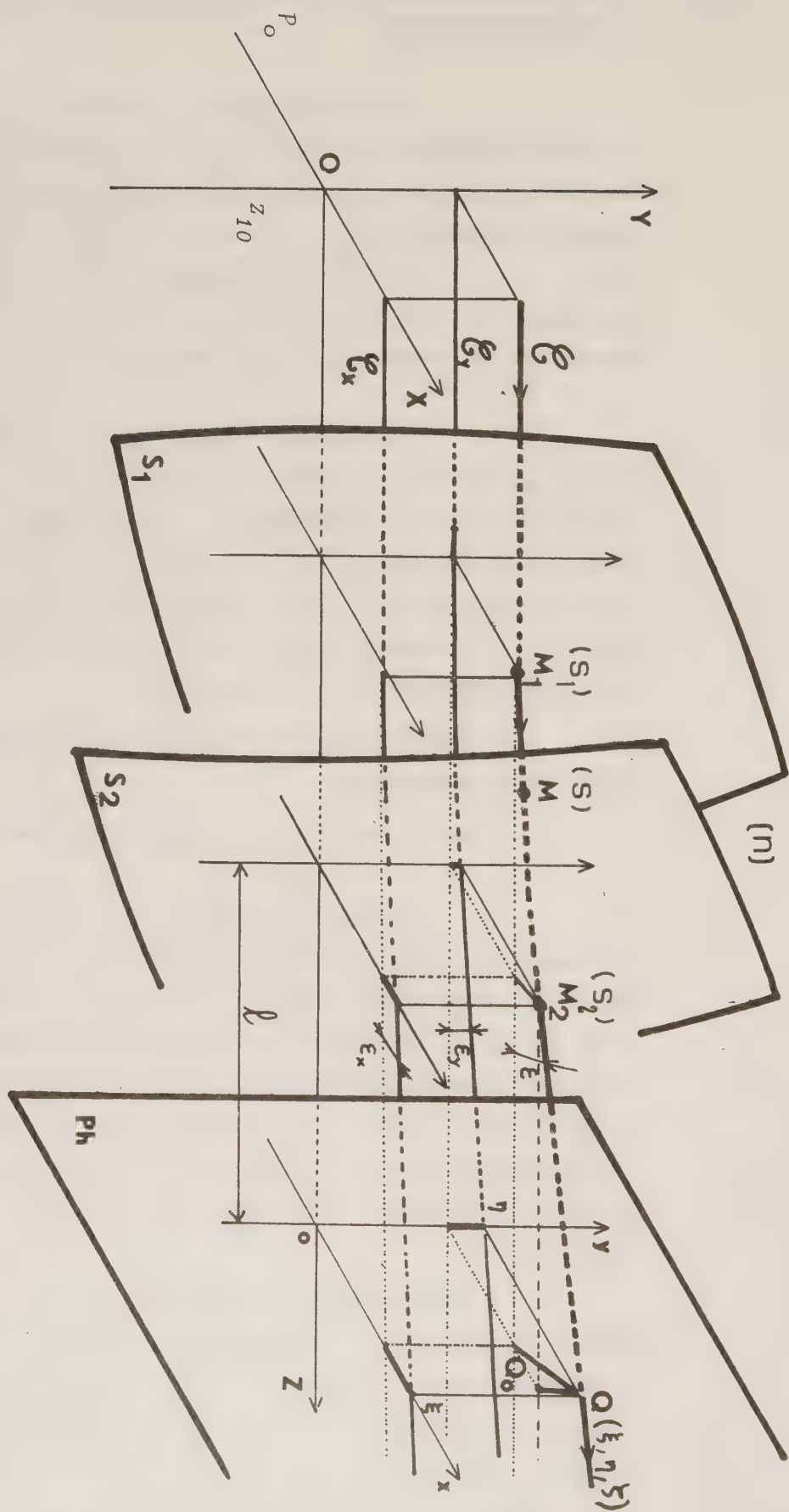


Figure 96 : Déviation des rayons lumineux à la traversée d'un écoulement

- Toutefois, dans certaines conditions, la visualisation expérimentale existe et fournit tout de même un certain nombre de renseignements. A ce stade, se pose un problème d'inversion, si l'on désire remonter à l'écoulement. Ce problème, bien plus épineux que le précédent est cette fois la plupart du temps proprement insoluble malgré les techniques d'inversion les plus sophistiquées.

C'est pour éviter le premier de ces deux écueils que l'on travaille bien souvent en lumière incohérente afin de se rapprocher du cas simplifié de l'approximation géométrique. Notons que celle-ci demeure également acceptable, même pour une lumière cohérente, tant que le milieu ne présente pas de discontinuités, ou de variations brutales (présence d'harmoniques spatiaux de rang élevé).

IV - 1 - 1. Déflexion et retards de phase imposés aux rayons lumineux à la traversée d'un milieu inhomogène dans l'approximation géométrique. (4), (5), (71).

Soit un milieu tridimensionnel, $n(M)$, limité par les surfaces S_1, S_2 . En dehors de ces surfaces, on admettra que les milieux sont homogènes et isotropes (Figure 96). Une onde plane traverse l'écoulement dans la direction O_z , les surfaces S_1 et S_2 sont définies par :

$$z_1 = S_1(x, y) \text{ ou } f_1(x, y, z) = 0$$

$$z_2 = S_2(x, y) \text{ ou } f_2(x, y, z) = 0$$

Les milieux extrêmes sont homogènes et isotropes et on envisage les déviations au niveau d'un plan P , dont les coordonnées transverses sont (ξ, η) .

Les équations d'Euler Lagrange dans le milieu donnent deux équations différentielles, en x, y et z (coordonnées d'un point M).

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \sqrt{1 + x_z'^2 + y_z'^2} \left[\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \frac{dx}{dz} \right]$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \sqrt{1 + x_z'^2 + y_z'^2} \left[\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} - \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \frac{dy}{dz} \right]$$

Ce système admet les solutions
$$\begin{cases} x = \Phi (M_1 , z) \\ z = \Psi (M_1 , z) \end{cases}$$

$M_1 \in S_1$, fixe les conditons initiales (rayon incident)

Le point d'émergence M_2 peut alors être calculé par l'intersection de :

$$\left(\begin{array}{l} x = \Phi (M_1 , z) \\ y = \Psi (M_1 , z) \\ S_2 = f_2(x , y , z) = 0 \end{array} \right) \quad z = z_2$$

On en déduit M_2 par :

$$\left(\begin{array}{l} x_2 = \Phi (M_1 , z_2) \\ y_2 = \Psi (M_1 , z_2) \\ z_2 = z_2 \end{array} \right)$$

On tire également :

$$\text{tg } \epsilon_x = \left(\frac{dx}{dz} \right)_{z_2} = \Phi' (M_1 , z_2)$$

$$\text{tg } \epsilon_y = \left(\frac{dy}{dz} \right)_{z_2} = \Psi' (M_1 , z_2)$$

Si l'on néglige l'effet de dioptre en S_2 (pas de discontinuité) on peut donner l'expression du déplacement $Q_0 Q$ en (P) et du chemin

optique entre P_0 et P

$$(\underline{Q_0 Q})_x = (\xi - x_1) = (x_2 - x_1) + (\xi - z_2) \left(\frac{dx}{dz} \right)_{z_2} = (x_2 - x_1) + (\xi - z_2) \text{tg } \epsilon_x$$

$$(\underline{Q_0 Q})_y = (\eta - y_1) = (y_2 - y_1) + (\xi - z_2) \left(\frac{dy}{dz} \right)_{z_2} = (y_2 - y_1) + (\xi - z_2) \text{tg } \epsilon_y$$

$$\text{et } L = \int_{z_{10}}^{\xi} n \, ds \neq \int_{z_{10}}^{\xi} n \left[\Phi (M_1 , z) , \Psi (M_1 , z) , z \right] \sqrt{1 + \Phi_z'^2 + \Psi_z'^2} \, dz$$

IV - 1 - 2. Approximations classiques.

A la traversée du milieu, les rayons sont toujours très faiblement déviés ($\text{tg } \epsilon_x \ll 1, \text{tg } \epsilon_y \ll 1$ dans tout le milieu).
D'où :

$$\left(\begin{array}{l} \sqrt{1 + x_z'^2 + y_z'^2} \neq 1 \\ \frac{\partial n}{\partial z} \cdot \frac{dx}{dz} \ll \frac{\partial n}{\partial x} \quad (\text{rigoureux si } n \text{ ne dépend pas de } y) \end{array} \right.$$

Notons que les variations suivant Oz ont peu d'effet sur les rayons lumineux.

Il vient alors :

$$\left(\begin{array}{l} \frac{d^2 x}{dz^2} \neq \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\text{Log } n) \\ \frac{d^2 y}{dz^2} \neq \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\text{Log } n) \end{array} \right.$$

soit :

$$\left(\begin{array}{l} (\text{tg } \epsilon_x)_{z_2} = \int_{z_{10}}^{z_2} \frac{\partial}{\partial x} (\text{Log } n) dz \\ (\text{tg } \epsilon_y)_{z_2} = \int_{z_{10}}^{z_2} \frac{\partial}{\partial y} (\text{Log } n) dz \end{array} \right.$$

$$\text{et } L \neq (z_1 - z_{10})n_0 + \int_{z_1}^{z_2} n[\Phi(M_1, z), \Psi(M_1, z), z] dz + n_0(M_2 Q)$$

$$\text{avec } M_2 Q^2 = M_2 Q_0'^2 + (\eta - y_2)^2 + (\xi - x_2)^2 = (\zeta - y_2)^2 + (\eta - y_2)^2 + (\xi - x_2)^2$$

en général:

$$M_2 Q \neq (\zeta - y_2) + \frac{(\eta - y_2)^2 + (\xi - x_2)^2}{2(\zeta - y_2)}$$

Les trois méthodes classiques, ombroscopie, strioscopie, interférométrie font appel à ces quantités.

. L'ombroscopie met en oeuvre les déplacements du faisceau $Q_0 Q$.

. La strioscopie met en oeuvre les déflexions angulaires $\text{tg } \epsilon$.

. L'interférométrie, les déphasages $\frac{2 n \Delta L}{\lambda}$ par rapport à un faisceau non perturbé.

Remarque 1. La diffraction étant la limite inférieure de l'optique géométrique pour des objets faibles, celle-ci limitera les méthodes précédentes ; il lui correspond les techniques " d'ombroscopie cohérente " et de " filtrage strioscopique sur fond noir ".

Remarque 2. Notons que l'holographie n'est pas une forme d'étude nouvelle à proprement parler ; elle permet en effet une mise en mémoire tridimensionnelle de l'onde déformée, c'est-à-dire qu'elle permet la reconstruction d'une onde immobile, identique à l'onde initiale (et donc invisible à l'oeil) et qui sera traitée ultérieurement par l'une des méthodes indiquées (ombroscopie, strioscopie et interférométrie).

IV - 1 - 3. Le point de vue géométrique : Ombroscopie classique.

Une source polychromatique quasi ponctuelle (diamètre apparent d') (la diffraction n'intervient pas) éclaire l'écoulement par le montage schématisé sur la figure 97.

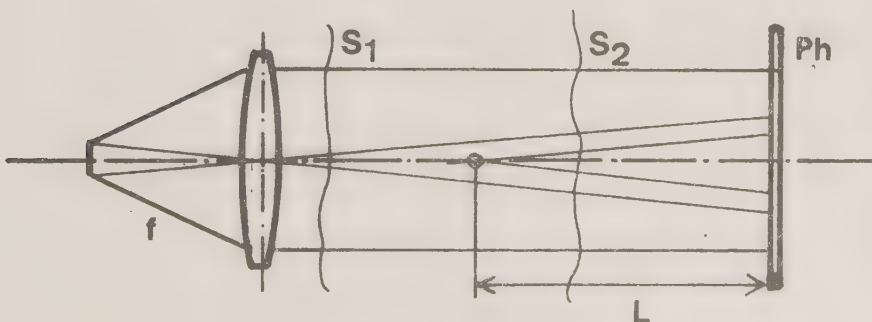


Figure 97 a

Montage Simple Objectif

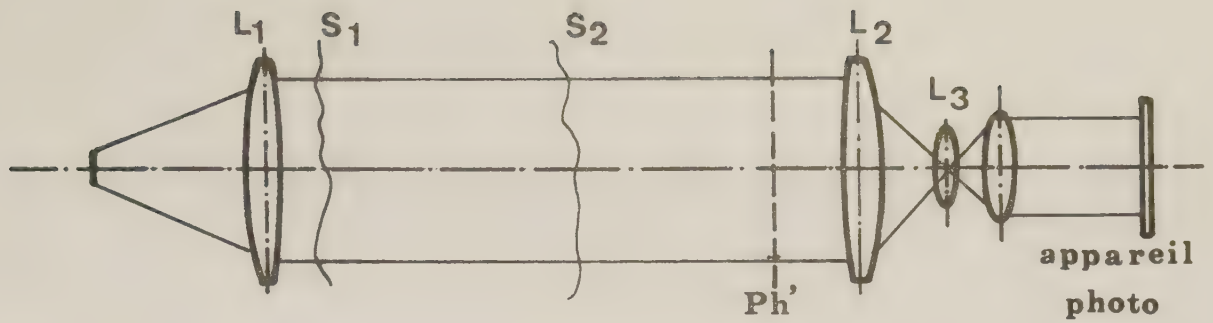


Figure 97 b
Montage Double Objectif

L_3 est une lentille permettant d'ajuster le défaut de mise au point. Le montage "double objectif" permet d'ajuster la taille du phénomène et donc d'obtenir des systèmes plus lumineux.

La surface S_1 reçoit donc l'énergie

$$E_1 = \int_{S_1} I_1(x_1, y_1) dS_1 = \int_{S_1} I_1(x_1, y_1) dx_1 dy_1$$

par contre la plaque reçoit :

$$E_2 = \int_{S_2} I(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

Si l'on envisage un "tube de rayons" ne présentant pas de singularités (absence de croisements) il y a donc conservation de l'étendue du faisceau ou de l'énergie.

$$E_1 = \int_{S_1} I_1(x_1, y_1) dx_1 dy_1 = \int_{Ph} I(\xi, \eta) d\xi d\eta = \int_{Ph} I(\xi(x_1, y_1), \eta(x_1, y_1)) d\eta d\xi$$

Sachant que $(\xi \text{ et } \eta)$ sont liés à (x_1, y_1) par des relations bijectives on peut écrire :

$$E_1 = \int_{Ph} I_1(\xi, \eta) \left| \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x_1, y_1)} \right| dx_1 dy_1$$

et :

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\delta(dE)}{dE} = \left| \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x_1, y_1)} \right| - 1$$

Soit :

$$\frac{\delta E}{E} = (\xi - z_2) \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (\text{tg } \epsilon_x) + \frac{\partial}{\partial y_1} (\text{tg } \epsilon_y) \right] - (\text{tg } \epsilon_x) \frac{\partial z_2}{\partial x_1} - (\text{tg } \epsilon_y) \frac{\partial z_2}{\partial y_1}$$

avec :

$$\text{tg } \epsilon_x = \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial}{\partial x} (\text{Log } n) dz \quad \text{et} \quad z_2 = z_2(x_1, y_1)$$

Compte-tenu des approximations effectuées :

$$\frac{\delta E}{E} = \left| \frac{\partial(\xi, n)}{\partial(x_1, y_1)} - 1 \right| (\xi - z_2) \int_{z_1}^{z_2} \Delta (\text{Log } n) dz \left[\text{tg } \epsilon_x \frac{\partial z_2}{\partial x} + \text{tg } \epsilon_y \frac{\partial z_2}{\partial y} \right]$$

$$\Delta = \text{laplacien} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Remarque. * Dans un milieu bidimensionnel $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

$$* \text{Log } n = \text{Log} (1 + k \rho) \approx k \rho$$

Dans le cas général on aura :

$$\frac{\delta E}{E} \approx (\xi - z_2) \int_{z_1}^{z_2} \left[\Delta_{xy} (\rho(x, y, z)) \right] dz - \left[\frac{\partial z_2}{\partial x} \cdot \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \right] + \left[\frac{\partial z_2}{\partial y} \cdot \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \right]$$

le plus souvent, même pour un milieu tridimensionnel, on néglige les déplacements des rayons à la sortie de l'écoulement ; donc

$\frac{\partial z_2}{\partial x_1}$ et $\frac{\partial z_2}{\partial y_1}$ ne sont imposés que par la courbure de S_2 . Ainsi dans la plupart des cas, l'ombroscopie fournit une image dont la répartition d'intensité (pour des rayons ne se croisant pas avant l'arrivée sur la plaque) est proportionnelle à la variation de $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ (laplacienne). Elle

est ainsi apte à mettre en évidence les régions à forte variation de ρ . Les ondes de choc par exemple seront facilement observables, elles correspondent en lumière blanche à des raies brillantes, étroites, finement ourlées d'une raie noire. Par contre, les faibles variations de ρ passeront inaperçues, ainsi que les discontinuités, même fortes, parallèles à l'axe Oz ; un plan de choc parallèle à Oz est dans ce cas difficilement observable. Ici la lumière cohérente prend à nouveau un regain d'intérêt.

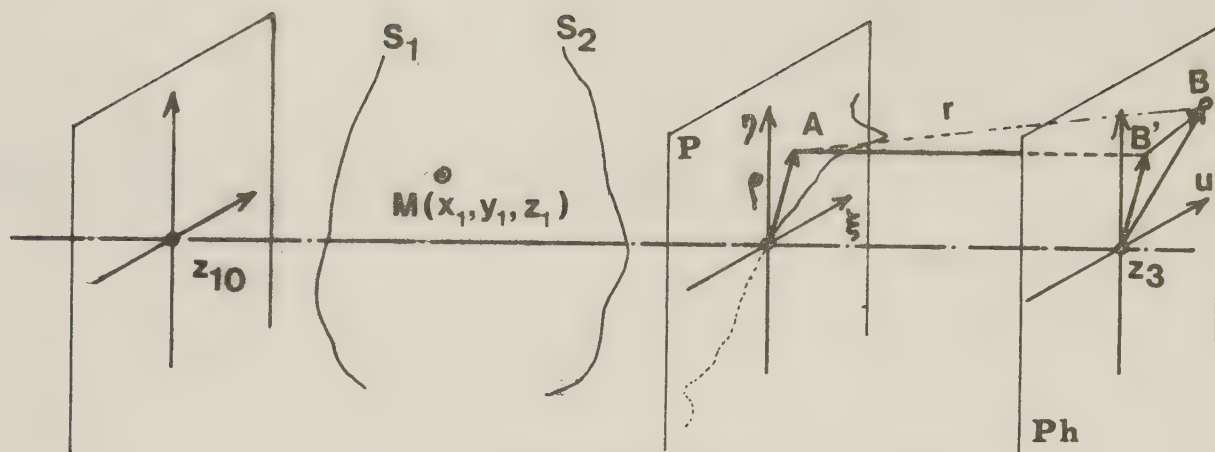


Figure 98

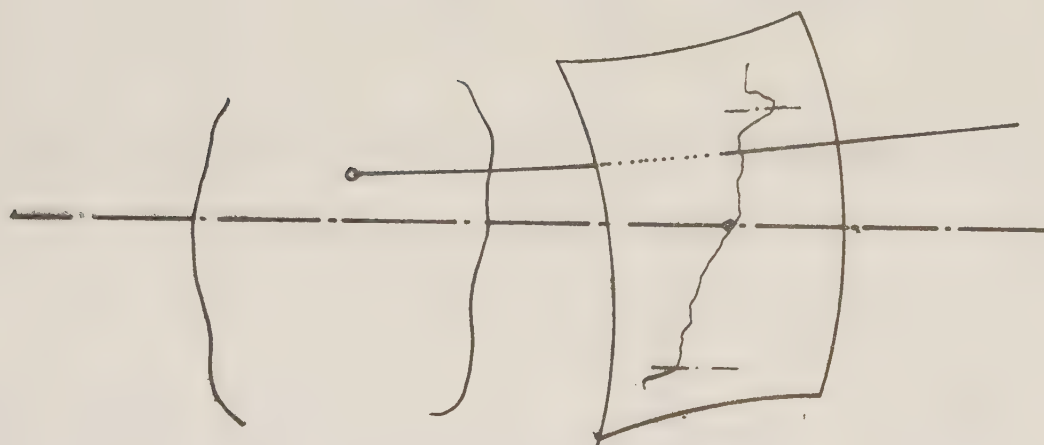


Figure 99

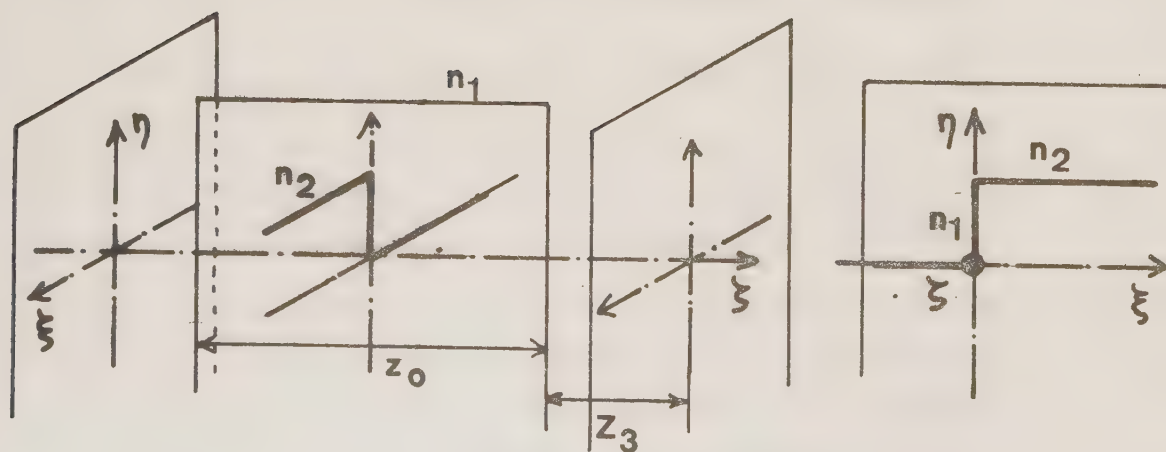


Figure 100

IV - 2. OMBROSCOPIE EN LUMIERE COHERENTE

Envisageons une onde plane cohérente se propageant dans un milieu tridimensionnel (plan d'incidence de la Figure 98). Nous nous heurtons au problème de principe de l'application du postulat de Huygens-Fresnel dans un milieu inhomogène (2), (3), (6), (99). En effet, la détermination de la vibration pas à pas fait intervenir des angles d'ouverture élevés, et les vibrations ne sont alors plus sphériques. La seule solution rigoureuse fait appel à une résolution complète des équations de Maxwell, connaissant la distribution d'indices (conditions aux limites).

Pour les répartitions $n (M)$ compliquées, l'entreprise est d'envergure et ne nous apporterait guère d'informations supplémentaires. Toutefois, il est possible d'apporter un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, basées sur les observations précédentes. Si l'on admet que, en sortie de l'écoulement, les rayons sont très faiblement déviés, (éclairage uniforme), on peut dire à ce niveau que l'onde est plane et ne contient que des distorsions ou des discontinuités locales (Figure 100).

Nous pouvons dire qu'en P on a :

$$\underline{E} (A) = \underline{E}_A \exp \left(- jk \int_{z_{10}}^{\zeta} n ds \right)$$

Si l'on néglige les effets de polarisation, et sachant que, en P les rayons ne sont pas déviés $\int n ds \approx \int n dz$

soit :

$$\begin{aligned} \underline{E} (A) &= \underline{E}_A \exp \left[- jk \left\{ n_0 (z_1 - z_{10}) + \int_{z_1}^{z_2} n dz + n_0 (\zeta - z_2) \right\} \right] \\ &= \underline{E}_A \exp \left(- jk \int_{z_{10}}^{\zeta} n dz \right) \end{aligned}$$

En B , la vibration résultante s'écrit donc (en négligeant toute absorption) :

$$E(B) = q(\theta) \iint_S E_A(\xi, \eta) \cdot \exp(-j\phi(\xi, \eta)) \cdot \frac{\exp(-jkr)}{r} d\xi d\eta$$

où :

$$\phi(\xi, \eta) = \left[k \int_{z_{10}}^{\zeta} n(x, y, z) dz \right]_{(\xi, \eta)}$$

Si l'on ne prend en compte que la première zone de Fresnel (angles faibles) :

$$q(\theta) = q(0) = -q_1 = -\frac{j}{\lambda}$$

et :

$$r^2 = (z_3 - \zeta)^2 + (u - \xi)^2 + (v - \eta)^2$$

soit :

$$r \approx (z_3 - \zeta) + \frac{(u - \xi)^2 + (v - \eta)^2}{2(z_3 - \zeta)}$$

et :

$$\underline{E}(B) \approx -\frac{j \exp(-jk(z_3 - \zeta))}{\lambda(z_3 - \zeta)} \iint E_A(\xi, \eta) \cdot \exp(-j\phi(\xi, \eta)) \cdot \exp(jk \frac{(u - \xi)^2}{2(z_3 - \zeta)}) \cdot \exp(-jk \frac{(v - \eta)^2}{2(z_3 - \zeta)}) \cdot d\xi d\eta$$

Lorsque $\frac{(u - \xi)_{\max}}{(z_3 - \zeta)} \ll 1$ et $\frac{(v - \eta)_{\max}}{(z_3 - \zeta)} \ll 1$, on se trouve dans les conditions de diffraction de Fraunhofer (approximation au premier ordre). La répartition d'intensité dans le plan Ph s'écrit alors :

$$I = \left(\underline{E}_B \quad \underline{E}_B^* \right)$$

pour une onde monochromatique. Notons que $\underline{E}_A(\xi, \eta)$ contient en fait une fonction diaphragme.

Remarque. Dans le cas d'un objet de phase relativement fort, cette hypothèse n'est évidemment pas suffisante car la surface d'onde " moyenne " en sortie n'est plus plane. Dans ce cas il est possible d'évaluer la surface " moyenne " par les lois de l'optique géométrique, et d'envisager alors un calcul analogue au précédent (figure 99).

Il est clair que dans ces conditions, un objet de phase même simple pose de sérieuses difficultés.

Pour les systèmes à symétrie cylindrique, la transformation d'Abel, peut dans certaines conditions être utilisée, et donner des résultats satisfaisants, lorsque les variations longitudinales du système sont faibles ; bien évidemment, il est impossible ici de tenir compte des discontinuités longitudinales. (5) (70)

IV - 2 - 1. Influence des discontinuités. Quelques cas importants. (12)

Ainsi l'ombroscopie en éclairage cohérent se ramène à un problème général de diffraction à distance finie pour un objet de phase tridimensionnel, dont la solution, en première approximation est donnée par :

$$\underline{E}(B) = q(\theta) \iint_{\Sigma} \underline{E}_A(\xi, \eta) \exp(-j\phi(A)) \frac{\exp(-jkr(A,B))}{r} dS$$

avec :

$$dS = g(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

où :

Σ = surface d'onde moyenne en sortie

$\phi(A)$ = variations locales de phase (déformations faibles de Σ)

Dans le cas particulier d'un écoulement, en dehors des ondes de choc ou des zones à forte courbure de Σ , la fonction $\phi(A)$ varie en fait lentement, et le milieu s'apparente à un milieu transparent homogène, d'épaisseur variable, ne donnant lieu à aucune variation d'éclairement (fond continu). Par contre, toute discontinuité de masse volumique, et donc de phase, se traduira par un ensemble de franges dans le plan d'observation.

a) Cas d'un échelon de phase.

On peut en donner une idée dans un système à une dimension, c'est à dire le cas d'une onde de choc droite (figure 100).

Un tel système s'apparente en fait à un échelon de phase (l'onde en sortie est constituée de deux demi-plans d'onde décalés). On est amené à calculer :

$$\underline{E}(B) = \frac{-j}{\lambda} \frac{\exp(-jkZ_3)}{Z_3} E_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{jk(v-\eta)^2}{2Z_3}\right) d\eta \cdot \left\{ \int_{-\infty}^0 \exp(-jkn_1 z_0) \exp\left(-\frac{jk(u-\xi)^2}{2Z_3}\right) d\xi + \int_0^{\infty} \exp(-jkn_2 z_0) \exp\left(-j\frac{k(u-\xi)^2}{2Z_3}\right) d\xi \right\}$$

Or,
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{jk(v-\eta)^2}{2Z_3}\right) d\eta = \frac{\sqrt{2\pi Z_3}}{\sqrt{jk}}$$

En appelant

$$C(v) + jS(v) = \int_0^v \exp j \frac{\pi}{2} t^2 dt$$

les intégrales de Fresnel, et en posant

$$v = \frac{u \sqrt{k}}{\sqrt{\pi Z_3}}$$

$$\underline{E}(B) = \frac{-j}{1+j} E_0 \exp(-jkZ_3) \left\{ \exp(-jkn_2 z_0) \left\{ \left(\frac{1}{2} + C(v)\right) - j\left(\frac{1}{2} + S(v)\right) \right\} + \exp(-jkn_1 z_0) \left\{ \left(\frac{1}{2} + C(-v)\right) - j\left(\frac{1}{2} + S(-v)\right) \right\} \right\}$$

$$\text{et } I = \frac{I_0}{2} \left[1 + 2(C^2(v) + S^2(v)) + (1 - 2(C^2(v) + S^2(v)) \cos k(n_1 - n_2) z_0 + 2(S(v) - C(v)) \sin k(n_1 - n_2) z_0) \right]$$

Remarque : Si $n_1 = n_2$ alors $I = I_0$, résultat correspondant à l'onde plane.

Les diverses figures sont de la forme représentée sur la figure 101.

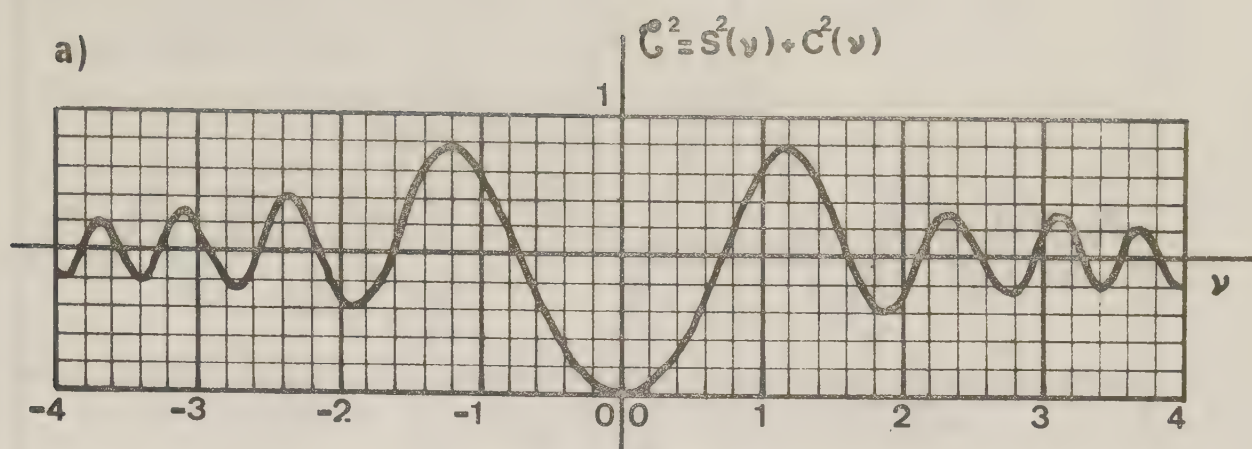


Figure 101

a) Courbe $T^2(v) = C^2 + S^2$

b) Courbe $S(v) - C(v)$

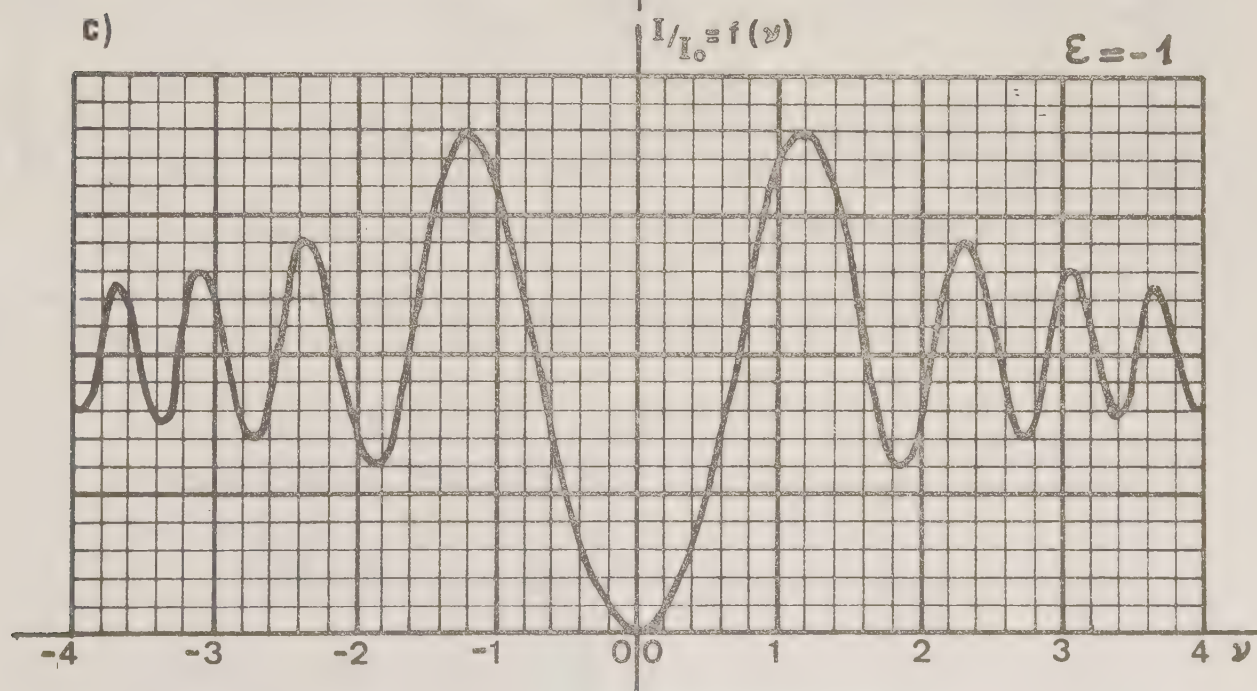
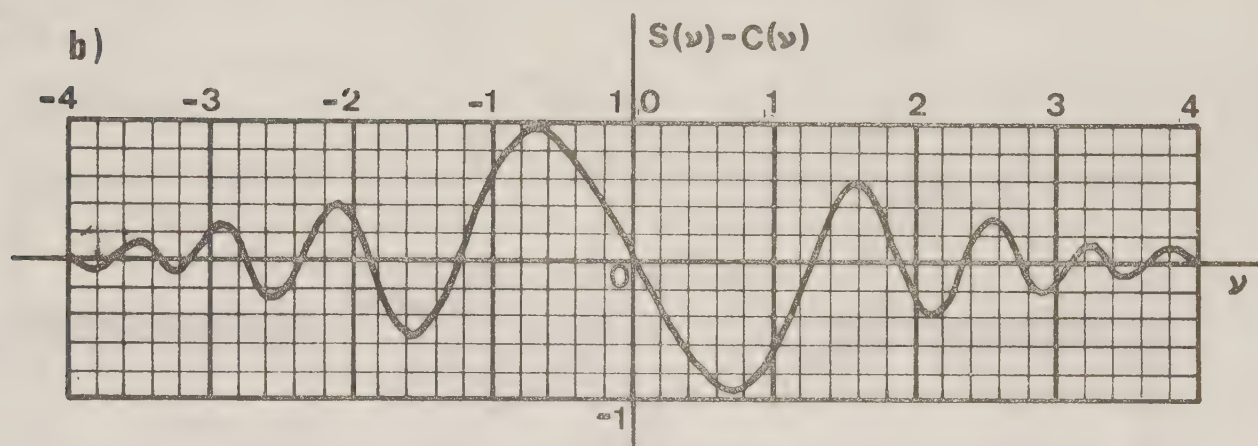


Figure 101

c) $I/I_0 = f(v) = 2 T^2$

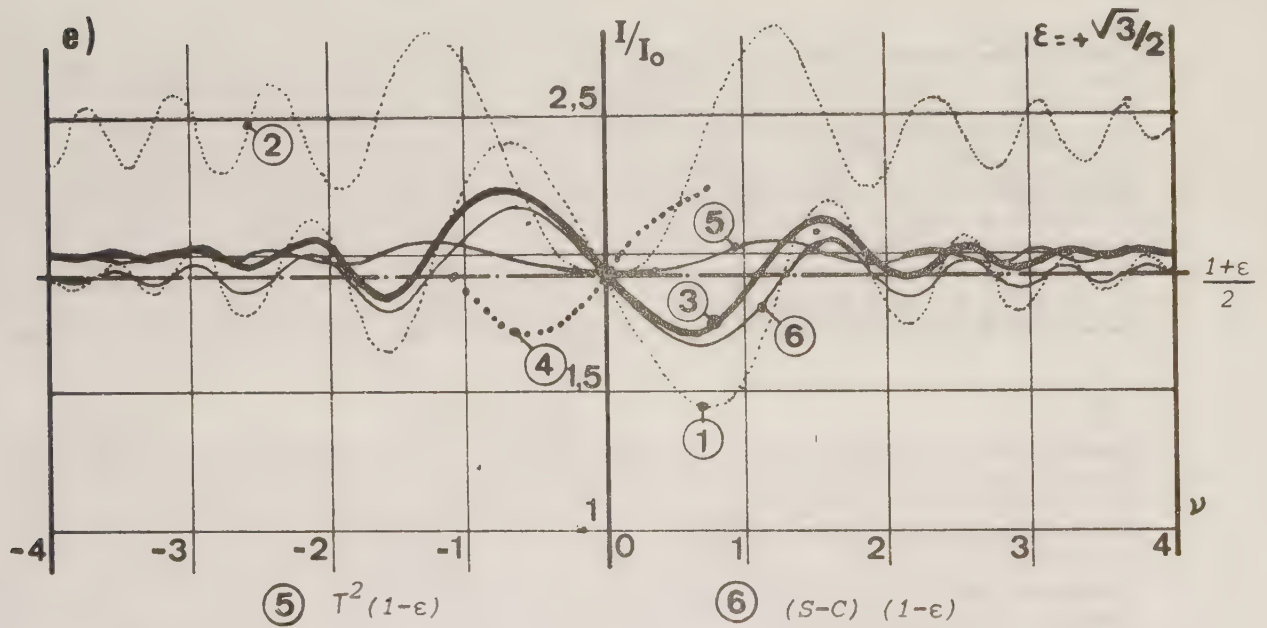
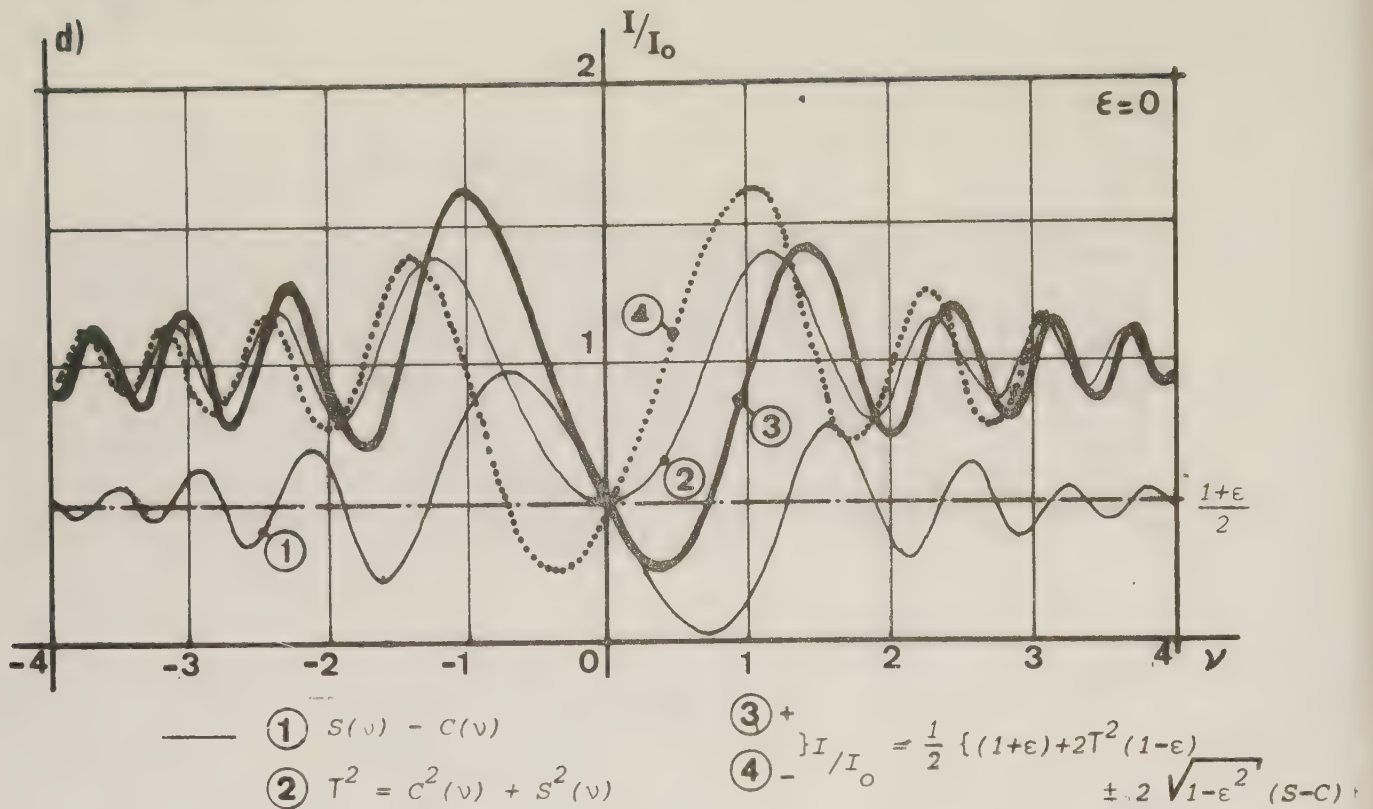


Figure 101 (c,d,e) : Courbes $I/I_0 = f(\nu)$ pour diverses valeurs de ϵ



Figure 102

Si l'on pose $\epsilon = \cos k(n_1 - n_2)z_0$ et $T_2(v) = C^2(v) + S^2(v)$

On peut écrire :

$$\sin k(n_1 - n_2)z_0 = \pm \sqrt{1 - \epsilon^2}$$

et

$$I/I_0 = \frac{1}{2} [(1+\epsilon) + 2 T^2(v) \cdot (1-\epsilon) \pm 2 \sqrt{1-\epsilon^2} (S(v) - C(v))]]$$

Remarquons que les fonctions $C(v)$ et $S(v)$ étant impaires,

$T^2(v)$ est paire ; Donc, pour une valeur donnée de ϵ , les courbes

$$(I/I_0) = \frac{1}{2} [(1+\epsilon) + 2 T^2 + \sqrt{1-\epsilon^2} (S-C)] = f_1(v)$$

et
$$(I/I_0) = \frac{1}{2} [(1+\epsilon) + 2 T^2 - \sqrt{1-\epsilon^2} (S-C)] = f_2(v) - f_1(-v)$$

se correspondent par l'application $(v) \rightarrow (-v)$, ce que l'on attendait de par la symétrie physique du système. Nous avons reporté sur les figures 101a et 101b respectivement les graphes des fonctions $T^2(v) = S^2(v) + C^2(v)$ et $S(v) - C(v)$ à partir desquels nous avons tracé quelques courbes $I/I_0 = f(v)$ pour les valeurs remarquables suivantes de ϵ :

• $\epsilon = -1 \Leftrightarrow k(n_1 - n_2)z_0 = (2k+1)\pi$, soit $I/I_0 = 2 T^2$ (figure 101c).

• $\epsilon = 0 \Leftrightarrow k(n_1 - n_2)z_0 = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, soit

$$I/I_0 = \frac{1}{2} (1 + 2 T^2 \pm 2(S-C)) \text{ (Figure 101d)}$$

• $\epsilon = + \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow k(n_1 - n_2)z_0 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ soit

$$I/I_0 = \frac{1}{2} [1,87 + 0,13 T^2(v) \pm \frac{S-C}{2}]$$

Remarquons simplement que l'interfrange et le contraste dépendent essentiellement de la différence d'indices $(n_1 - n_2)$ pour une épaisseur z_0 donnée.

b) Cas d'un échelon de forme quelconque

Dans la plupart des cas, l'échelon de phase constitue une bonne approximation et toute discontinuité à courbure faible apparaîtra dans le champ bordée de franges de diffraction, d'autant plus serrées et contrastées que la discontinuité sera forte.

Ainsi certains phénomènes masqués en ombroscopie incohérente, à cause du lissage provoqué par le décalage des franges dû à la dispersion des fréquences, seront visibles en éclairage cohérent, qui superpose à la modulation géométrique observée, une modulation fine ressemblant à des franges de contour. En effet, la plupart des discontinuités se rapprochent du schéma de la figure 102.

L'intégrale se décompose donc en deux parties :

$$\int_{-\infty}^0 \quad \text{s'apparente à un demi-plan transparent}$$

$$\int_0^{+\infty} \quad \text{représente l'échelon proprement dit (indépendant de } \eta \text{)}$$

$$\underline{E}(B) = \frac{-j}{1+j} \cdot \underline{E}_0 \cdot \frac{\exp(-jkz_3)}{z_3} \cdot \left(\frac{\sqrt{2\eta z_3}}{\sqrt{jk}} \right) \left\{ \frac{\sqrt{\pi z_3}}{j\sqrt{k}} \left(\frac{1}{2} - S(v) \right) + j \left(\frac{1}{2} - C(v) \right) \right\} \cdot \exp(-jkn_1 z_0) \left. + \left[\int_0^{\infty} \exp(-jkn_2 z(\xi)) \cdot \exp\left(-\frac{jk(u-\xi)^2}{2}\right) d\xi \right] \right\}$$

dans le cas d'un système à une dimension.

Notons que dans le cas d'objets de phase de petites dimensions, la diffraction sera plutôt nuisible, la forme " géométrique " témoin de l'objet de phase apparaissant brouillée par un système de franges complexes. Quoi qu'il en soit, dans le cas de systèmes tridimensionnels, la visualisation obtenue reste toujours très complexe à exploiter.

IV - 2 - 2. Influence de la turbulence. (11) (91) à (101)

Un écoulement turbulent se présente comme un objet de phase inhomogène, au sein duquel peut apparaître une structure stationnaire. Ainsi, en tout point, l'indice de réfraction du milieu peut s'écrire

$$n = \langle n \rangle + n_f \quad \text{où} \quad \langle n_f \rangle = 0$$

a) Point de vue géométrique (11) (91)

Dans le cas d'un éclairage incohérent, la turbulence du milieu aura pour effet une fluctuation de la direction des rayons lumineux. Si l'on envisage un pinceau étroit vis à vis du volume de turbulence, sa trace sur l'écran va évoluer de façon aléatoire.

a - 1. Domaine des déviations faibles.

C'est le cas lorsque les turbulences sont faibles, ou, pour des turbulences fortes, lorsque la distance traversée est petite (91). Pour des temps de pose courts (inférieurs au temps de corrélation des turbulences) la trace du pinceau n'est pas altérée, et reste identique à celle du pinceau dans l'espace libre ; celle-ci est légèrement décalée par rapport à son trajet initial.

Dans ce cas, les fluctuations des rayons provoquent une modulation d'éclairement, révélant la présence du phénomène et l'image d'un jet stationnaire noyé dans une gaine de turbulence apparaît nécessairement déformée. On est alors amené à effectuer un ensemble de corrélations destinées à extraire le signal du bruit. Notons que les turbulences étant aléatoires, ces corrélations s'effectuent d'elles-mêmes lors d'un temps d'exposition plus élevé.

Pour des temps de pose longs, les modulations précédentes s'effacent progressivement ; la valeur moyenne des turbulences étant nulle, la position moyenne du faisceau demeure inchangée ; par contre, de par ses fluctuations aléatoires, la trace de celui-ci semble s'élargir, provoquant ainsi un flou du cliché. Ainsi, une structure stationnaire fixe (onde de choc) observée en ombroscopie à travers un volume de turbulence perdra-t-elle sa netteté (frange noire ourlée d'une frange brillante) pour donner des franges élargies dans un premier temps, puis un fond continu gris.

a - 2. Déviations fortes.

Elles se produisent à grande distance, ou dans le cas de turbulences suffisamment fortes. Les phénomènes ne diffèrent pas sensiblement des précédents dans le principe. L'observation avec des temps de pose longs fait apparaître un fort élargissement du pinceau lumineux, et partant, un brouillage et une perte de contraste importants.

Par contre, pour des temps de pose courts, les positions diverses des rayons sont distinctes, et un pinceau étroit incohérent " se casse " en plusieurs petits morceaux distincts, provoquant l'apparition d'un " speckle " incohérent, aisément observable.

b) Le point de vue de la diffraction de Fresnel

Là encore, l'influence du temps d'observation est primordiale (93) ; en effet, quelle que soit la rapidité des phénomènes fluctuants (fluctuations fines à spectre de fréquence élevé) le système est figé par l'onde électromagnétique durant la traversée du milieu par celle-ci. Donc, à chaque instant, la figure de diffraction observée représente l'état du système au temps de propagation près ; pour des expositions de courte durée, elle se compose généralement d'un treillis de franges régulières déformées aléatoirement, engendrées par la structure stationnaire du jet, auxquelles se superpose un réseau de franges réparties au hasard de fréquences spatiales d'autant plus élevées que les turbulences qui les engendrent sont fines (objets de phase faibles).

b - 1. Cas des turbulences faibles.

Dans les zones de turbulence faible, ou lorsque l'épaisseur du volume traversé est petite, l'onde subit des déformations peu importantes qui se traduisent sur l'écran par un éclaircissement périodique, évoluant au cours du temps. Les sources secondaires fictives du plan de sortie demeurent dans l'ensemble cohérentes entre elles, et peuvent interférer.

Un temps de pose long provoque évidemment un brouillage des franges, et un lissage apparaît, faisant disparaître progressivement les structures périodiques aléatoires (les plus fines disparaissant bien sûr en premier).

Par contre, une structure stationnaire (discontinuité due à une onde de choc) demeure visible, au cours de la pose, sa forme n'étant pas altérée ; la turbulence provoque seulement une perte de contraste du phénomène. Le cliché prend alors la forme d'une ombroscopie " géométrique " à laquelle se superpose un réseau de franges au niveau des discontinuités fortes. Bien sûr, pour des temps de pose plus longs les phénomènes "géométriques" précédemment

cités interviennent et provoquent la disparition des franges.

b - 2. Turbulences fortes.

C'est le cas lorsque le taux de turbulence est élevé, ou lorsque l'épaisseur turbulente traversée est grande. Les variations de phase "aléatoires" lors du trajet de l'onde dans le milieu sont alors importantes. L'onde lumineuse est "froissée spatialement", et la surface d'onde n'est plus définie, les sources fictives réparties sur une surface "propre" ne sont plus cohérentes entre elles et le cliché obtenu est alors purement "géométrique".

Ainsi, la mesure de la perte de cohérence d'un faisceau à la traversée d'un milieu turbulent est-elle un moyen puissant d'analyse du niveau de turbulence traversé (92), (99).

Le comportement d'une onde à la traversée d'un milieu turbulent a été longuement étudié, en particulier dans le domaine des télécommunications et de l'astrophysique, afin de prévoir les déformations d'un signal lors de sa propagation dans l'atmosphère et d'extraire ainsi l'information du bruit de fond important ; les méthodes classiques du traitement du signal s'appliquent donc au "décodage" des clichés obtenus ; plus récemment, ces techniques ont été développées afin d'acquérir des données importantes sur le milieu turbulent lui-même, et ont conduit à considérer le traitement de la turbulence de manière analogue à celui des signaux aléatoires. La littérature dans ce domaine est surabondante (91) à (102), montrant l'importance du développement de ces techniques lors de ces dernières années. Bien que nous nous trouvions confrontés à ce problème, nous nous bornons à donner ici les indications sommaires indispensables à l'exploitation des clichés obtenus ; l'étude détaillée de la turbulence par les méthodes optiques ouvre d'innombrables possibilités déjà largement employées et sort du cadre de ce travail, où nous utilisons une technique existant déjà, modifiée de façon originale pour contrôler certains de nos résultats. Notons cependant que ce domaine doit constituer une voie future, dans l'axe de recherche de notre Laboratoire orienté vers le traitement optique du signal.

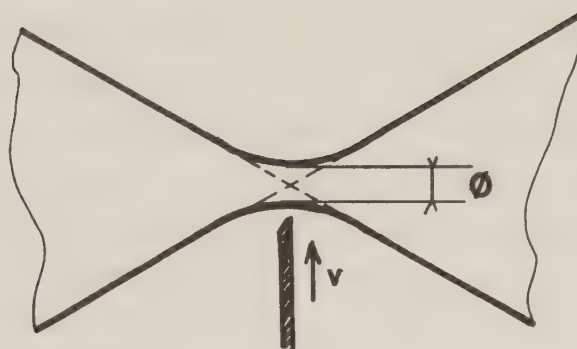


Figure 103

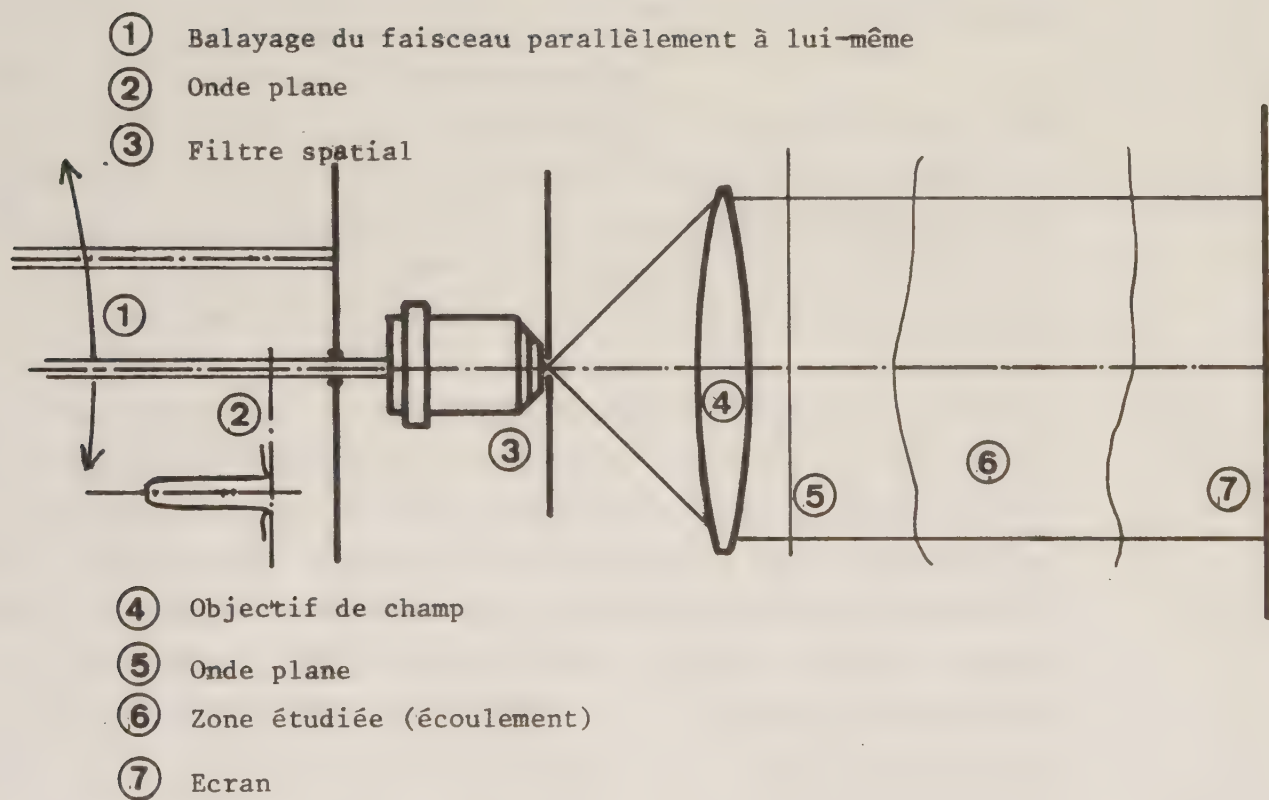


Figure 104

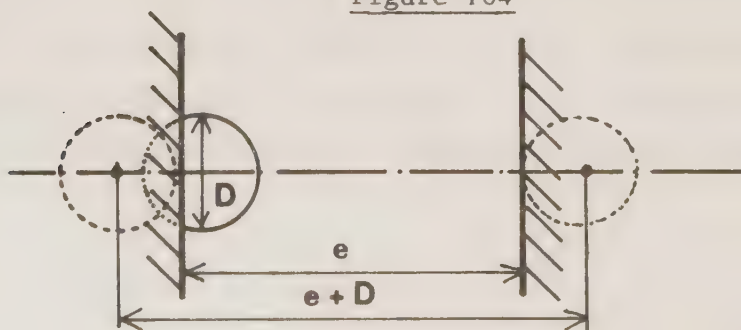


Figure 105

IV - 3. OMBROSCOPIE EN LUMIERE COHERENTE, A TEMPS DE POSE REGLABLE.

Nous venons de voir dans le paragraphe précédent l'importance du rôle joué par le temps d'exposition sur le cliché ombroscopique . C'est pourquoi nous avons été amenés à étudier un montage à temps de pose très court réglable. Les obturateurs mécaniques les plus sophistiqués ne descendent guère au dessous du millième de seconde.

Il est possible d'obturer le faisceau incident en un point de focalisation avec des temps très courts (Figure 103).

La durée d'exposition dans ces conditions est de l'ordre de $\tau = \frac{\phi}{v}$. Un obturateur à rideaux de largeur de fente de l'ordre du millimètre pourrait ainsi donner des expositions voisines de la microseconde. Il est certes difficile de descendre au dessous de ces valeurs. Par ailleurs, la vitesse d'obturation est difficilement contrôlable et la prise de vue doit s'effectuer en pose T , dans l'obscurité complète. Le montage d'ensemble est donc très difficile à mettre en oeuvre dans le cadre d'essais en soufflerie où divers paramètres doivent être contrôlés en permanence. Là encore, notre expérience dans la réalisation de nappes lumineuses fines nous a été grandement profitable.

IV - 3 - 1. Montage proposé

a) Principe de la méthode

La réalisation d'une ombroscopie en éclairage cohérent nécessite donc l'emploi d'une source cohérente (Laser), filtrée spatialement (Figure 104) de façon classique.

Notons alors que l'onde incidente étant plane, une translation de celle-ci parallèlement à elle-même ne modifie pas le phénomène observé. Seule la répartition d'énergie dans le champs se trouve modifiée. Une telle translation peut être effectuée par le balayage d'un pinceau laser focalisé à grande distance (onde sensiblement plane).

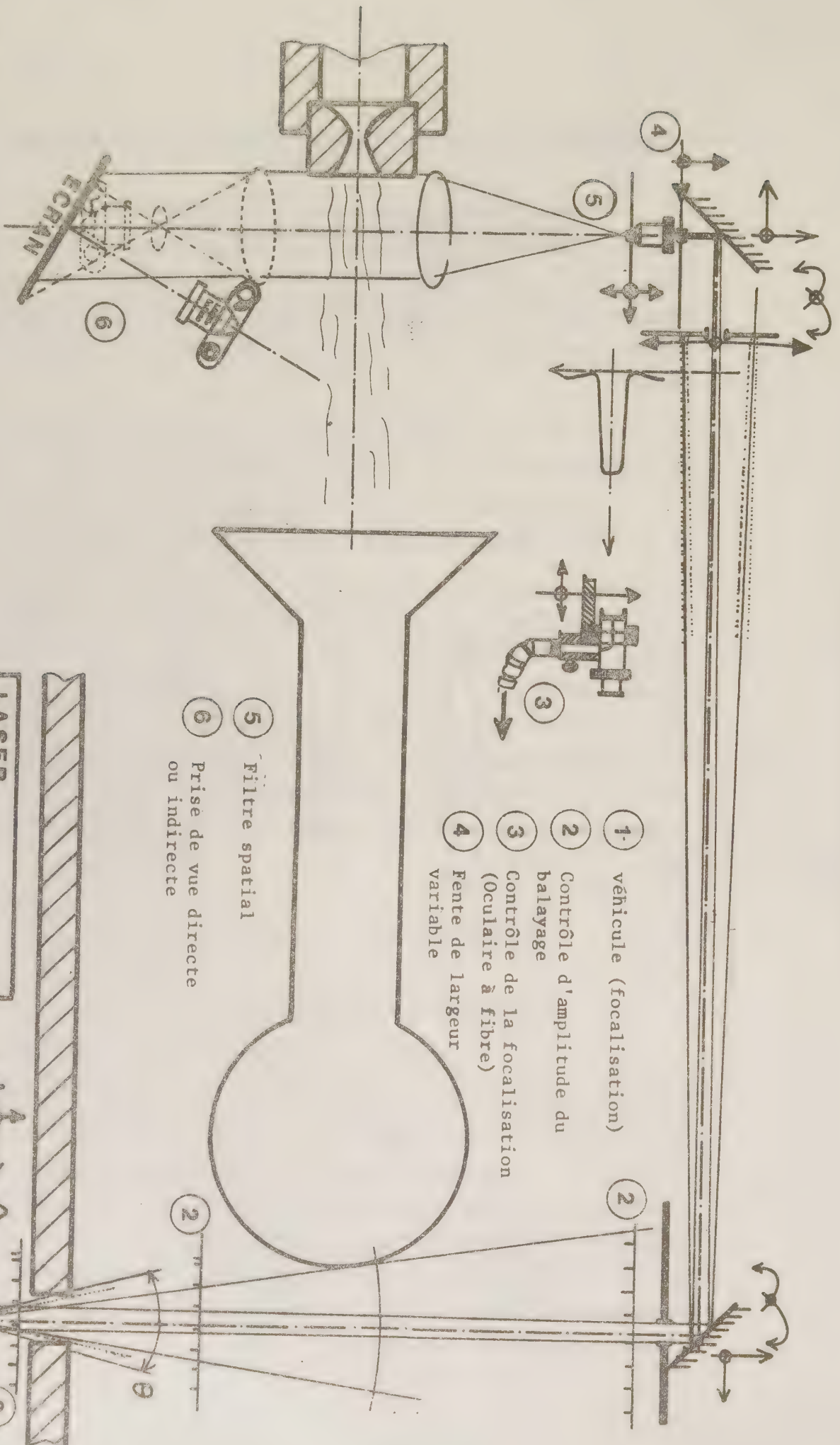


Schéma de principe des ombroscopies cohérentes à temps de pose réglable

Figure 106

Le balayage du pinceau lumineux de diamètre D devant une fente de largeur e à peu près égale au diamètre du faisceau (de sorte que la figure de diffraction n'apparaisse pas dans l'image observée) détermine le temps d'exposition au cours d'un passage (Figure 105).

Si v est la vitesse de passage du pinceau lumineux, la durée globale d'exposition est alors $\tau = \frac{e + D}{v}$

Si a est la largeur du balayage, supposé sinusoïdal ($x = \frac{a}{2} \cos \omega t$), T sa période, N sa fréquence, sa vitesse au centre du balayage s'écrit $v = \pi \frac{a}{T} = \pi a N$

D'où :

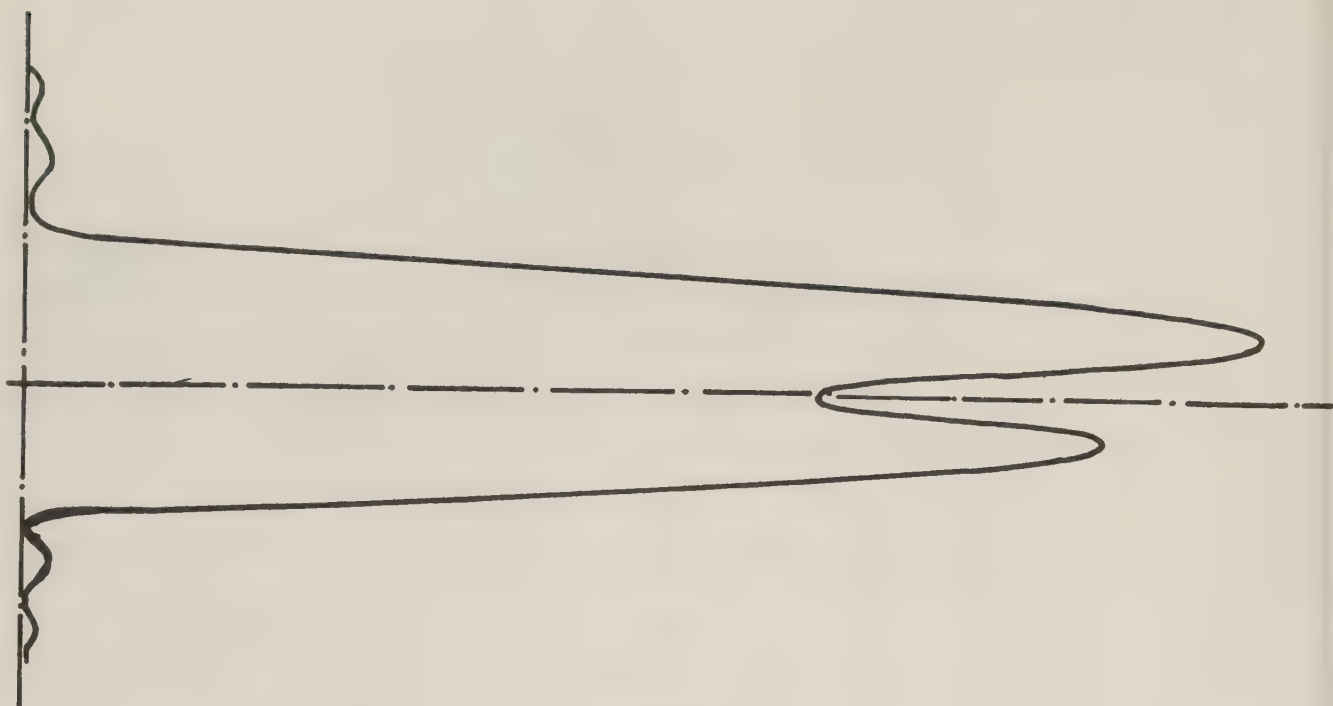
$$\tau = \frac{e + D}{\pi a N} \neq \frac{2D}{\pi a N}$$

Pour une fente de largeur égale à $1mm$, une fréquence de balayage de 1.000 Hz et une amplitude de $1m$, le temps de pose est égal à $\frac{2}{\pi} \mu s$, soit de l'ordre de 600 ns . Or, ces valeurs sont aisément réalisables à l'aide d'un matériel très peu sophistiqué. L'utilisation de déviateurs rapides à fréquence variable, munis d'un signal " single step " laisse présumer des temps ultra courts réalisables et ajustables à loisir, que l'on peut atteindre ($\tau \ll 1ms$).

b) Montage effectué.

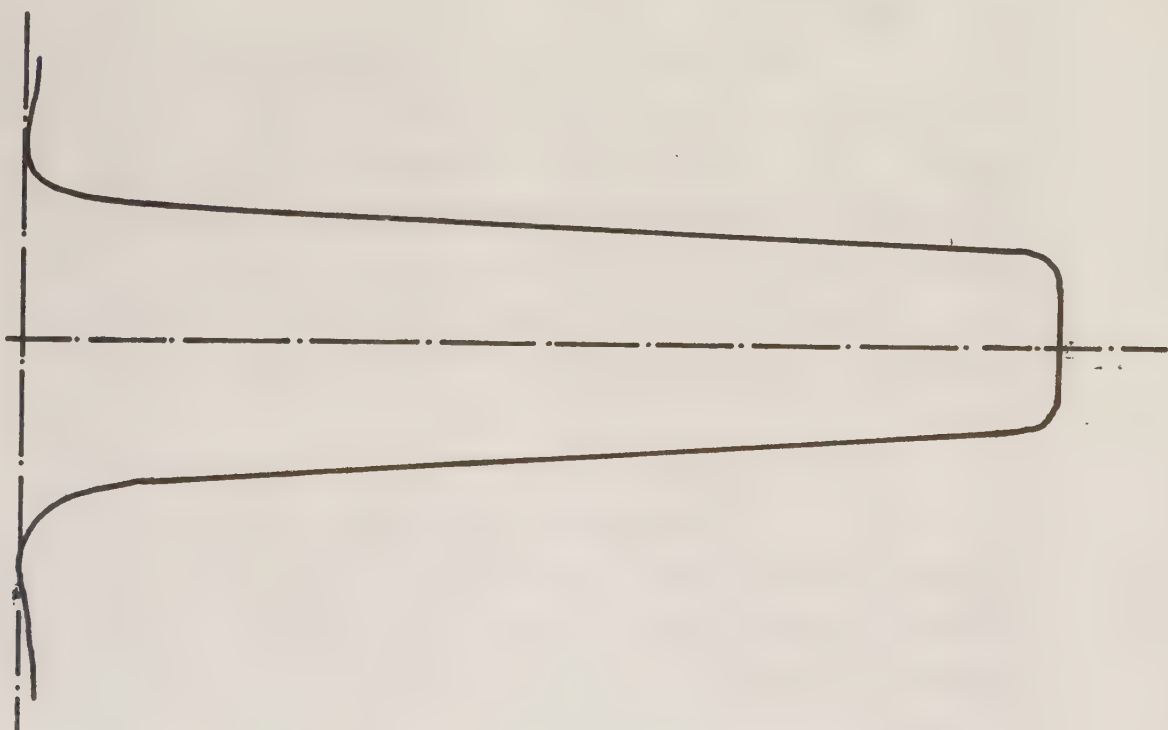
Le montage réellement effectué est schématisé sur la figure 106. Des caches interposés sur le faisceau permettent de s'affranchir des inconvénients dûs au balayage (nappe large influençant les mesures de lumière) . La distance d entre le vibreur et la fente est de $7,81 \text{ m}$. La distance d_0 de repérage de la largeur du balayage a est de $2,30 \text{ m}$. On peut dire que :

$$a = \frac{a_0}{d_0} d$$



a) Tache défocalisée

Profil énergétique de la tache lumineuse



b) Tache focalisée

Figure 107

Le dispositif de focalisation est dans ce cas légèrement modifié. En effet, dans le problème de la réalisation de nappes lumineuses pour l'étude de la diffusion, le but recherché était une focalisation intense de manière à condenser au mieux la puissance ; le véhicule était donc constitué d'optiques à grande ouverture de manière à collecter le maximum d'énergie. L'approximation gaussienne se justifiait ici pleinement, compte-tenu de la structure de sortie du faisceau laser. Dans ce cas, tout en recherchant une énergie élevée, il est indispensable de créer à distance une tache lumineuse bien définie. Le dispositif de focalisation assure, en plus, une première fonction de filtrage.

L'onde issue du laser est diaphragmée en limite du faisceau par un trou circulaire D_1 , de diamètre sensiblement égal à celui du faisceau atténué à $1/e$ (1,5 mm environ). La lentille L_1 , en donne la transformée de Fourier dans son plan focal, dont la lentille L_2 , de 30 cm de distance focale, donne une image à 7m environ, c'est-à-dire à l'infini ; l'ensemble réalise ici une transformée de Fourier double, régénérant ainsi à grande distance la fonction trou (Imagerie cohérente classique). Le profil énergétique de la tache lumineuse réalisée est donné figure 107. Nous voyons que dans ce cas, le remplacement de la tache par une fonction " trou " à fronts raides ou trapézoïdaux est une excellente approximation.

L'enregistrement est effectué à l'aide d'un appareil photographique classique, soit par prise de vue de l'écran, ou par formation de l'image directement sur le film. Ce dernier procédé, beaucoup moins commode, a toutefois l'avantage de gagner considérablement en énergie, et partant, d'abaisser les limites du système, ou, pour des performances égales, d'utiliser un laser de puissance réduite (He - Ne par exemple). Toutefois l'utilisation d'un balayage séquentiel et d'un appareil à obturateur à rideaux n'est pas aussi simple et mérite un développement particulier, par ailleurs il est bon de se pencher également sur les problèmes de lumination correcte du film, l'enregistrement n'ayant rien de commun avec les clichés classiques.

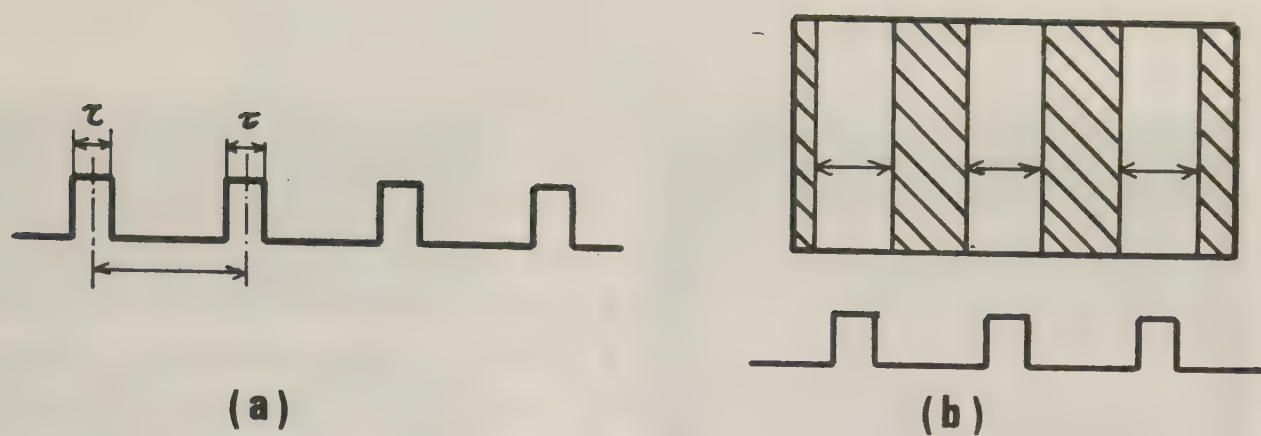


Figure 108

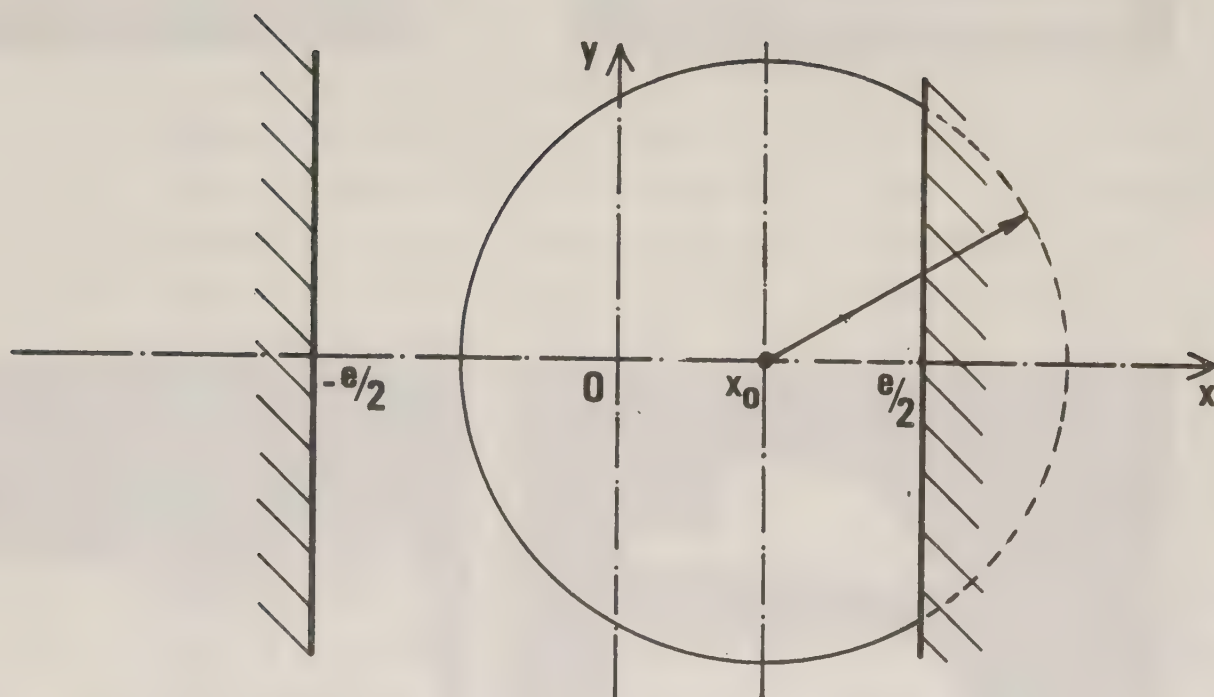


Figure 111

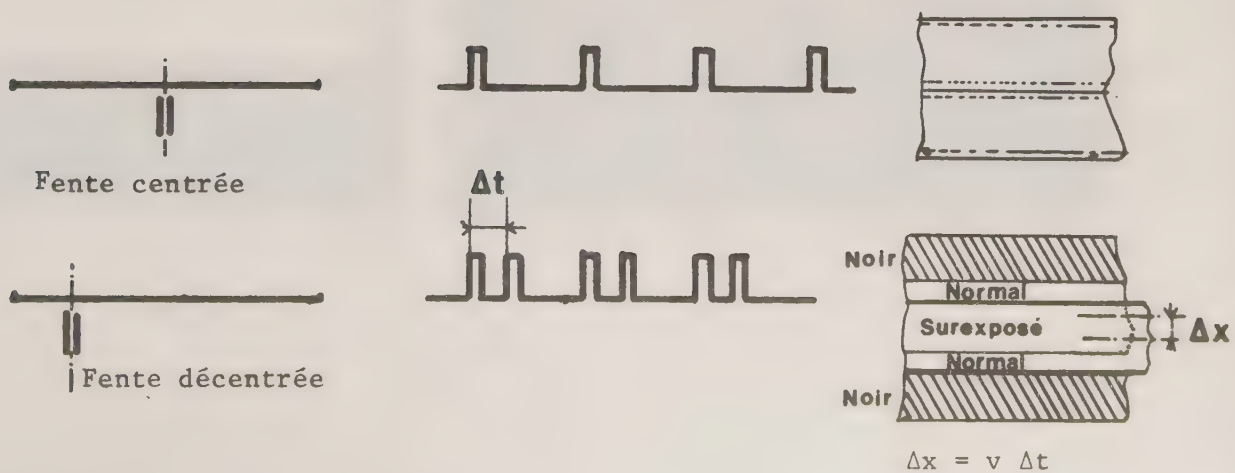


Figure 113

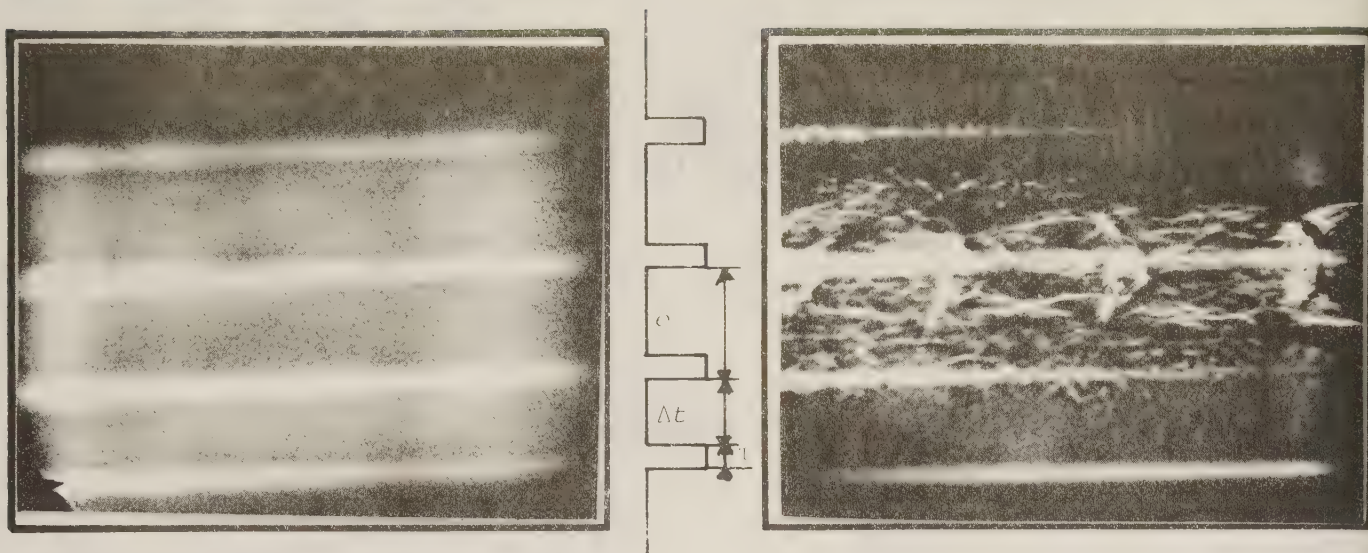


Figure 109

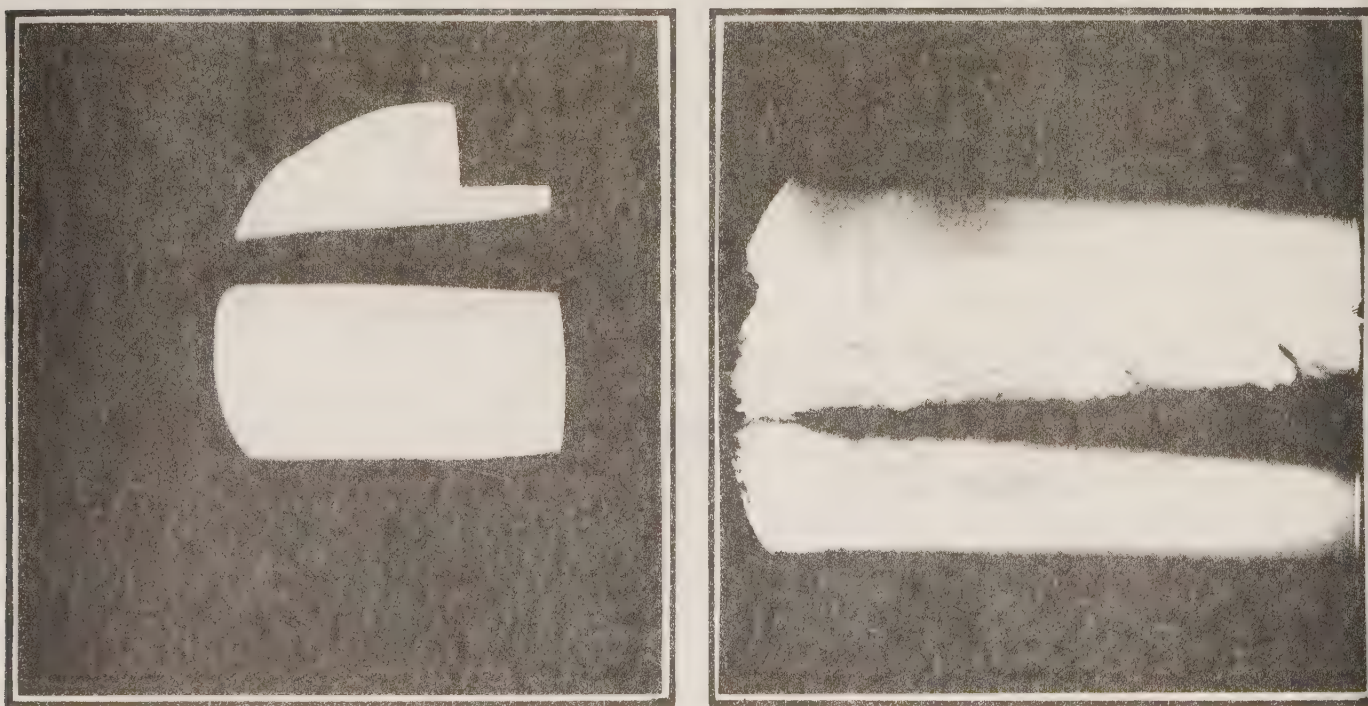


Figure 110

IV - 3 - 2. Le mode d'enregistrement.

a) Les problèmes dus à l'obturateur à rideaux

Nous venons de voir que l'obtention de temps de pose très courts nécessitait l'emploi d'une fréquence de balayage élevée ; soit τ la durée de passage du faisceau lumineux devant la fente ; τ s'apparente à la durée d'un éclair lumineux. Lorsque le balayage est centré sur la fente, les éclairs sont donc espacés de la durée $\frac{T}{2}$ (Figure 108 a).

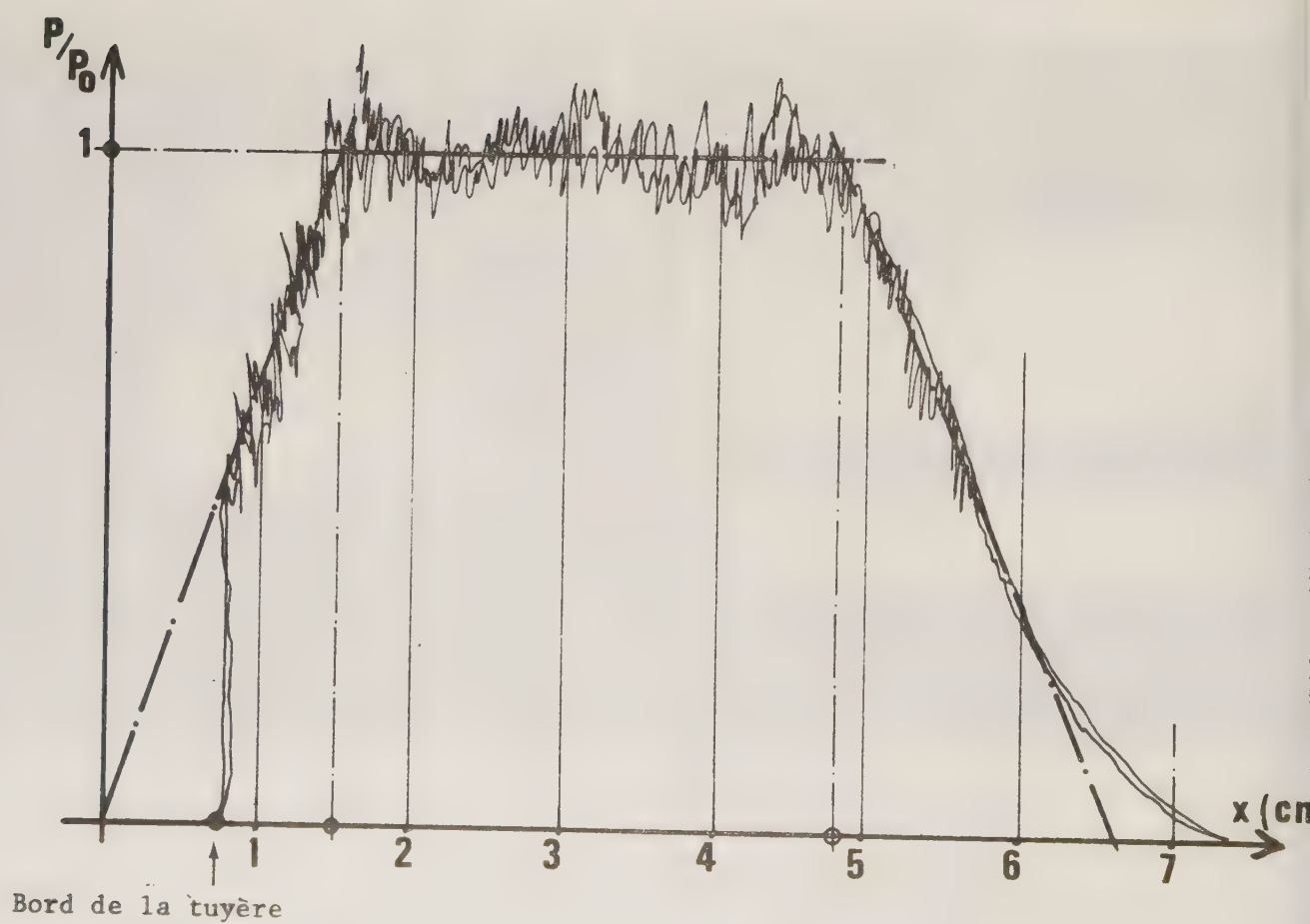
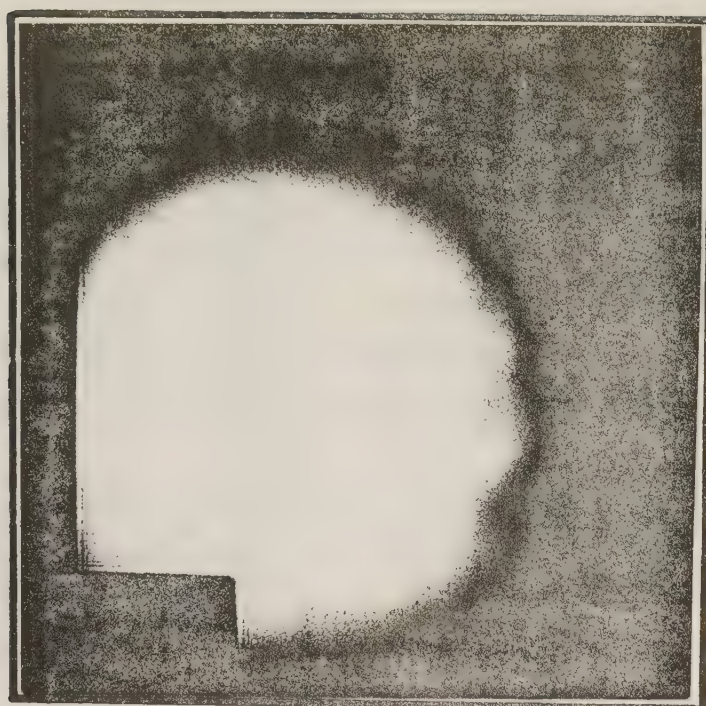
Or le système d'obturateur à rideaux (obturateur à lames, type SEIKO pour le Minolta XD 7) réalise en fait lui-même une fente de largeur variable, réglable en fonction du temps de pose. Soit v la vitesse des rideaux, et e la largeur de la fente, le temps d'exposition d'un point sera donc ici aussi $\Delta t = \frac{e}{v}$ (figure 108 b). Il est évident que pour un éclairage par " éclairs ", l'exposition correcte est réalisée lorsque la période des éclairs est égale au temps mis par la fente pour se déplacer de sa propre longueur, et ceci lorsque la durée τ des éclairs est petite devant le temps Δt . Ceci nous donne donc $\Delta t = \frac{T}{2}$, soit $N = \frac{1}{2 \cdot \Delta t}$; la limite supérieure de Δt est dans le cas de notre appareil de un millième de seconde ce qui nous donne $N = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2}} = 500 \text{ Hz}$. L'influence de

la durée des éclairs se traduit par un chevauchement des diverses bandes éclairées donnant des franges " bougées " et légèrement superposées (Figure 109). Notons que ce test constitue un contrôle facile d'une exposition correcte ou incorrecte (Figure 110) .

Remarques. * Les clichés obtenus sont donc constitués de diverses bandes juxtaposées à des instants différents.

* La largeur et la forme des bandes n'est donc pas constante : ceci est dû à la forme des lames de l'obturateur.

* Il est impossible de fixer la position de la première bande.



Tache lumineuse et analyse photométrique

figure 112

b) Détermination de la lamination correcte

Le calcul de l'éclairement ne peut être conduit de la même manière que dans le cas d'un balayage simple ; en effet, dans le cas d'un balayage, la fonction éclairement de l'image était continue ; ici la présence d'un diaphragme provoque nécessairement des discontinuités. La figure observée sur l'écran est fixe, et l'éclairement en un point est variable au cours du temps, à cause du déplacement de la tache. Celle-ci, de symétrie circulaire, se déplace suivant l'axe des x ; elle est représentable par une fonction de la forme. (figure 111).

$$\begin{cases} I(M) = I \left[x + x_0(t), y \right] \text{ pour } x_0 \in \left[-\frac{e}{2}, +\frac{e}{2} \right] \\ I(M) = 0 \text{ ailleurs} \end{cases} \quad (e = \text{largeur de la fente.})$$

Il est évident que dans ces conditions, tout point est éclairé pendant le temps de passage du spot lumineux, et que l'éclairement est uniforme, pour $v = \text{cste}$, le long de Ox , mais est décroissant le long de Oy . Ceci fixe les dimensions imposées à l'objectif de champ pour un filtre spatial donné. En effet, en un point éclairé à la distance y de l'axe, pour un disque uniformément lumineux, l'énergie proportionnelle à la longueur $2\sqrt{R^2 - y^2}$; si l'on ne désire pas de variations d'éclairement dans l'objet supérieures à 10% on devra donc avoir :

$$\frac{\sqrt{R^2 - y^2}}{R^2} = \frac{90}{100} \neq 1 - \frac{y^2}{2R^2}$$

soit,

$$R = y \sqrt{5} = 2,23 y$$

Dans notre cas, nous avons un objet tel que $2y = 2\text{cm}$, ce qui nous conduit à un ensemble donnant un disque uniformément lumineux de 5 à 6 cm. L'analyse de la puissance dans le disque montre que nous pouvons admettre une structure trapézoïdale avec une bonne approximation (Figure 112) ; quelle que soit cette structure, celle-ci peut être reconstituée à partir d'un empilement de disques uniformément éclairés, d'où l'intérêt du calcul de l'énergie engendrée par un disque se translatant.

b - 1. Cas d'un disque lumineux éclairé uniformément.

Nous supposons que le balayage est centré et d'amplitude grande devant la largeur e de la fente ; ainsi la vitesse v est constante et les effets de bord sont négligeables. L'énergie recueillie en un point (x, y) éclairé pendant le temps dt avec l'intensité I_0 s'écrit

$$d^3 E = I_0 dx dy dt$$

soit au cours d'une traversée du disque

$$d^2 E = I_0 dx dy t_0$$

$t_0 = \frac{2 \sqrt{R^2 - y^2}}{v}$ représentant le temps de passage du disque à la cote y . Il vient donc, pour l'énergie totale :

$$E = 4 \frac{I_0}{v} \int_{-e/2}^{e/2} dx \int_0^R \sqrt{R^2 - y^2} dy$$

$$E = I_0 \frac{\pi R^2 e}{v} = P_0 \frac{e}{v}$$

P_0 étant la puissance répartie dans le disque.

b - 2. Eclairement non uniforme mais à symétrie de révolution.

Pour une tache à symétrie circulaire on peut donc écrire :

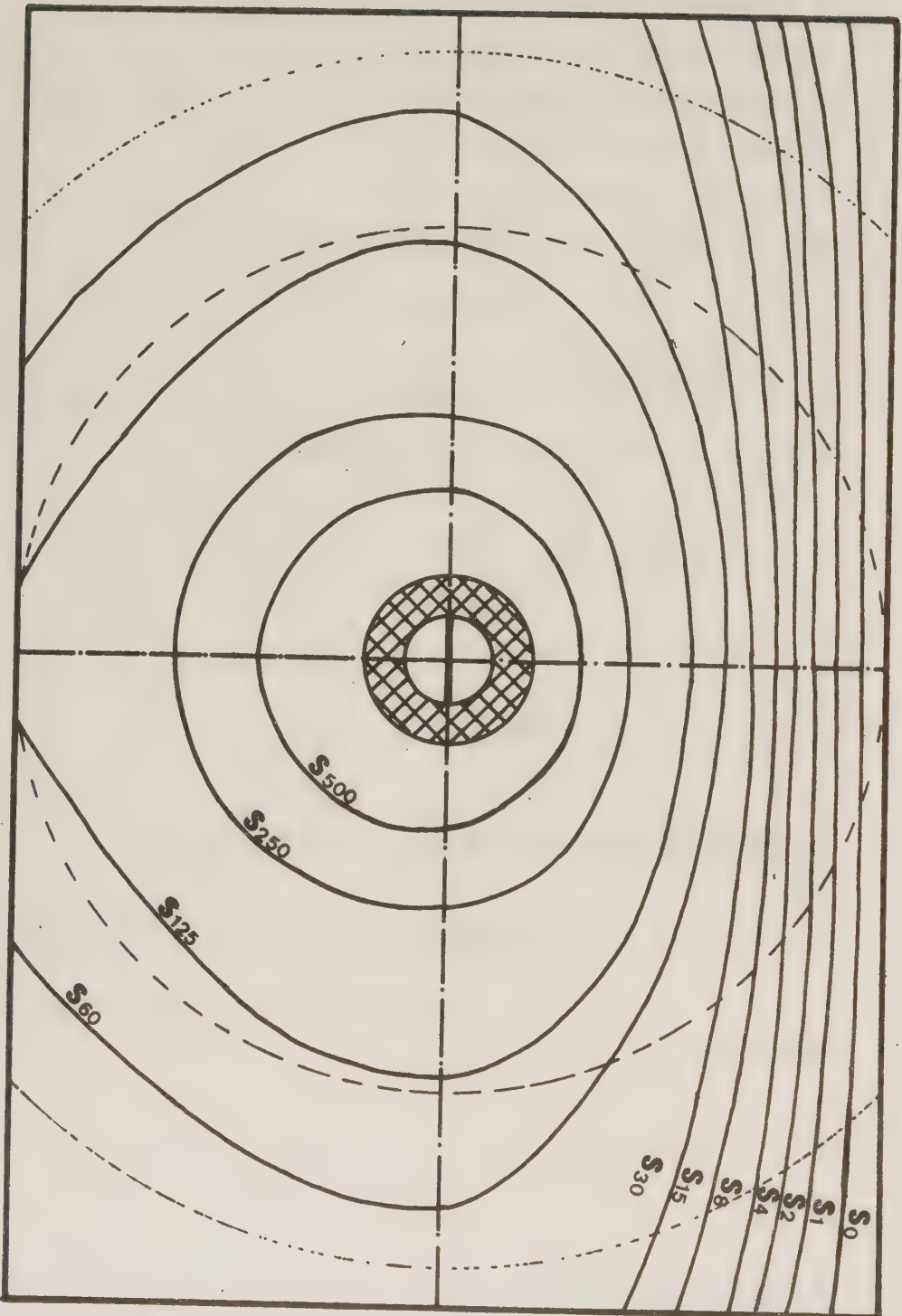
$$E = \sum_k P_{ok} \frac{e}{v} = P_{OT} \frac{e}{v}$$

où P_{ok} est la puissance contenue dans un disque élémentaire et P_{OT} la puissance lumineuse totale contenue dans la tache. Tout se passe comme si celle-ci était immobile et observée pendant le temps $\Delta t = \frac{e}{v}$ alors que la durée réelle du balayage est

$$\tau = \frac{e + D}{v}$$

$$\frac{T_V}{T_C} \neq \frac{1}{23814} \left(1870 + \frac{1700}{2} + \frac{5270}{4} + \frac{1590}{8} + \frac{980}{16} + \frac{400}{32} + \dots \right) \neq \frac{4352}{23814} = \frac{1}{5,52}$$

Figure 114



S_T	=	23 814
S_{500}	=	1 870
S_{250}	=	1 700
S_{125}	=	5 270
S_{60}	=	4 400
S_{30}	=	5 900
S_{15}	=	1 050
S_8	=	800
S_4	=	750
S_2	=	700
S_1	=	690
S_0	=	684

Pour $e \neq D$ on a la relation $\tau = 2\Delta t$; le temps d'exposition moyen est donc sensiblement la moitié du temps de balayage.

Remarque. Le calcul simple reste vrai tant que la vitesse v reste

constante et l'amplitude du balayage grande devant la largeur de la fente ; la première condition est toujours remplie lorsque la fente est centrée sur le balayage (condition indispensable pour avoir une bonne synchronisation avec les rideaux de l'obturateur) (Figure 113).

La deuxième condition assure l'uniformité du champ (pas de chevauchement propre aux effets de bord). Notons que ces deux conditions vont dans le même sens.

b - 3. Calcul des conditions d'exposition.

Nous venons de voir que l'énergie contenue dans l'image est finalement celle que l'on aurait si l'on exposait l'image immobile à plein éclairement pendant le temps Δt . La mesure de la puissance totale nous permet donc la détermination des temps de pose équivalents Δt et réels τ .

La tache lumineuse réalisée remplit à peu près la largeur du champ ; sa luminosité est telle que l'on mesure pour une sensibilité de 800 ASA, une exposition située autour de $\frac{1}{500}$ s à $f/16$

La sensibilité du film utilisé (ILFORD HPS 400 ASA , noir et blanc ou inversible EKTACHROME 400 ASA) est poussée jusqu'à 3200 ASA soit pour $f/16$ $\tau \approx \frac{1}{2000}$ s .

Nous avons à faire ici à un objet dont l' - éclairement est sensiblement uniforme, et il faut tenir compte des corrections imposées par la pondération de la mesure ; celle-ci nous conduit à une surexposition d'un facteur 5 à 6 dans ces conditions (Figure 114).

L'exposition nominale correcte serait donc pour la puissance donnée, à diviser par 5 à 6 ; toutefois, si l'on tient compte de la perte de sensibilité du système vers le bleu, nous appliquons simplement un facteur correctif de 4 , ce qui nous conduit à la gamme suivante de possibilités.

Ouverture	Δt
$f/16$	$\frac{1}{8000} = 125 \text{ } \mu\text{s}$
$f/11$	62,5 μs
$f/8$	31,25 μs
$f/5,6$	15,63 μs
$f/4$	7,88 μs
$f/2,8$	3,90 μs
$f/2$	1,95 μs
$f/1,4$	980 ns
$f/1,2$	650 ns

Nous avons pris une fente de largeur 2 mm ,
sensiblement égale au diamètre du faisceau ($e = D$) de sorte qu'il
n'apparaisse dans la figure aucune frange de diffraction due à la fente.
Dans ces conditions $\tau = 2 \Delta t$; la distance entre le vibreur est $L = 7,81 \text{ m}$
et la largeur a (amplitude $= \frac{a}{2}$) du balayage est mesurée à $l = 2,30 \text{ m}$
après le prisme.

Nous avons montré que $\tau = \frac{e + D}{v}$ avec
 $v = 2 a N$ pour un balayage linéaire et $v \neq \pi a N$ en sinusoïdal.

Nous utilisons ici un balayage sinusoïdal
sensiblement plus rapide au centre, pour $e = D$

$$\tau = \frac{2D}{\pi a N} = 2 \Delta t$$

soit : $a = \frac{D}{\pi N \Delta t}$

Ceci nous conduit à des largeurs de balayage ayant les valeurs ci-dessous :

f	Δt	a (à 7,81 m)	a' (à 2,30 m)
$f/16$	125 μs	1,01 cm	3 mm
$f/11$	62,5 μs	2,03 cm	6 mm
$f/8$	31,25 μs	4,1 cm	12 mm
$f/5,6$	15,63 μs	8,2 cm	24 mm
$f/4$	7,82 μs	16,2 cm	48 mm
$f/2,8$	3,90 μs	32,6 cm	96 mm
$f/2$	1,96 μs	65,2 cm	192 mm
$f/1,4$	900 ns	130,4 cm	384 mm
$f/1,2$	650 ns	196 cm	377 mm

IV - 3 - 3. Résultats obtenus.

Ils sont représentés sur les figures 115, montrant l'évolution des clichés obtenus en fonction du temps de pose et mettant clairement en évidence l'influence de la turbulence du système.

. Pour des temps de pose longs, nous observons la structure moyenne, dite " structure cohérente du jet " , c'est une structure stationnaire ; très forts en sortie de la tuyère autour de laquelle la turbulence est faible, le contraste et la netteté s'affaiblissent progressivement sans qu'il soit possible d'affirmer s'il s'agit d'une évolution du jet lui-même, ou de perturbations dues à la turbulence.

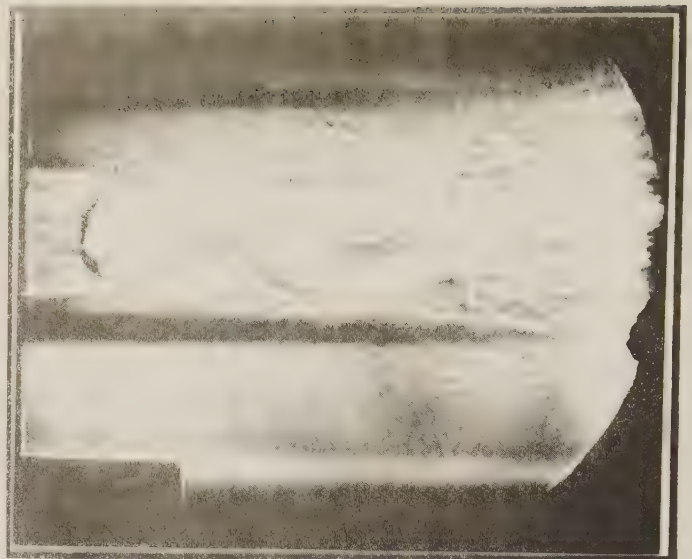
. Pour des temps de pose voisins mais inférieurs au millième de seconde, nous observons l'apparition d'un " speckle " fortement gênant, essentiellement dû à la rugosité de l'écran; la distance de travail est ici trop courte pour envisager un " speckle géométrique "

1)



$T = 1/60 \text{ s}$

4)



$T = 500 \mu\text{s}$

2)



$T = 1/250 \text{ s}$

5)



$T = 120 \mu\text{s}$

3)



$T = 1/1000 \text{ s}$

6)



$T = 60 \mu\text{s}$

Figure 115 : Ombroscopies en jet libre pour une
tuyère $M = 2$. $P_0 = 4 \text{ bars}$

(1,2,3 : éclairage cohérent)

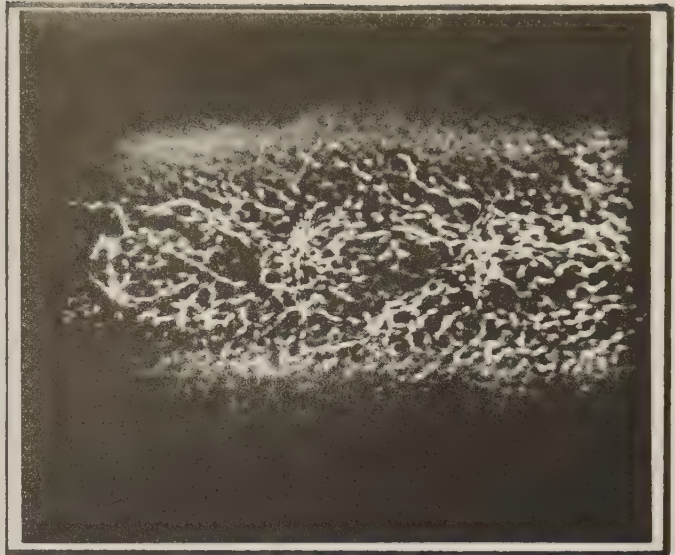
(4,5,6 : éclairage partiellement incohérent)

7)



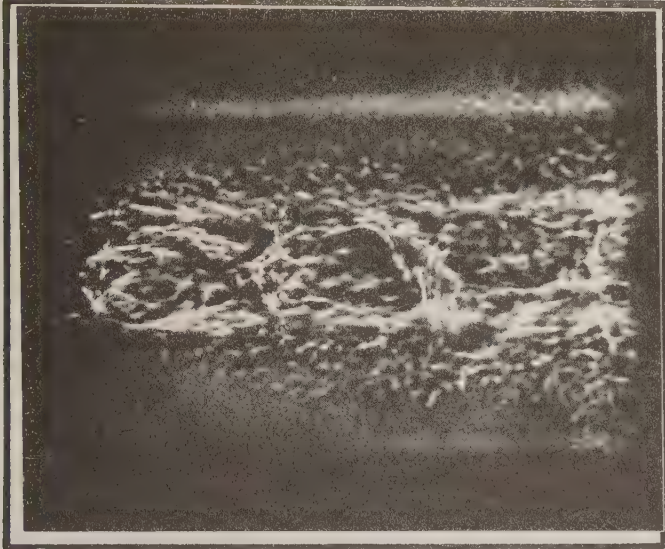
$T = 30 \mu s$

10)



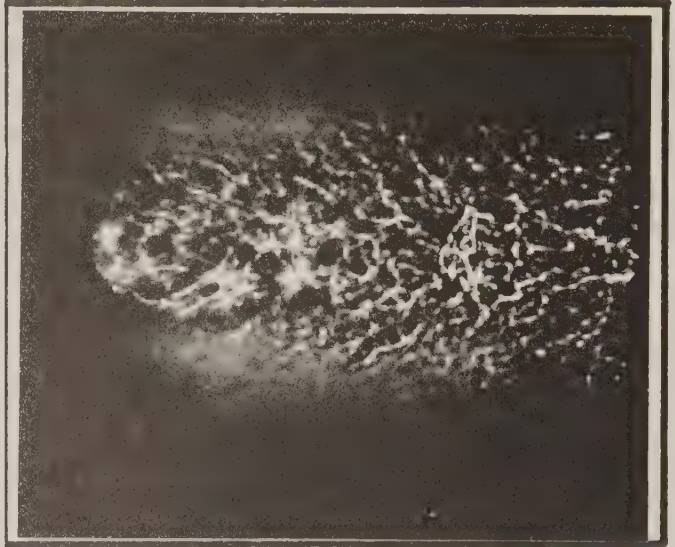
$T = 4 \mu s$

8)



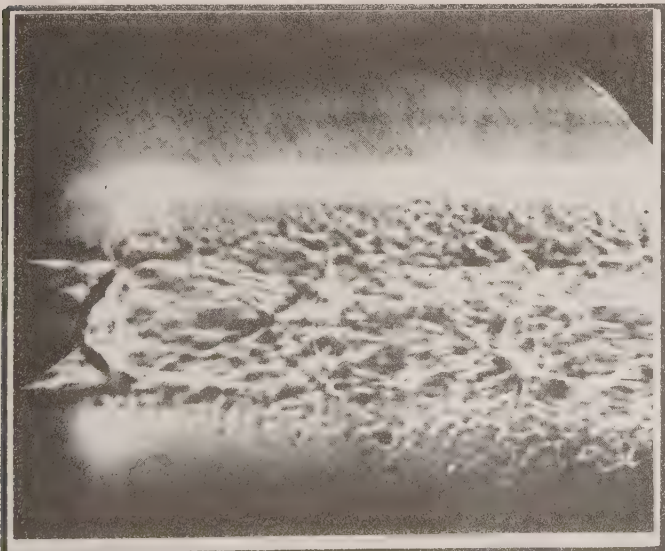
$T = 15 \mu s$

11)



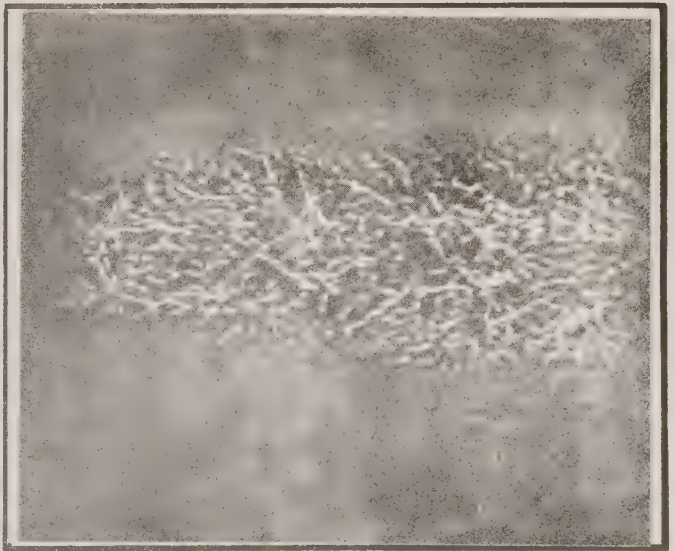
$T = 2 \mu s$

9)



$T = 8 \mu s$

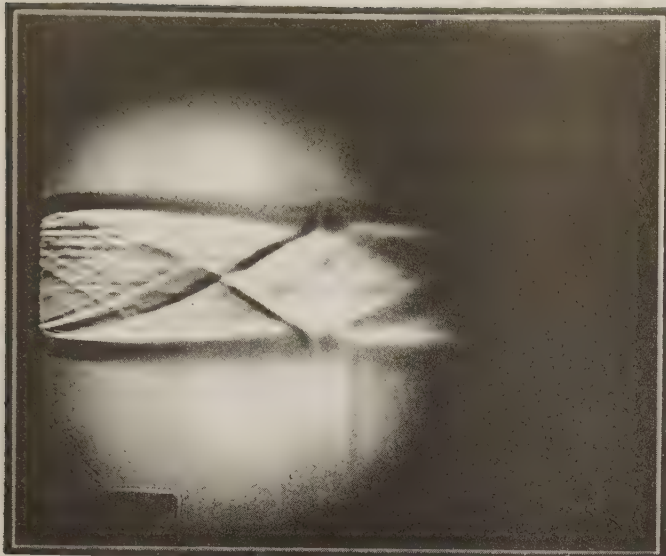
12)



$T = 900 ns$

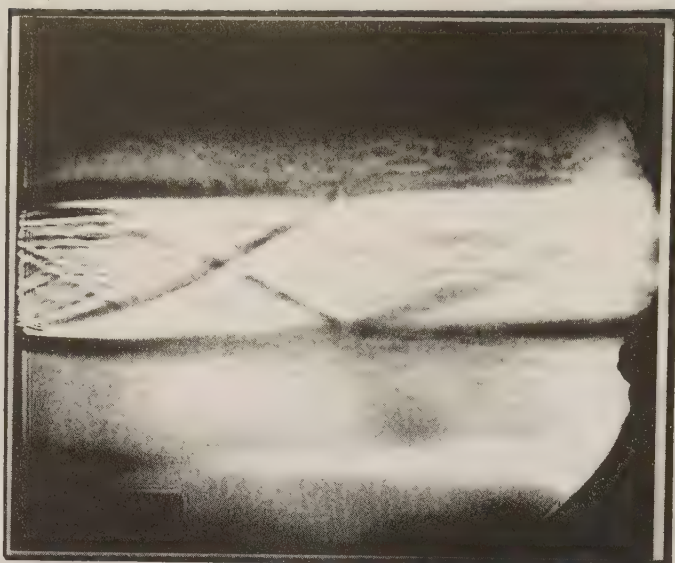
Figure 155 : Ombroscopies en jet libre. Tuyère $M_0 = 2$
 $P_j = 4$ bars
 (7 - 12) Gelaiage partiellement incohérent.

1)



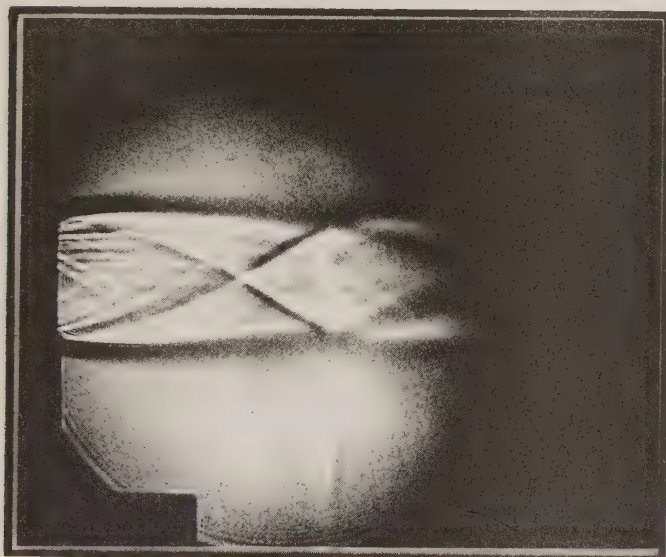
$T = 1/60 \text{ s}$

4)



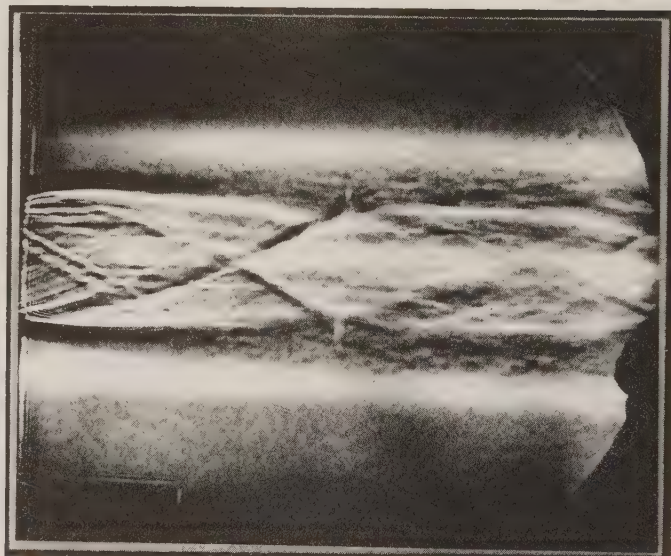
$T = 500 \text{ μs}$

2)



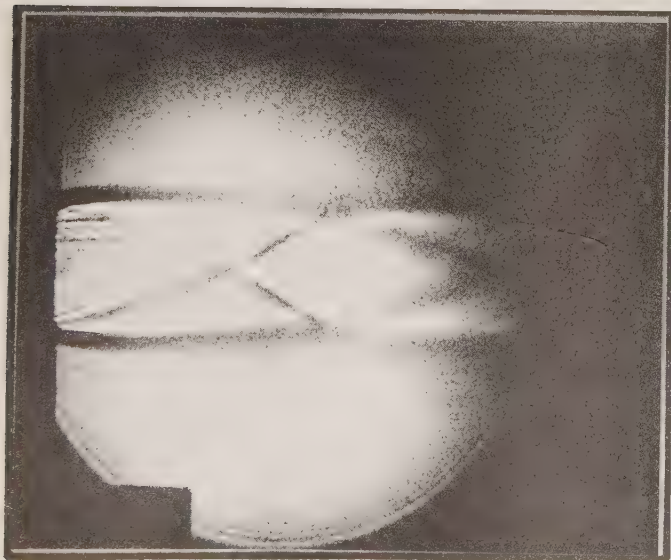
$T = 1/250 \text{ s}$

5)



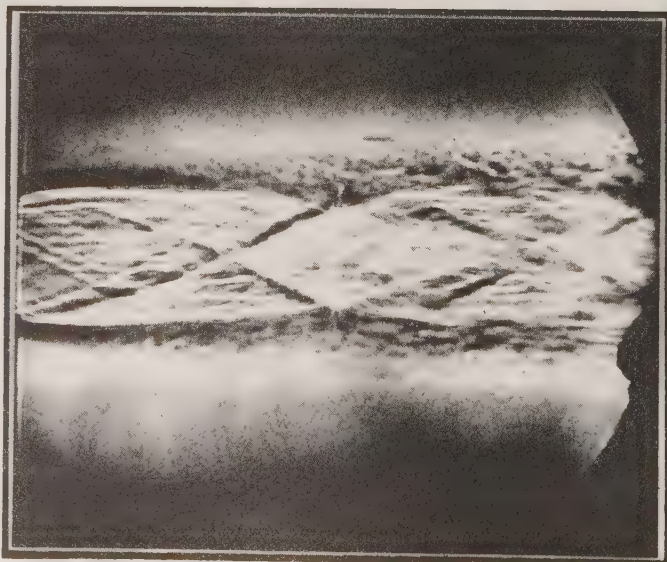
$T = 120 \text{ μs}$

3)



$T = 1/1000 \text{ s}$

6)



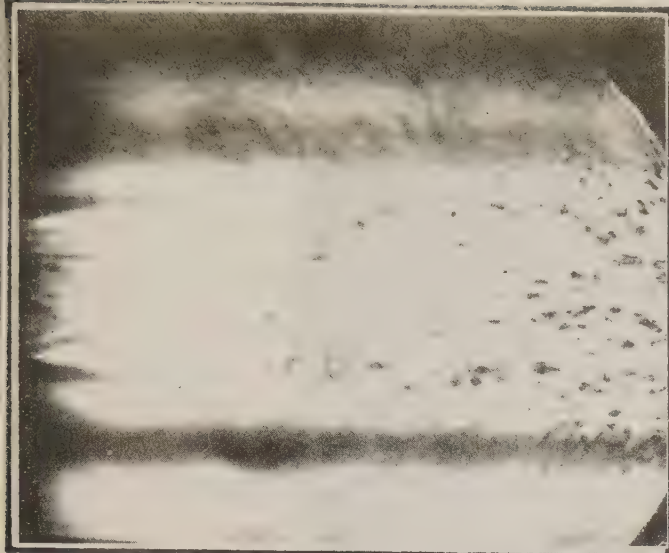
$T = 60 \text{ μs}$

Figure 115 : Ombroscopies en jet libre pour une
tuyère $M_c = 2$. $P_i = 8 \text{ bars}$

(1,2,3 : éclairage cohérent)

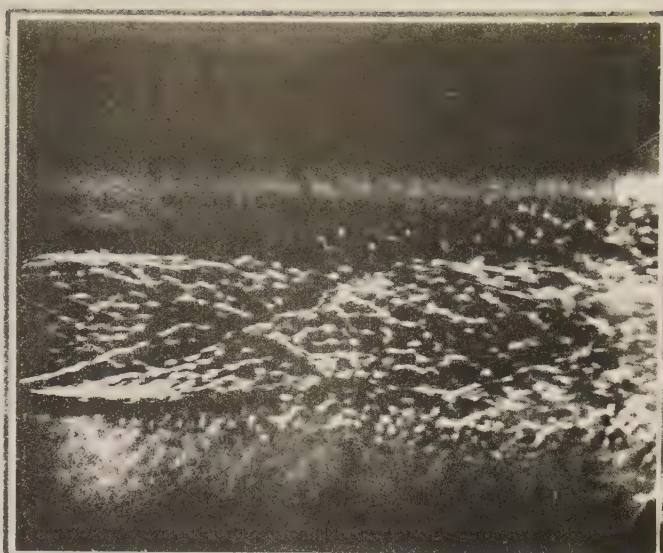
(4,5,6 : éclairage partiellement incohérent)

7)



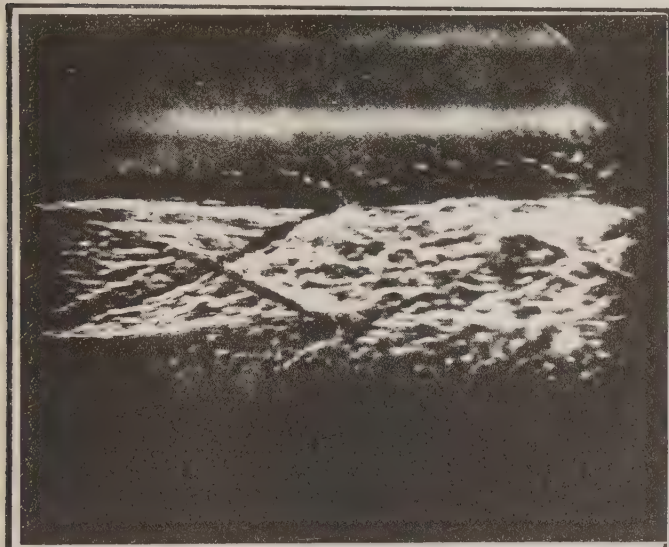
$T = 30 \mu s$

10)



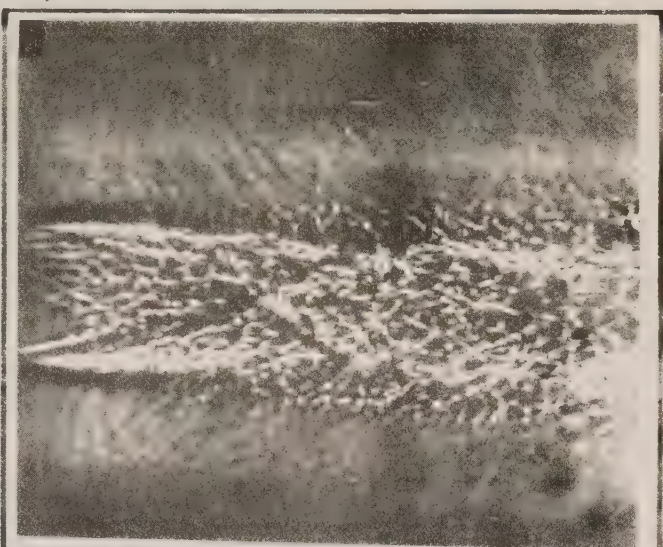
$T = 4 \mu s$

8)



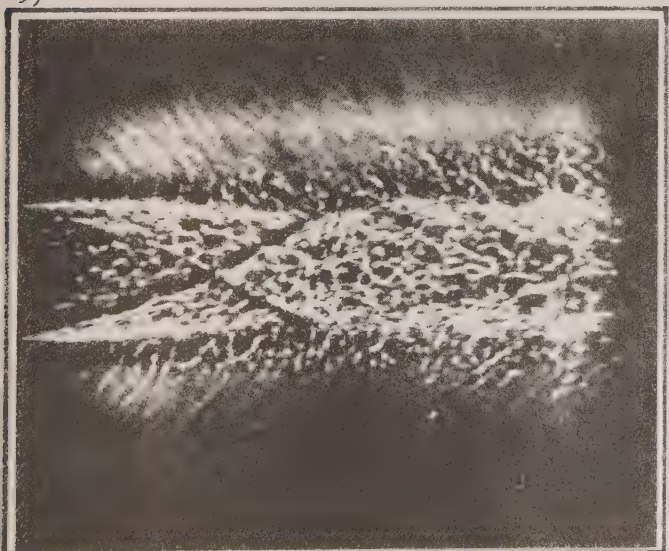
$T = 15 \mu s$

11)



$T = 2 \mu s$

9)



$T = 8 \mu s$

12)



$T = 900 ns$

Figure 155 : Ombroscopies en jet libre. Tuyère $M_c = 2$
 $P_i = 8 \text{ bars}$

(7 → 12) éclairage partiellement incohérent.



Tuyère $M_e = 2$ $P_i = 4$ bars

Tuyère $M_e = 2$ $P_i = 8$ bars

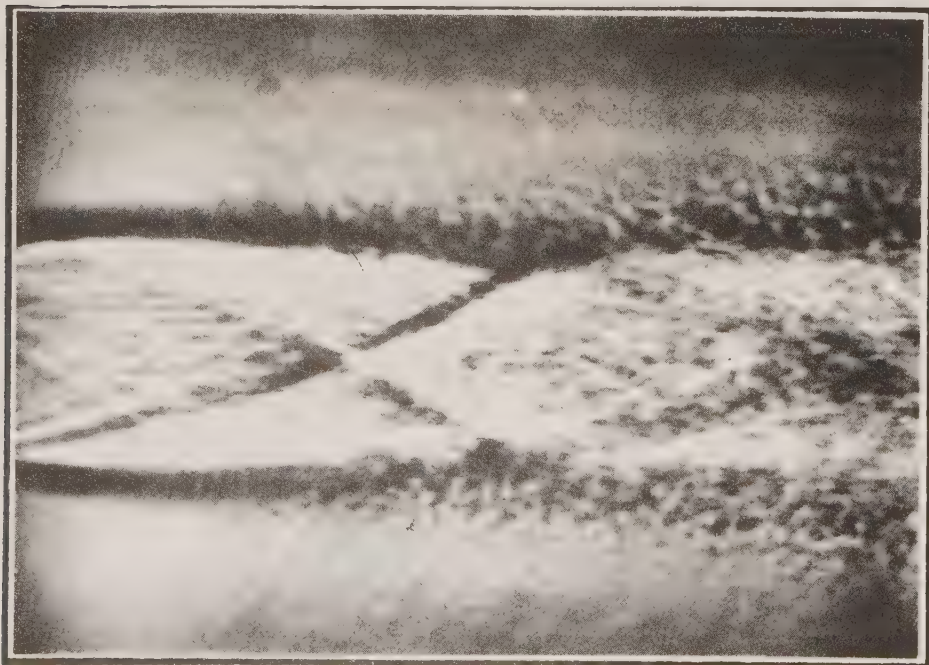


Figure 116 : Superposition de dix clichés réalisés
à des instants différents avec un temps
de pose $T = 1 \mu s$

dû à la turbulence qui de toutes façons n'apparaîtrait que dans le jet. Ce speckle se trouve " lissé " pour des temps de pose supérieurs à cause des vibrations fortes du système, et nettement renforcé pour des temps de pose courts au point de noyer complètement la mesure. C'est ce qui a fait abandonner l'ombroscopie cohérente à l'aide de lasers à impulsions courtes, le degré de cohérence étant ici trop grand.

Par contre dans notre cas, l'utilisation d'un balayage provoque des variations du plan d'incidence durant le temps d'exposition entraînant un lissage du speckle de l'écran, ainsi que des structures dues à la turbulence fine du jet ; ceci est indéniablement une limitation de notre méthode dans le domaine de la visualisation des turbulences fines.

. Lorsque le temps de pose décroît, la structure cohérente du jet disparaît, cédant le pas à une structure " alvéolaire " à périodicité " large " au centre du jet et plus petite sur les bords ; seuls demeurent les objets de phase forts (onde de choc de sortie), les franges des discontinuités fortes étant " modulées " spatialement. La finesse de la structure alvéolaire s'explique par l'épaisseur du volume de turbulence traversé, mettant du même coup en évidence le caractère ordonné du centre du jet , par rapport aux zones de mélange situées en bordure de celui-ci. (Figures 86, 115 et 116)

. Aux temps de pose les plus courts, les alvéoles apparaissent " frangées " sur leur bord, comme nous nous y attendions ; le temps de lissage de ces franges permet ici une mesure aisée du " temps de corrélation " des turbulences traversées. Il est certain que des temps de pose plus courts permettraient d'abaisser et d'affiner ces mesures. Mais nous sortons ici du but que nous nous sommes fixé dans cet ouvrage, et cet aspect constitue une voie de développement ultérieur de nos travaux ; nous nous sommes contentés ici d'effectuer des "corrélations temporelles grossières d'intensité " en superposant sur un même agrandissement, plusieurs clichés obtenus à des instants différents , le jet étant stoppé entre deux clichés (Figure 116) , ce procédé met en évidence l'influence du milieu turbulent sur la structure cohérente du jet.

Tuyère $M_e = 2$ $P_i = 8$ bars

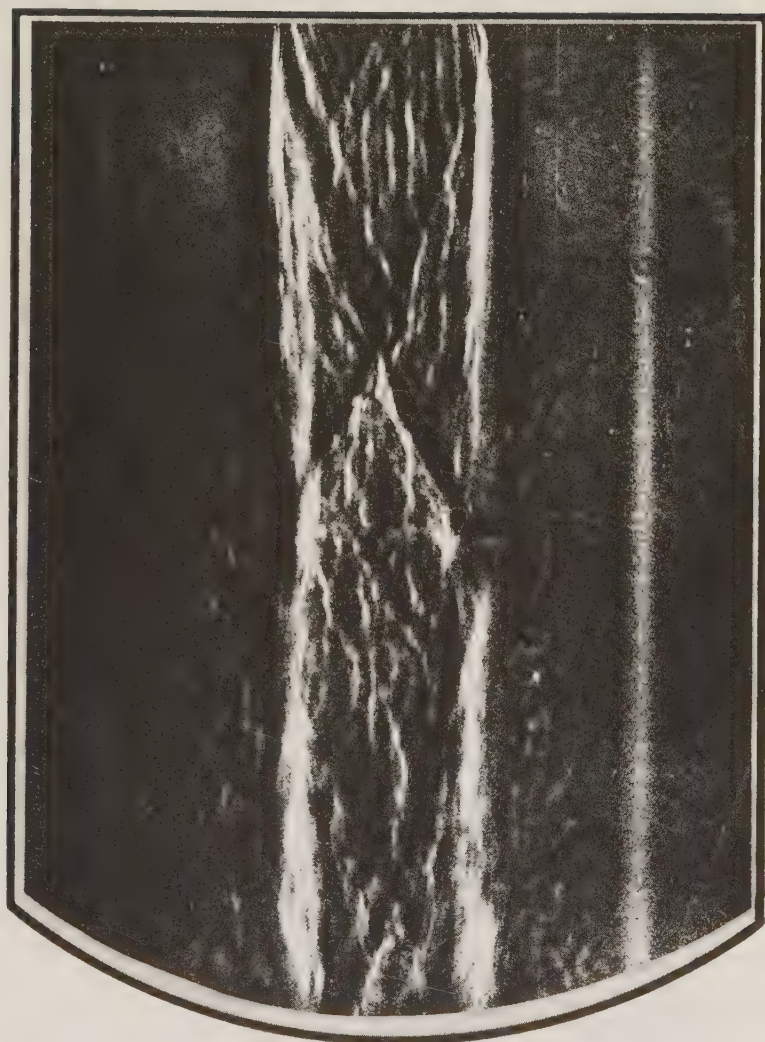


Figure 116 Temps de pose $T = 10$ μ s

Remarque. Notons également, aux temps de pose courts, la présence en bordure du jet d'ondes de Mach parfaitement visibles et mesurables (Figure 115).

IV - 3 - 4. Comparaison des clichés obtenus en diffusion et en ombroscopie.

Elle peut être effectuée à partir des figures 85-86, 115 et 116 et fait apparaître deux phénomènes essentiels.

. Une excellente correspondance des structures cohérentes malgré l'effet de dioptré marqué apparaissant sur les ombroscopies et que nous pouvons légèrement corriger à l'agrandissement.

. Une non moins bonne correspondance entre les zones de mélange, fortement turbulentes (périodicité faible) et les parties fortement diffusantes, mettant ainsi en relief l'influence prépondérante de la turbulence sur l'intensité de la diffusion.

IV - 3 - 5. Limitation de la résolution imposée par les diffuseurs aléatoires.

En toute rigueur, l'ombroscopie cohérente comme incohérente ne peut être réalisée qu'en milieu homogène, parfaitement transparent. Or, comme nous l'avons déjà mentionné, le jet contient un certain nombre de diffuseurs, et nous sommes alors confrontés au problème complexe de la traversée par une onde plane cohérente d'un milieu contenant des diffuseurs aléatoires et des répartitions de turbulences (11), (94), (99) .

L'influence des diffuseurs aléatoires peut être décrite et étudiée dans le cadre de la diffusion dans le modèle de Twersky (11) sans développer les calculs sur la réponse impulsionnelle ; notons simplement que la présence des diffuseurs provoque l'apparition d'un fond continu, incohérent, masquant progressivement les anneaux de diffraction entourant la tache d' Airy dans le plan focal d'une optique circulaire. Le système passe donc, en fonction de la densité numérique des diffuseurs, et de l'épaisseur optique active, d'un processus d'imagerie cohérente à un processus d'imagerie incohérente ; puis au-delà, à une perte totale de l'information, comme nous l'avons déjà mentionné dans les paragraphes précédents.

Nous pouvons donc noter que la présence des diffuseurs agit dans le même sens que la turbulence.

Nous avons testé la perte de cohérence du faisceau par des franges d'Young après la traversée de l'écoulement, pour divers taux de fumées, aisément discernable à l'oeil par diffusion. Aucune perte de contraste supplémentaire due à l'adjonction de fumées n'a été décelable ; toutefois, malgré la sensibilité du dispositif d'étude (Fibre et photo multiplicateur) ces essais ne peuvent guère que constituer un test et non une vraie mesure, compte tenu des variations de pression génératrice au cours d'un essai de longue durée nécessaire pour l'analyse. (Notons que pour enregistrer les éventuelles variations dans notre cas, les mesures photométriques à partir de clichés ne sont pas suffisamment sensibles et c'est la raison pour laquelle nous ne présentons pas de résultats photographiques). Si l'on peut regretter que le taux de fumée n'influe pas sur le contraste des franges, nous privant ainsi d'une mesure élégante et précise de la concentration des diffuseurs, nous devons nous féliciter au contraire sur le plan " mécanique des fluides " car ceci apporte la preuve de la " crédibilité aérodynamique " des jets étudiés.

CHAPITRE V

CONCLUSION DE LA DEUXIEME PARTIE

Nous avons pu montrer ici que les techniques de visualisation par fumées, ou plus généralement par traceurs, sont transportables avec succès du subsonique au supersonique ; la réalisation de nappes lumineuses très fines de haute densité d'énergie lumineuse en fait un moyen très sensible et efficace, dans un vaste domaine d'utilisations ; l'usage de nappes de lumière laser, présentant un degré de cohérence élevé, conformément à l'étude théorique préalable, favorise le contraste entre les zones turbulentes et les zones " d'air calme ", comme le jet ordonné en sortie de tuyère, permettant ainsi la visualisation de nombreux systèmes aérodynamiques complexes. Le succès le plus important de la technique mise au point réside dans son caractère réellement tridimensionnel à l'inverse de la plupart des autres méthodes de visualisation ; par ailleurs, son utilisation est possible en écoulement interne, sans risque d'intégration de l'information due à la traversée du milieu, le seul paramètre intéressant étant ici l'intensité incohérente.

Notons que, vus sous cet angle, les jets libres axisymétriques testés se comportent comme des écoulements internes ; en effet, la zone de mélange extérieure apparaît comme une gaine fortement turbulente, et perturbe les visualisations classiques, comme le montrent les ombroscopies cohérentes que nous avons réalisées grâce à une méthode originale, issue de notre expérience des techniques de visualisations par nappes, évitant les inconvénients classiques dus à la cohérence de la lumière. La comparaison des deux méthodes est parfaitement concluante sur le plan des structures stationnaires, et révèle des aspects complémentaires et de nouvelles voies d'étude. Signalons enfin la possibilité de réalisation de visualisations en temps différé par l'emploi des techniques cinéma ou vidéo, dont l'usage ne peut qu'être signalé dans un manuscrit. Un film récapitulatif, enregistré sur magnétoscope, sera projeté à cet effet lors de la soutenance de thèse, plus appropriée à la présentation de tels résultats.

CONCLUSION GENERALE

Bien que qualitatives de prime abord, les techniques de visualisation sont d'un grand secours pour l'aérodynamicien. Elles lui permettent une approche des calculs et, réciproquement, la vérification de certains points de sa théorie. De ce fait, la recherche de nouvelles méthodes, destinées à compléter le vaste éventail existant déjà, garde tout son intérêt. Les méthodes optiques constituent un outil de choix pour l'analyse des écoulements ; toutefois deux reproches essentiels sont souvent formulés :

- Excellentes dans le domaine des écoulements bidimensionnels, elles dégradent l'information dans les systèmes tridimensionnels.

- Elles exigent un matériel élaboré, et l'élégance de leurs procédés nécessite une réelle virtuosité.

Ainsi, leur utilisation est bien souvent réservée aux laboratoires spécialisés et la plupart du temps impossible dans un environnement hostile (vibrations... etc); c'est le cas du milieu industriel par exemple. La confrontation avec les problèmes de l'industrie, liée à mes fonctions à l'Institut Universitaire de Technologie de Belfort, et par ailleurs, une attirance vers l'optique m'ont poussé à tenter de concilier une relative fragilité des composants optiques, et les conditions de l'environnement, tout en conservant une bonne souplesse de manipulation. Grâce aux sources laser, actuellement fiables et de plus en plus répandues, ce paradoxe peut être levé : c'est ce qui est démontré dans ce travail.

Nous avons cherché à conserver la commodité de l'éclairage continu du laser à gaz, en surmontant les écueils dûs à leur faible puissance, qui impose des temps d'exposition longs comparés à ceux nécessaires lorsqu'on utilise un laser à impulsions, par ailleurs plus difficile à maîtriser. Ce faisant, nous nous sommes privés du secours des techniques privilégiées de l'interférométrie holographique

en double exposition. Nous sommes revenus à des conceptions plus simples, emploi de fumées par exemple. Bien connues en écoulements subsoniques, ces techniques sont délaissées en supersonique en raison de l'insuffisance des traceurs, de la faiblesse des sources lumineuses et de l'impossibilité de réaliser un "filet" de fumée en écoulement turbulent.

Nous avons abandonné cette orientation traditionnelle des visualisations par fumées qui matérialisent un "tube de courant, ensemble de filets fluides", au profit d'une observation plus globale, où les traceurs répartis uniformément en amont dans le jet sont sensés reproduire les fluctuations de densité du gaz.

Malgré leur concentration peu élevée, ces traceurs diffusent la nappe lumineuse fine à haute densité d'énergie, jouant ainsi le rôle d'un révélateur vis à vis de la répartition spatiale de masse volumique ; de ce point de vue, la méthode développée est originale. De plus, la localisation précise des nappes dans la zone d'étude lui confère un caractère tridimensionnel effectif.

Les temps d'exposition relativement élevés conduisent à des visualisations ne représentant, pour l'instant, que la structure stationnaire du jet ; par contre, l'évolution de celle-ci est observable en temps réel lors de la modification d'un paramètre.

L'analyse des résultats obtenus grâce à cette technique fait toutefois apparaître des concentrations anormales de traceurs en certains points. Des considérations théoriques sur la nature de la diffusion, le comportement de ces traceurs et les conditions d'exposition lors des prises de vue nous ont permis d'attribuer en priorité ces anomalies aux phénomènes de turbulence présents dans l'écoulement.

C'est pour vérifier ces hypothèses que nous avons été amenés à mettre au point une technique de visualisation originale par ombroscopie en éclairage partiellement incohérent. On évite ainsi les phénomènes gênants de speckle, propres à la lumière laser. Ce procédé, qui permet des temps de pose très courts (de l'ordre de quelques nanosecondes) ne nécessite pas pour autant d'investissements spécifiques autres que ceux

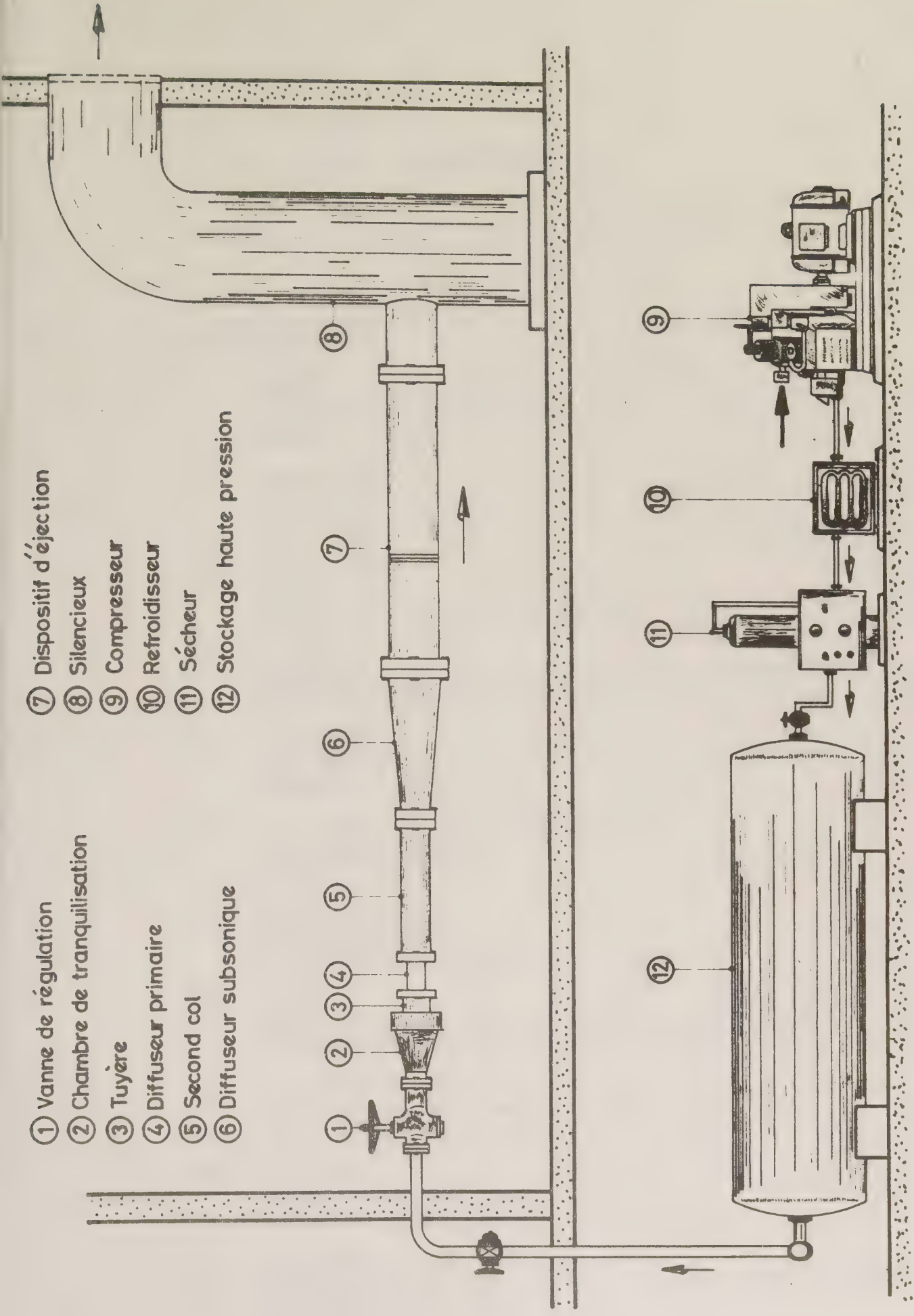
imposés par la méthode de visualisation par nappes dont elle est dérivée et qu'elle complète avantageusement.

La correspondance des phénomènes observés suivant les deux approches est excellente et elle nous permet du même coup de répondre aux critiques soulevées précédemment. Notons enfin que la réalisation de nappes lumineuses nous a permis de visualiser des écoulements internes inaccessibles par les procédés classiques, faisant de celles-ci un puissant moyen d'investigation.

Il ne fait aucun doute que l'application de l'holographie aux méthodes de visualisation par nappes, jointe aux possibilités de stroboscopie offertes par les modulateurs rapides nous permettra d'élargir considérablement leur champ d'applications (mesure de vitesses élevées, "figeage" de phénomènes quasi périodiques, etc...). De plus, l'adaptation des techniques de traitement du signal aux clichés holographiques obtenus par l'un ou l'autre des procédés devrait nous permettre d'ajouter aux avantages de la visualisation une analyse quantitative de la turbulence ; ceci constitue la suite logique de ce travail.

- ① Vanne de régulation
- ② Chambre de tranquillisation
- ③ Tuyère
- ④ Diffuseur primaire
- ⑤ Second col
- ⑥ Diffuseur subsonique

- ⑦ Dispositif d'éjection
- ⑧ Silencieux
- ⑨ Compresseur
- ⑩ Refroidisseur
- ⑪ Sécheur
- ⑫ Stockage haute pression



- Schéma de l'installation

BIBLIOGRAPHIE

I - OUVRAGES GENERAUX

- (1) ANGOT
Compléments de mathématiques
(Masson - 1972)
- (2) BORN et WOLF
Principles of Optics
(Pergammon Press - 1975)
- (3) HECHT - ZAJAC
Optics
(Addison-Wesley Publishing company - 1975)
- (4) F.J.WEYL
Physical measurement in gas dynamics and combustion
(Princeton University Press - 1954)
- (5) W.MERZKIRCH
Flow Visualisation
(Academic Press - 1974)
- (6) J.Ch.VIENOT, P. SMIGIELSKI, H.ROYER
Holographie optique
(Dunod - 1971)
- (7) Laser Applications
Volumes 1 et 2
(Academic Press - 1974)
- (8) J.MAX
Méthodes et techniques de traitement du signal - Tome 1
(Masson - 1972)
- (9) H.C.VAN DE HULST
Light scattering by small particles
(Ed. Willey - New York - 1974)
- (10) M.KERKER
The scattering of light
(Academic Press - 1969)
- (11) A.ISHIMARU
Wave propagation and scattering in random media - Volumes 1 et 2
(Academic Press - 1978)

II - THESES

- (12) P.SMIGIELSKI
Thèse d'état - Etude des projectiles en vol hypersonique et de leurs sillages par des méthodes holographiques
(Besançon - 1973)
- (13) C.ROBERT
Thèse d'état - Ejecteurs supersoniques à flux induit nul
(Besançon - 1979)
- (14) R.PORCAR
Thèse de troisième cycle - Contribution optique à l'étude d'écoulements supersoniques
(Besançon - 1975)

III - ARTICLES SPECIFIQUES

III-1. Aérodynamique (Ejecteurs)

- (15) C.OIKNINE, J.M.FOURTANIER
Air Espace n°8
(Janvier 1968)
- (16) C.OIKNINE, C.ROBERT, F.SANANES
Congrès de l'A.F.I.T.A.E.
(Novembre 1969)
- (17) C.OIKNINE, C.ROBERT, F.SANANES
L'aéronautique et l'astronautique n° 48
(Mai 1974)
- (18) E.ZUKOSKI, W.SPAID
California Institute of Technology
(Pasadena - USA Octobre 1964)

III-2. Problèmes généraux de nucléation dans les jets ; générateurs de particules ; utilisation de particules en mesure de vitesse ou visualisation.

- (19) E.J.DURBIN
Optical methods involving light scattering for measuring size and concentration of condensation particles in supercooled hypersonic flow (N.A.C.A. Technical Note 2441 Washington 1951)
- (20) J.P.YU, E.M.SPARROW, E.R.G.ECKERT
A smoke generator for use in fluid flow visualization (Int.J.Heat Mass Transfer - Vol 15 pp 557-558 - Pergamon Press 1972)

- (21) R.L.BISPLINGHOFF, J.B.COFFIN, C.W.HALDEMAN
Water fog generation system for subsonic flow visualization
(AIAA Journal Vol 14 n°8 p1133 - August 1976)
- (22) H.L.JAEGER, E.J.WILLSON, P.G.HILL, K.C.RUSSEL
Nucleation of supersaturated vapors in nozzles I, H₂O and NH₃
(The journal of Chemical Physics Vol 51 n°12 p5380 - Décembre 1969).
- (23) R.H.DIECK and R.L.ROBERTS
The determination of the Sauter mean droplet diameter in fuel rozzle sprays
(Applied Optics Vol 9 n°9 p2007- September 1970)
- (24) R.S.CHADWICK, I.D. CHANG
A laser study of the motion of particles suspended in a slow viscous shear flow
(Journal of Colloid and Interface Science Vol 42, n°3 March 1973)
- (25) M.BILLIOTTE
Sur la méthode de diffusion Raman appliquée à l'étude de la relaxation de vibration à l'aval d'une onde de choc
(C.R. Acad. Sc. Paris t. 274 - 27 Mars 1972)
- (26) H.D. Vom STEIN, H.J.PFEIFER
Investigation of the velocity relaxation of micron-sized particles in shock waves using Laser radiation
(Applied Optics - Vol 11 n°2 p 305 Feb 1972)
- (27) M.PHILBERT, A.BOUTIER
Méthodes optiques de mesure de vitesses de particules entraînées dans les écoulements.
(La Recherche Aérospatiale n° 1972 - 3, Mai-Juin p.171)
- (28) F.ALBE
Microholographie ultra-rapide
(Rapport I.S.L. 4 - 73)
- (29) P.SMIGIELSKI
Considérations théoriques et expérimentales sur l'holographie des objets en mouvement. Application à la microholographie ultra-rapide.
(Rapport I.S.L. 1 - 73)
- (30) H.ROYER
Mesure des vitesses de particules par holographie ultra-rapide
(Rapport I.S.L. C0 25 - 74)
- (31) H.ROYER, F.ALBE
Exploration et mesures holographiques dans un nuage de microparticules en mouvement
(Congrès International de Photographie ultra-rapide.Nice, Septembre 1972)

- (32) L.F.EAST
The application of a laser anemometer to the investigation of shock waves boundary-layer interactions
(AGARD Conference proceedings 193 : non intrusive instrumentation in fluid flow research - Saint Louis 1976)
- (33) G.W.SPARKS Jr, S.EZEKIEL
Laser streak velocimetry for two dimensional flows in gases
(AIAA Journal Vol 15 n°1 p110 - September 1976)
- (34) J.P.LALLEMAND, R.DESAILLY, C.FROEHLI
Mesure de vitesse dans un liquide par diffusion cohérente
(Acta Astronautica Vol 4 pp 343-356 Pergamon Press 1977)
- (35) W.B.ROBERTS, J.A.SLOVISKY
Location and magnitude of cascade shock loss by high speed smoke visualization (AIAA Journal Vol 17 n°11 p 1270 - 1979)
- (36) J.HAERTIG
Introductory lecture on particle behaviour
(rapport ISL R 117/76 - Proceedings ISL AGARD workshop on laser anemometry - May 1976)
- (37) ARDONCEAU
Application de l'anémométrie laser à l'aérodynamique supersonique
(Thèse Poitiers 1974)
- (38) R.PORCAR, J.P.PRENEL, C.ROBERT
Visualisation des ondes de choc dans un éjecteur supersonique
(Optics Communications Vol 14 n°1 p104 - May 1975)
- (39) R.PORCAR, J.P.PRENEL
Visualisation d'ondes de choc dans un éjecteur supersonique.
Exploitation de la lumière diffusée (Optics Communications - Vol 17 n°3 - June 1976)
- (40) R.PORCAR, J.P.PRENEL
Supersonic flow visualizations by light scattering (International Symposium on Flow Visualization BOCHUM 9-12 Septembre 1980)

III-3. Articles généraux sur la diffusion de Mie - Granulométrie des brouillards et aérosols.

- (41) M.DELONCLE
Granulométrie photoélectrique des brouillards
(Ann. Occup. Hyg. Vol 3, pp 154-161 - 1961)
- (42) R.A.DOBBS, L.CROCCO, I.GLASSMAN
Measurement of mean particle sizes of sprays from diffractively scattered light
(AIAA Journal Vol 1 n°8 p1882 - August 1963)

- (43) K.S.SHIFRIN, A.Y.PERELMAN
Calculation of particle distribution by the data on spectral transparency (Pageoph Vol 58, 1964 II)
- (44) R.A.DOBBSINS, G.S.JIZMANIAN
Optical scattering cross sections for polydispersions of dielectric spheres (Journal of the optical society of America Vol 56, n°10, p1345 - October 1966)
- (45) G.D.STEIN, P.P.WEGENER
Experiments on the number of particles formed by homogeneous nucleation in the vapor phase (Journal of Chemical Physics Vol 46, p3685 - 1967)
- (46) G.D.STEIN
Angular and wavelength dependence of the light scattered from a cloud of particles formed by homogeneous nucleation (Journal of Chemical Physics Vol 51, n°3, p938 - 1969)
- (47) A.COHEN
Determination of aerosol size distribution from spectral attenuation measurements (Applied Optics Vol 11, n°7, p1657 - July 1972)
- (48) G.PINNICK, J.M.ROSEN, D.J.HOFMANN
Measured light scattering properties of individual aerosol particles compared to Mie scattering theory (Applied Optics Vol 12, n°1, p37 - Janvier 1973)
- (49) D.SPANKUCH
Information content of extinction and scattered light measurements for the determination of the size distribution of scattering particles (Applied Optics Vol 11, n°12, p2844 - Décembre 1972)
- (50) E.J.MEEHAN, A.E.GYBERG
Particle size determination by low angle light scattering : effect of refractive index (Applied Optics Vol 12, n°3, p551 - March 1973)
- (51) A.COHEN, V.E.DERR, G.T.McNICE, R.E.CUPP
Measurement of Mie scattering intensities from mono-dispersed spherical particles as a function of wavelength (Applied Optics Vol 12, n°4, p779 - April 1973)
- (52) R. FAXVOG
Detection of airborne particles using optical extruction measurement (Applied Optics Vol 13, n°8, p1913 - August 1974)
- (53) E.R.WESTWATER, A.COHEN
Application of Backus-Gilbert inversion technique to determination of aerosol size distributions from optical scattering measurements (Applied Optics Vol 12, n°6, p1340 - June 1973)
- (54) H.INADA
New calculation of surface wave contributions associated with Mie backscattering (Applied Optics Vol 12, n°7, p1516 - July 1973)

- (55) J.M.MOUREN
Etude de la condensation homogène de la vapeur d'eau par une méthode optique - (Promoclim E - Etudes thermiques et aérauliques; Tome 5 E, p109 - Mai 1974)
- (56) G.HUBERT
Etude par laser de la granulométrie d'un jet pulvérisé (E.D.F. Direction des études et recherches F/319/73/53)
- (57) D.D.EVANS
Comment on : computation of angular functions π_n and T_n occur in Mie theory (Applied optics Vol 13, n°7, p1545 - July 1974)
- (58) E.ALLEN
Expansion of the Mie phase function in Legendre polynomials (Applied Optics Vol 13, n°12, p2752 - Décembre 1974)
- (59) W.KAYE, J.B.Mc DANIEL
Low-angle laser light scattering - Rayleigh actors and depolarisation ratios (Applied optics Vol 13, n°8, p1934 - August 1974)
- (60) A.COHEN
Cloud-base water content measurement using single wavelength laser-radar data (Applied optics, Vol 14, n°12, p2873 - Décembre 1975)
- (61) R.EIDEN
Fourier representation of the energy distribution of an electromagnetic field scattered by spherical particles (Applied Optics - Vol 14, n°10, p2486 - October 1975)
- (62) A.M.CAZABAT, P.LALLEMAND, J.LAROUB
Experimental evidence for a diffusionally broadened mountain line of a polyatomic gas (Optics communications - Vol 13, n°2, p179 - Feb. 1975)
- (63) S.Y.SHE, P.W.CHAN
Real time particle sizing : increasing the capability of the instantaneous scattered intensity-radio technique (Applied Optics - Vol 14, n°8, p1767 - August 1975)
- (64) A.COHEN
Multiple scattering measurements as a function of wavelength by use of a dye laser. (Applied Optics - Vol 14, n°2, p268 - Feb.1975)
- (65) N.S.HONG, A.R.JONES
Light scattering by particles in laser doppler velocimeter using Mie theory (Applied Optics - Vol 15, n°12, p2951 - Décembre 1976)
- (66) C.ACQUISTA
Light scattering by tenuous particles : a generalisation of the Rayleigh-Gans-Rocard approach (Applied Optics - Vol 15, n°11, p2932 - November 1976)

- (67) R.A.MUGELE, H.D.EVANS
Droplet size distribution in sprays (Industrial and Engineering Chemistry - Vol 43, n°6, p1317 - June 1951)
- (68) D.DOPHEIDE, F.DURST
High speed velocity measurement using laser-doppler anemometers (comptes rendus des journées ORSAY 1979 - Edité par H.FRUMAN et J.S.DARROZES)
- (69) M.LAUG, A.DELFOUR
Diffusion de la lumière par des particules en suspension - spectre dimensionnel (comptes rendus des journées ORSAY 1979 - Edité par H.FRUMAN et J.S.DARROZES)

III-4. Articles généraux sur les visualisations

- (70) J.VAUVRECY, P.SMIGIELSKI
Détermination de la luminance en chaque point d'une source de révolution en mouvement ultra rapide, à partir d'enregistrements photographiques (Note technique ISL - T 43/65)
- (71) P.SMIGIELSKI
Analyse des écoulements par méthodes optiques (CEA.EDF Cycle de conférences sur les techniques de mesure dans les écoulements - Ermenonville 24-28 Septembre 1973)
- (72) R.GOULARD
Optical measurements of thermodynamic properties in flow fields (AGARD Conference Proceedings 193 : non intrusive instrumentation in fluid flow research - St Louis 1976)
- (73) P.SMIGIELSKI, A.HIRTH
Holographie des objets en mouvement rapide - Application à l'étude des bangs d'avions et des sillages hypersoniques (Rapport ISL - 11/77)
- (74) P.SMIGIELSKI
Application de l'holographie à la visualisation d'objets en mouvement ultra-rapide (Rapport ISL - 41/71)
- (75) P.SMIGIELSKI
Analyse des écoulements par méthodes optiques (Notice bibliographique ISL - NB5/73)
- (76) G.B.BRANDT, P.F.ROZELLE, B.R.PATEL
Holographic flow visualization in steam turbine cascades (Eng. coherent opt. conf. proc. GLASGOW 1975 - Cambridge Univ. Press)
- (77) J.KRZYZANOWSKI, B.WEIGLE
Some experiments on wet steam flow visualization in large stream turbine blading (Journal of Fluids Engineering - September 1976 p573)
- (78) J.SURGET
Schéma d'Holographie à deux sources de référence (Nouvelle Revue d'Optique T5, n°4, pp 201-217 - 1974)

- (79) J.DELE Y, J.SURGET, J.P.LACHARME
Interferométrie holographique quantitative en écoulement trans-sonique bidimensionnel (La Recherche Aérospatiale n°1977/2 pp89-101)
- (80) J.SURGET
Two reference beam holographic interferometry for aerodynamic flow studies (Reprinted from : applications of Holography and optical data processing. Edited by E.MARON, A.A.FRIESEM - Pergamon Press 1977)
- (81) C.VERET
Les méthodes de visualisation des écoulements fluides (ANRT 7ème colloque national de Cinématographie rapide 1978)
- (82) C.VERET
Influence de l'atmosphère sur les mesures optiques (ANRT 8ème colloque national de cinématographie rapide 1979)
- (83) C.VERET
Applications de l'interferométrie holographique en aérodynamique (Ass. Nat. Rech. - 1973 - pp418-422)
- (84) C.VERET
Méthodes optiques en aérodynamique expérimentale à l'ONERA (Comptes rendus des journées ORSAY 1979 Edité par D.H.FRUMAN et J.S.DARROZES)
- (85) Méthodes optiques appliquées à la mécanique des fluides (compte rendu des journées ORSAY 1979 Edité par D.H.FRUMAN et J.S. DARROZES)
- (86) International Symposium on Flow Visualization (TOKYO 1977)
- (87) International Symposium on Flow Visualization (BOCHUM 9 - 12 September 1980)
- (88) R.PORCAR, J.P.PRENEL
Visualisation d'ondes de choc dans un éjecteur supersonique par diffusion Rayleigh (ANRT 7ème colloque national de cinématographie rapide - 1978)
- (89) ANRT 7ème colloque national de cinématographie rapide - 1978
- (90) B.de LAGARDE
Les méthodes optiques en mécanique des fluides ; le point de vue de l'utilisateur (compte rendu des journées ORSAY 1979 Edité par D.H.FRUMAN et J.S.DARROZES)

III-5. Articles généraux sur la turbulence

- (91) M.S.UBEROI, L.S.G.KOVASZNAVY
Analysis of turbulent density fluctuations by the shadow method (Journal of applied physics - Vol 26, n°1 p19 - Janvier 1955)

- (92) H.H.LEGNER, J.H.OTIS, G.A.THEOPHANIS, R.M.FEINBERG
Laser beam degradation through turbulent interfaces (AIAA Meeting - Huntsville USA 1978)
- (93) A.M.SCHNEIDERMAN, G.W.SUTTON
Laser planogram measurements of turbulent mixing statistics in the near wake of a supersonic cone (The Physics of fluid Vol 13, n°7, p1679 - July 1970)
- (94) R.F.LUTOMIRSKI, H.T.YURA
Propagation of a finite optical beam in an inhomogeneous medium (Applied Optics - Vol 10, n°7, p1652 - July 1971)
- (95) P.SMIGIELSKI, F.ALBE, H.FAGOT, R.L.ODIN
Diagnostic des turbulences ; première partie : visualisations (Rapport ISL 38/71)
- (96) B.KOCH, H.J.PFEIFER, G.SMEETS, H.D.vom STEIN
Diagnostic des turbulences ; deuxième partie : méthode opto électronique par faisceau laser continu (Rapport ISL 39/71)
- (97) R.F.LUTOMIRSKI, R.G.BUSER
Phase difference and angle of arrival fluctuations in tracking a moving point source (Applied Optics - Vol 13, n°12, p2869 - December 1974)
- (98) R.F.LUTOMIRSKI, R.E. WARREN
Atmospheric distortions in a retroreflected Laser signal (Applied Optics - Vol 14, n°4 p840 - April 1975)
- (99) R.F.LUTOMIRSKI, W.L.WOODIE, R.G.BUSER
Turbulence degrade beam quality : improvement obtained with a tilt correcting aperture (Applied Optics - Vol 16, n°3, p665 - March 1977)
- (100) R.F.LUTOMIRSKI
Atmospheric degradation of electro optical system performance (Applied Optics - Vol 17, n°24, p3915 - December 1978)
- (101) J.C.LELIEVRE, J.PICARD
La diffusion de la lumière et son application à l'étude expérimentale de la turbulence (compte rendu des journées ORSAY 1979 - Edité par D.H.FRUMAN et J.S. DARROZES)
- (102) P.G.SAVA, J.HAERTIG
Application des méthodes optiques en particulier à l'étude de la turbulence et du bruit des jets (compte rendu des journées ORSAY 1979 - Edité par D.H.FRUMAN et J.S.DARROZES)

TABLE DES MATIERES

	Pages
AVANT PROPOS	
Résumé	
Notations utilisées	
<u>INTRODUCTION GENERALE</u>	1
<u>PREMIERE PARTIE</u>	
Introduction	5
<u>CHAPITRE I - GENERALITES SUR LES MICROPARTICULES UTILISEES COMME TRACEURS DANS UN ECOULEMENT</u>	6
<u>CHAPITRE II - CE QUE L'ON PEUT ATTENDRE DE LA DIFFUSION LUMINEUSE PAR LES MILIEUX ALEATOIRES ; NOTRE MILIEU EST-IL TOTALEMENT ALEATOIRE ?</u>	10
<u>II - 1. Principe de la méthode utilisée ; quelques résultats représentatifs</u>	10
<u>II - 2. Hypothèses habituelles dans les milieux diffusants aléatoires</u>	10
<u>II-2-1. L'onde électromagnétique diffusée est commodément représentable par les paramètres de Stokes.</u>	15
<u>II-2-2. La lumière diffusée est partiellement polarisée ; les paramètres de Stokes expriment cet effet de façon simple</u>	16
<u>II-2-3. Diffusion incohérente et additivité des paramètres de Stokes</u>	17

<u>II-2-4.</u>	<i>Fonction amplitude de diffusion et matrice de Stokes</i>	17
<u>II - 3.</u>	<u>Les paradoxes expérimentaux ; milieu partiellement ordonné</u>	22
<u>CHAPITRE III - DIFFUSION PAR UNE PARTICULE SPHERIQUE HOMOGENE UTILISEE COMME TRACEUR ; THEORIE RIGOUREUSE DE MIE</u>		27
<u>III - 1.</u>	<u>Résolution des équations de Maxwell en coordonnées curvilignes orthogonales ; méthode de Brömmwich</u>	29
<u>III - 2.</u>	<u>Application au problème posé, à savoir une particule diélectrique sphérique, d'indice de réfraction complexe $\bar{n}$</u>	32
<u>III - 3.</u>	<u>Détermination des constantes d'intégration par les conditions aux limites (Equations de continuité)</u>	33
<u>III - 4.</u>	<u>Quelques conséquences de la théorie de Mie utilisables dans nos expériences</u>	37
<u>III-4-1.</u>	<i>Etat de polarisation de la lumière diffusée lorsque la lumière incidente est naturelle ou polarisée rectilignement</i>	40
<u>III-4-2.</u>	<i>Diffusion totale et extinction</i>	43
<u>CHAPITRE IV - DIFFUSION LUMINEUSE PAR UNE ASSEMBLEE DE PARTICULES MONO DISPERSEE ; DIFFUSIONS SIMPLES ET MULTIPLES ; INTRODUCTION DE NOS HYPOTHESES DANS CE CAS SIMPLIFIE ; DIFFRACTION ET DIFFUSION</u>		47
<u>IV - 1.</u>	<u>Les hypothèses de diffusion simple</u>	49
<u>IV-1-1.</u>	<i>Intensité transmise dans un modèle de diffusion simple et approximation au premier ordre</i>	49

<u>IV-1-2.</u>	<i>Le modèle de Twersky pour les diffusions multiples</i>	54
<u>IV - 2.</u>	<u>Introduction d'une relation d'ordre dans un système aléatoire</u>	61
<u>IV - 3.</u>	<u>Diffusion par une assemblée ordonnée de particules</u>	64
<u>IV-3-1.</u>	<i>Particule simple</i>	64
<u>IV-3-2.</u>	<i>Cas d'une rangée de particules ordonnées</i>	66
<u>IV-3-3.</u>	<i>Cas d'un plan ordonné</i>	72
<u>IV-3-4.</u>	<i>Modèle tridimensionnel</i>	76
<u>IV - 4.</u>	<u>Introduction d'une relation de désordre partiel dans un milieu ordonné</u>	83
<u>IV-4-1.</u>	<i>Ecriture générale du champ et de l'intensité diffusés par un domaine élémentaire</i>	85
<u>IV-4-2.</u>	<i>Cas des fluctuations faibles, système partiellement ordonné</i>	87
<u>IV-4-3.</u>	<i>Autre forme de l'intensité moyenne. Influence de la turbulence</i>	93
<u>IV-4-4.</u>	<i>Discussion des résultats et conclusions</i>	97
 <u>DEUXIEME PARTIE</u>		
	Introduction	100
<u>CHAPITRE I -</u>	<u>AFFINAGE DE LA METHODE DE VISUALISATION PAR NAPPES</u>	102

<u>I - 1.</u>	<u>Montage d'ensemble</u>	102
<u>I - 2.</u>	<u>Réalisation de nappes fines</u>	103
<u>I-2-1.</u>	<u>Le dispositif de balayage</u>	103
<u>I-2-2.</u>	<u>Réalisation de nappes fines par balayage, utilisant un système télescopique sphérique-sphérique</u>	107
<u>I-2-3.</u>	<u>Réalisation de nappes fixes grâce à une optique sphéro-cylindrique</u>	114
<u>I-2-4.</u>	<u>Réalisation d'un modulateur créneau ("chopper") dans le domaine des fréquences faibles</u>	120
<u>I - 3.</u>	<u>Augmentation de l'intensité diffusée</u>	122
<u>I - 4.</u>	<u>Les systèmes d'enregistrement</u>	124
<u>I-4-1.</u>	<u>Généralités sur les conditions d'exposition</u>	125
<u>I-4-2.</u>	<u>Influence de la mesure d'exposition par intégration pondérée dans notre cas</u>	126
<u>I-4-3.</u>	<u>Emulsions utilisées</u>	133
<u>I-4-4.</u>	<u>Réalisation d'une fibre optique d'ouverture variable</u>	135
<u>CHAPITRE II</u>	<u>- CONDITIONS EXPERIMENTALES ET SYSTEMES ETUDIES</u>	137
<u>II - 1.</u>	<u>Les hypothèses de diffusion simple</u>	137
<u>II - 2.</u>	<u>Indicatrice de diffusion ; évaluation grossière de la concentration volumique et diffusion indépendante</u>	141

<u>II-2-1.</u>	<i>Test de linéarité</i>	141
<u>II-2-2.</u>	<i>Mesures effectuées</i>	143
<u>II-2-3.</u>	<i>Evaluation de la valeur de K</i>	146
<u>II-2-4.</u>	<i>Estimation de la concentration et de la taille</i>	148
<u>II-2-5.</u>	<i>Variation de la lumière diffusée en fonction de λ</i>	150
<u>II - 3.</u>	<u>Quelques détails technologiques sur les systèmes étudiés. Ordres de grandeur prévisibles sur les phénomènes de diffusion. Discussion.</u>	151
<u>II-3-1.</u>	<i>Ecoulements supersoniques</i>	151
<u>II-3-2.</u>	<i>Ecoulements subsoniques</i>	170
 <u>CHAPITRE III - PRESENTATION DES VISUALISATIONS OBTENUES PAR DIFFUSION</u>		 173
<u>III - 1.</u>	<u>Cas des éjecteurs cylindriques</u>	173
<u>III-1-1.</u>	<i>Le modèle simplifié</i>	173
<u>III-1-2.</u>	<i>Le système complet à second col avec injections de fumées</i>	181
<u>III - 2.</u>	<u>Cas des jets libres</u>	181
<u>III-2-1.</u>	<i>Sans introduction de fumées</i>	181
<u>III-2-2.</u>	<i>Introduction de fumées</i>	184
<u>III-2-3.</u>	<i>Influence de l'atmosphère extérieure</i>	187

<u>III-2-4.</u>	<i>Visualisation de sillages et d'ondes de choc</i>	187
<u>III - 3.</u>	<u>Cas des jets subsoniques</u>	191
<u>III-3-1.</u>	<i>Nappes lumineuses fixes (sans stroboscopie)</i>	191
<u>III-3-2.</u>	<i>Influence de la stroboscopie due au modulateur ou au balayage</i>	191
<u>CHAPITRE IV -</u>	<u>ETALONNAGE PAR RAPPORT A UNE METHODE CLASSIQUE</u>	192
<u>IV - 1.</u>	<u>Rappels des résultats théoriques sur les méthodes optiques en aérodynamique</u>	193
<u>IV-1-1.</u>	<i>Déflexion et retards de phase imposés aux rayons lumineux à la traversée d'un milieu inhomogène dans l'approximation géométrique</i>	195
<u>IV-1-2.</u>	<i>Approximations classiques</i>	197
<u>IV-1-3.</u>	<i>Point de vue géométrique - Ombroscopie classique</i>	198
<u>IV - 2.</u>	<u>Ombroscopie en lumière cohérente</u>	202
<u>IV-2-1.</u>	<i>Influence des discontinuités ; quelques cas importants</i>	204
<u>IV-2-2.</u>	<i>Influence de la turbulence</i>	209
<u>IV - 3.</u>	<u>Ombroscopie en lumière cohérente, à temps de pose réglable</u>	214
<u>IV-3-1.</u>	<i>Montage proposé</i>	214
<u>IV-3-2.</u>	<i>Mode d'enregistrement</i>	221

<u>IV-3-3.</u> Résultats obtenus	228
<u>IV-3-4.</u> Comparaison des clichés obtenus en diffusion et en ombroscopie	236
<u>IV-3-5.</u> Limitation de la résolution imposée par les diffuseurs aléatoires	236
 <u>CONCLUSION DE LA DEUXIEME PARTIE</u>	 238
 <u>CONCLUSION GENERALE</u>	 239
 <u>BIBLIOGRAPHIE</u>	

Jury : MM. J.-Ch Viénot	Président
P. Bousquet	
J. Bulaboïs	
J.P. Prenel	Examineurs
P. Smigielski	
C. Véret	

Vu et permis d'imprimer,
Pour le Président de l'Université,
Le Doyen de la Faculté des Sciences
et des Techniques

J. BULABOIS
Besançon, le 19 décembre 1980

